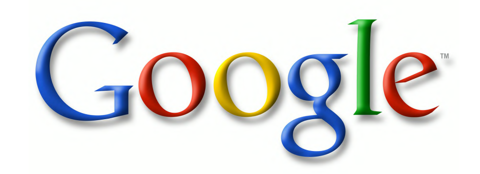
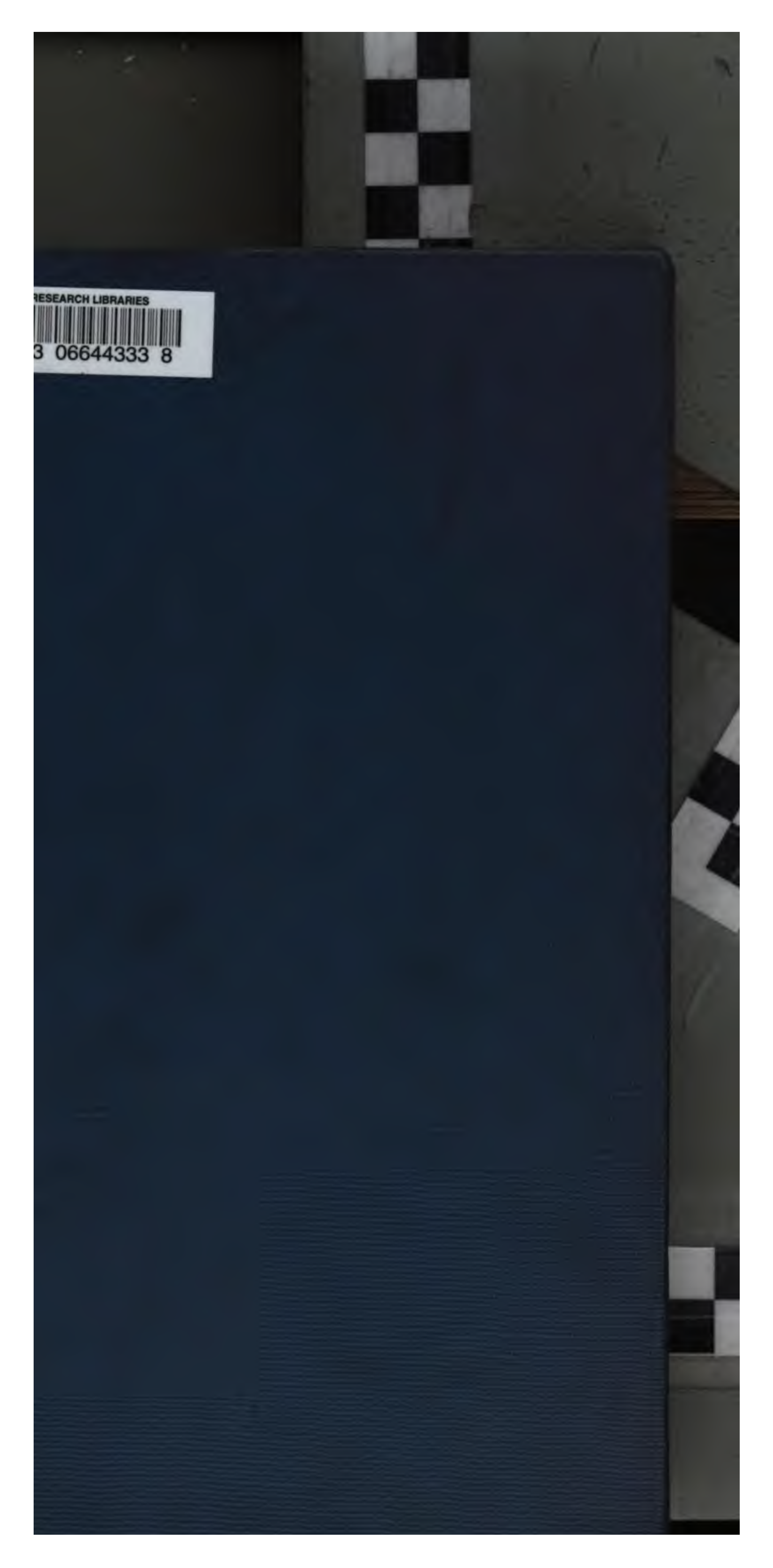
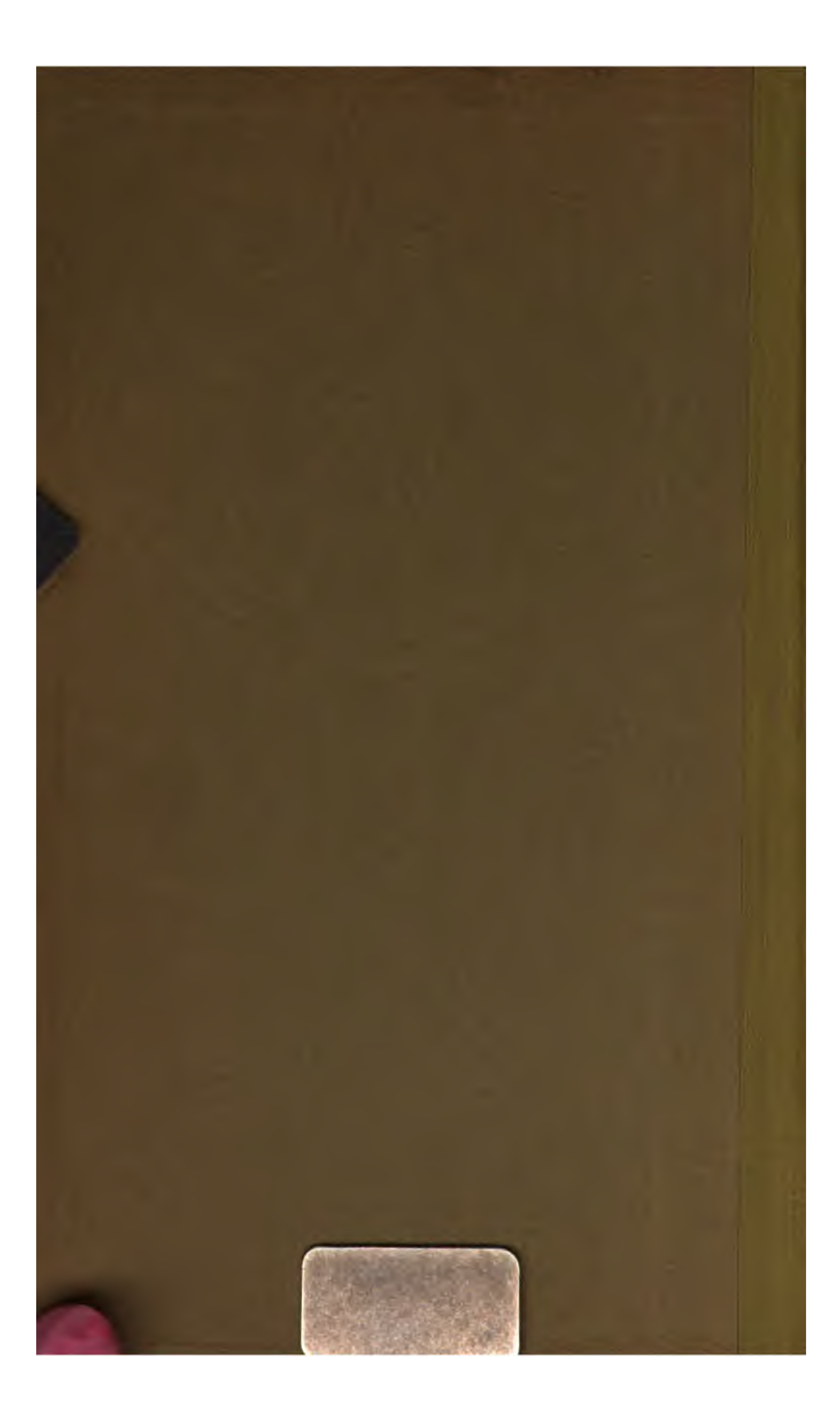



RESEARCH LIBRARIES
3 06644333 8









EXPOSITION

ANALYTIQUE ET EXPÉRIMENTALE

DE LA

THÉORIE MÉCANIQUE

DE

LA CHALEUR.


ΑΕΙ Ο ΘΕΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΕ

THÉORIE MÉCANIQUE DE LA CHALEUR.

(PREMIÈRE PARTIE.)

EXPOSITION

ANALYTIQUE ET EXPÉRIMENTALE

DE LA

THÉORIE MÉCANIQUE

DE

LA CHALEUR,

PAR

G.-A. HIRN.

TROISIÈME ÉDITION, ENTIÈREMENT REFONDUE.

TOME PREMIER.

PARIS,

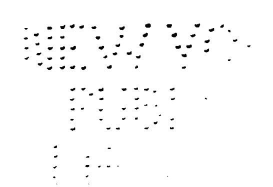
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

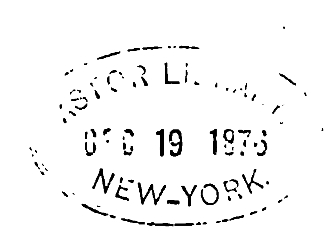
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

1875




NEW-YORK.

A LA MÉMOIRE

DE MON AFFECTIONNÉ AMI

CHARLES COMBES

A LA MÉMOIRE

DU SAVANT ÉMINENT ET DE L'HOMME DE BIEN

G. A. HIRN.

TABLE RAISONNÉE DES MATIÈRES.

LIVRE PREMIER.

PREMIÈRE PROPOSITION DE LA THERMODYNAMIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

ÉNONCÉ ET DÉMONSTRATION DE LA PROPOSITION I.

CHAPITRE II.

DIGRESSION CRITIQUE.

LIVRE II.

SECONDE PROPOSITION DE LA THERMODYNAMIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

CHAPITRE II.

ÉNONCÉ ET DÉMONSTRATION DE LA SECONDE PROPOSITION.

CHAPITRE III.

DIGRESSION SUR LE CARACTÈRE PARTICULIER DE LA PROPOSITION II ET SUR LES DIVERSES DÉMONSTRATIONS QUI EN ONT ÉTÉ PROPOSÉES.

CHAPITRE IV.

SUBDIVISION DE LA THERMODYNAMIQUE EN DEUX BRANCHES DISTINCTES.

LIVRE III.

PREMIÈRE BRANCHE DE LA THERMODYNAMIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

THÉORIE DES GAZ SUPPOSÉS PARFAITS.

CHAPITRE II.

THÉORIE DES VAPEURS SATURÉES.

CHAPITRE III.

THÉORIE DES VAPEURS SURCHAUFFÉES.

PRÉFACE ET INTRODUCTION.

Depuis la publication de la deuxième édition de ce Livre (1865), plusieurs ouvrages remarquables de Thermodynamique ont paru en France : les Traités de Combes, de Dupré, de MM. Briot, Saint-Robert, Moutier, la traduction des Œuvres complètes de M. Clausius, celle du grand Traité de M. Zeuner, etc., se trouvent aujourd'hui dans toutes les bibliothèques. Ce n'est pas sans inquiétude que j'ai accédé au désir de quelques personnes, peut-être trop bienveillantes, qui m'engageaient à faire paraître une nouvelle édition. Je ne pouvais un instant me dissimuler les difficultés de ma tâche, bien qu'elles aient encore singulièrement dépassé mon attente. Une considération cependant m'a décidé et m'a soutenu pendant mon travail.

Parmi ceux qui avaient le plus insisté auprès de moi se trouvaient des juges très-compétents, dont les conseils m'avaient été précieux en plus d'une occasion. Pour écrire un livre utile et original, je n'avais, en partie du moins, qu'à faire mon profit des critiques émises par eux, la plupart du temps sans intention préméditée, et saisies par moi au vol dans le cours des conversations : les contours, le cadre de mon travail étaient ainsi tracés, en quelque sorte, par la main d'autrui.

Sur certains points, il y a eu unanimité dans les avis. C'est

ce qui a eu lieu notamment quant à la partie expérimentale de mon exposition, à laquelle chacun me conseillait de donner le plus grand développement possible. Tout en évitant de tomber dans les détails et de transformer un ouvrage de science générale en une collection de Mémoires spéciaux de Physique, j'ai pourtant fait une part bien plus large qu'antérieurement à la description de mes expériences, soit déjà anciennes et connues, soit récentes et inédites. J'ai cherché à mettre chacun à même de les répéter au besoin et, en tout cas, d'en juger immédiatement le degré d'approximation. Je me suis, en ce sens, conformé d'autant plus volontiers au désir de mes futurs lecteurs, que, selon moi, la Thermodynamique tout entière repose non, comme on l'a cru très-longtemps, sur des hypothèses ou des principes de Physique mécanique en quelque sorte évidents et indiscutables, mais bien au contraire sur quelques faits expérimentaux précis, dont la connaissance et la vérification étaient indispensables : c'est ce que je ferai ressortir avec insistance partout où l'occasion se présentera.

Sur d'autres points cependant, les avis que je recueillais divergeaient singulièrement entre eux. En un cas essentiel, leur opposition m'aurait jeté dans la plus grande perplexité, si je n'avais eu à l'avance une opinion toute formée et bien motivée. Il s'agissait du fond et de la facture même du Livre : les uns me demandaient un ouvrage à la portée du grand nombre, d'une lecture aisée, et d'où fussent bannis non-seulement l'usage de l'Analyse mathématique, mais même toute équation algébrique; d'autres, au contraire, se récriaient à la seule idée de me voir tenter un livre de cette nature et me demandaient de la science pure, accompagnée de toutes les preuves nécessaires, quelque difficiles qu'elles fussent.

Je n'ai ni pu ni voulu me conformer exclusivement à l'une ou à l'autre de ces manières de voir; mais j'ai cherché, dans la limite du possible, à les concilier et à les faire aller de front.

Un livre qui a la prétention de contribuer, si peu que ce soit, aux progrès d'une science, ne peut être privé des démonstrations nécessaires pour consacrer ce qu'il présente de neuf ou ce qu'il veut modifier aux principes déjà connus et admis. L'hésitation de l'auteur ne peut porter que sur l'espèce de démonstration à employer : je dirai tout à l'heure à laquelle j'ai immédiatement encore donné la préférence. D'un autre côté, il est certain aussi qu'un ouvrage qui ne consisterait qu'en une série de propositions démontrées soit mathématiquement, soit même expérimentalement, ne s'adresserait plus qu'à un très-petit nombre de lecteurs décidés à en faire une étude spéciale. Il perdrait ainsi en réalité une bonne partie de son utilité. Il se trouve aujourd'hui, dans toutes les professions élevées, une foule de personnes qui ont reçu une éducation scientifique complète, mais qui n'ayant, dans les diverses carrières qu'elles suivent, trouvé que peu d'occasions d'employer leurs connaissances mathématiques entre autres, les ont peu à peu perdues de vue. Ces personnes redoutent de recommencer à un âge mûr des études dont on les a autrefois fatiguées, *saturées* (qu'on me passe ce terme), et dont on n'a pas toujours, il s'en faut, su leur montrer la portée objective. En dépit de cette sorte de paresse d'esprit, dont l'aveu irrite parfois l'homme de science, mais dont l'origine s'explique aisément, ces personnes s'intéressent au développement des sciences et restent parfaitement aptes à se les assimiler sous une certaine forme. Elles constituent une classe de lecteurs d'élite, dont on aurait tort de méconnaître les droits de juges et de critiques. Pour satisfaire dans la mesure du possible aux vœux de ce genre de lecteurs, j'ai fait une part très-large à la

b.

partie descriptive de mon exposition; j'ai consacré des paragraphes et parfois des Chapitres entiers à la discussion critique de certains principes, de certaines propositions de science générale ou spéciale; j'ai eu soin de présenter aussi d'une manière bien distincte le résultat des démonstrations, laissant le lecteur libre de passer celles-ci ou de les *subir*.

J'ai dit que je n'ai pas pu hésiter sur le mode de démonstration à employer. Ici j'ai cherché à garder un milieu entre deux extrêmes, dont l'un rend la science très-difficile à aborder et dont l'autre en fausse la direction.

Depuis un bon nombre d'années déjà, l'usage des démonstrations élémentaires et des démonstrations graphiques s'est répandu outre mesure et a fini par dégénérer en abus. En m'exprimant ainsi, je ne me livre point à une critique gratuite et arbitraire : chacune de ces formes de preuves a son utilité, pourvu qu'on l'applique en lieu convenable. La représentation graphique des résultats numériques, obtenus, par exemple, dans une suite d'expériences du même genre, est précieuse à l'observateur en ce qu'elle lui permet de juger rapidement, et à vue, la concordance des valeurs de même nature; mais la substitution d'une figure à une idée, dans la conception des phénomènes naturels, ne conduira jamais, quoi qu'on en dise, qu'à de fausses notions sur la vraie nature des choses. L'emploi abusif qu'on fait de nos jours de ces représentations n'a pas peu contribué à introduire jusque dans le domaine de la Métaphysique des erreurs monstrueuses, dont les intelligences en général ne se débarrasseront plus qu'à grand'peine.

En ce qui concerne les démonstrations élémentaires, telles qu'on les comprend du moins en général, c'est-à-dire celles qui ne s'appuient que sur les notions élémentaires du calcul (numérique et algébrique) ou de la Géométrie élémentaire

aussi, leur valeur ne saurait être contestée, mais à la condition qu'on ne les emploie qu'en place convenable, à condition qu'on ne les introduise que dans l'Astronomie, dans la Mécanique, dans la Physique, élémentaires aussi. Lorsqu'on veut, au contraire, y recourir pour faire saisir et pour vulgariser les parties élevées de ces sciences, on fait nécessairement fausse route. Beaucoup de très-grands et très-bons esprits, je le sais, ont à diverses reprises tenté de recourir à cette forme soit dans des Cours publics, soit dans des Traités très-étendus, dans l'espoir de rendre la science abordable au grand nombre. Il ne me serait pas difficile de citer des exemples qui constituent de vrais tours de force de talent en ce sens. De telles tentatives, incontestablement, font tout d'abord l'éloge le plus grand du caractère de ceux qui s'y livrent; chacun comprendra cette affirmation, sans que je la développe. Elles ont de plus, et tout aussi incontestablement, une utilité subjective très-grande, car elles forcent l'esprit à voir sous une nouvelle face plus simple ce que nous n'avions considéré qu'à un point de vue unique et abstrait; elles nous forcent à faire de la Synthèse alors que nous n'avions fait que de l'Analyse; elles nous forcent à considérer les phénomènes dans leur ensemble et dans leur essence, même alors que nous n'avions fait que les disséquer. Tel est le côté vraiment utile des démonstrations plus ou moins élémentaires ou de leur recherche, mais c'est certainement le seul. On se ferait, en effet, d'étranges illusions, si l'on croyait qu'avec leur aide on ait jamais fait comprendre à un public non préparé de longue main autre chose que l'Astronomie, la Cosmogonie, la Physique, purement descriptives; et, pour peu qu'on sonde un tant soit peu les impressions d'un tel public, on ne tarde pas à reconnaître qu'il y règne une antipathie réelle pour ces démonstrations qu'on croyait si claires et si abordables.

La raison en est très-simple : tous ceux qui possèdent les principes fondamentaux de l'Analyse infinitésimale ont eu maintes fois l'occasion de reconnaître qu'une démonstration élémentaire, lorsqu'elle porte sur autre chose que sur la partie élémentaire de telle ou telle science, est presque toujours plus difficile à saisir que la démonstration analytique équivalente. Soit dit en passant, si dans l'enseignement des Mathématiques on tenait plus compte de cette observation, on éviterait aux jeunes gens bien des fatigues, bien des efforts en pure perte, en les initiant beaucoup plus tôt qu'on ne le fait à l'usage de l'Analyse. La difficulté dont je parle naît d'une disproportion dissonante qui existe entre la chose à démontrer et l'instrument de démonstration. Elle existe pour une intelligence déjà préparée par de longues études antérieures, mais elle est naturellement centuple pour un esprit non cultivé en ce sens : elle est telle, qu'elle rebute les personnes qu'intéresse le plus l'étude de la nature.

Si ce que nous disons est presque évident déjà lorsqu'il s'agit de l'interprétation de phénomènes que chacun a tous les jours sous les yeux, dont il est témoin à tout instant, à plus forte raison cela s'applique-t-il à l'interprétation de phénomènes qui, au contraire, échappent à la vue du grand nombre; et, pour me résumer, pour me tenir dans mon sujet, je crois ne pas me tromper en disant qu'en dépit des efforts louables qui ont été faits déjà par quelques savants, il n'est ni possible, ni en quoi que ce soit utile de chercher à donner la forme élémentaire à une exposition de la Thermodynamique, destinée, en partie du moins, à apporter des données nouvelles à la science et destinée, par suite, à n'être lue que par des lecteurs déjà initiés aux principes fondamentaux.

En m'abstenant complétement de ce genre de démonstrations, j'ai cherché à éviter toutefois aussi l'excès précisément

opposé, qui consiste à employer des moyens par trop *puissants* pour démontrer ce qui est *relativement simple*. Pour atteindre ce but, j'ai cru pouvoir sans inconvénient modifier la méthode généralement employée aujourd'hui. Je donne ici quelques développements à ma pensée, de crainte qu'elle ne soit mésinterprétée.

Dans tous les ouvrages, didactiques ou non, d'Astronomie, de Mécanique rationnelle, etc., on commence par construire un ensemble d'équations douées du plus haut degré possible de généralité et renfermant implicitement tous les problèmes qui se présentent dans la science; puis on modifie les uns ou les autres des termes qui y entrent, et on les approprie ainsi à la solution de tel ou tel cas particulier. C'est à cette méthode d'exposition, et j'ajoute surtout d'investigation, que nos sciences exactes doivent leur solidité, leur grandeur et leurs plus beaux développements. Elle a été appliquée sous la forme la plus remarquable dès la fondation même de la Thermodynamique; et c'est, il faut bien le faire ressortir, ce qui a donné, dès l'abord, à la nouvelle doctrine son caractère indélébile.

Tant qu'une science ne repose pas sur une assise solide, tant qu'elle n'est pas arrivée à un degré de développement suffisant, ce serait la compromettre, et en tous cas en retarder la marche, que d'abandonner une méthode aussi féconde et aussi sûre. Dans l'état actuel de l'Astronomie, de la Mécanique, une telle prudence n'est plus nécessaire, et l'on peut, sans aucun danger, suivre une ligne d'investigation précisément opposée; au lieu d'aller du général au particulier, on peut, dans certains cas favorables, quoique exceptionnels, aller avec fruit du particulier au général. C'est, s'il m'est permis de citer deux de mes travaux antérieurs, ce que j'ai réussi à faire dans ma *Théorie analytique élémentaire du gyro-*

scope (1) et dans mon *Mémoire sur les conditions d'équilibre et sur la nature probable des anneaux de Saturne* (2). En construisant directement les équations spéciales à chaque cas, je suis parvenu, si je ne me fais illusion, à mettre à la portée des personnes qui possèdent seulement les premiers éléments du Calcul infinitésimal deux problèmes dont la solution est incontestablement très-difficile et très-compliquée lorsqu'on suit la marche inverse.

J'ai pensé pouvoir procéder de même quant à l'une des branches au moins de la Thermodynamique. M. Clausius a su lui donner dès l'origine une forme classique qui lui restera désormais; en m'exprimant ainsi je ne fais qu'être juste et je ne léserai les droits de personne. M. Zeuner de son côté, dans son bel Ouvrage, a respecté cette forme et l'a admirablement délimitée; il a approprié son exposition à l'enseignement en lui donnant ce degré de clarté qui est le propre de tous ses écrits. Dans un ouvrage comme celui que je publie, j'ai pu, par suite, déroger sans crainte à la méthode générale, là où j'en ai reconnu la convenance; j'ai pu établir directement, par exemple, la théorie des gaz, des vapeurs saturées et surchauffées, sans risquer que les équations perdent en rien ni de leur généralité, ni de leur précision. Les avantages essentiels de cette manière de procéder consistent non-seulement à rendre plus faciles, plus saisissables, les abords d'une théorie, mais encore et surtout à nous permettre de suivre sans cesse, de *surveiller*, si je puis dire, la réalité physique des phénomènes à travers la complication des symboles algébriques. C'est à cela, il me semble, que doit surtout viser

(1) *Annales de l'Observatoire de Paris*, t. IX, in-4°, 1868, librairie Gauthier-Villars.

(2) In 4°, 1872, librairie Gauthier-Villars.

le chercheur qui veut étudier la nature, et qui par suite tient à ne pas convertir un problème de Physique mécanique en un exercice de Mathématiques pures.

Je viens de dire non ce que j'ai fait, mais, beaucoup plus modestement, ce que j'ai cherché à faire. C'est au lecteur de juger dans quelle mesure j'ai réussi. Il y a deux démonstrations que je me flatterais en vain d'avoir rendues faciles à saisir : l'une concerne la PROPOSITION II de la Thermodynamique, l'autre porte sur un théorème de la détente des vapeurs sans rendement de travail externe. Dans plusieurs écrits antérieurs, j'avais tenté de donner à ces démonstrations une forme abordable au grand nombre des lecteurs. Je me suis aperçu alors combien il est dangereux de donner une apparence facile à ce qui est difficile dans son essence même. Le grand nombre, en dépit de mes efforts, n'a néanmoins pas saisi, et ceux qui sont exercés aux difficultés de l'Analyse ont jugé mes démonstrations imparfaites ou insuffisantes. J'ai pris, dès ce moment, le parti unique à prendre : c'est de ne m'occuper absolument que de démontrer juste, n'importe la route suivie.

Dans la plupart des ouvrages de Physique modernes, quand il est question des effets mécaniques de la chaleur, de l'électricité, etc., on a coutume de poser comme une vérité acquise que les phénomènes qu'on attribuait autrefois à des principes impondérables ne doivent plus désormais être considérés que comme des mouvements de la matière pondérable; on affirme même que c'est la Thermodynamique qui a mis hors de doute la justesse de cette interprétation. J'ai publié, en 1868, un Ouvrage étendu et spécial (¹), dans lequel j'ai fait ressortir

(¹) *Analyse élémentaire de l'Univers.* 1 volume grand in-8°, 1868, librairie Gauthier-Villars.

l'insuffisance, les côtés faibles, la partie réellement fautive de cette synthèse. Pendant les six années qui se sont écoulées depuis la publication de ce Livre, j'ai continué de travailler et de *chercher* en tous sens, sans aucun parti pris ; non-seulement je ne me suis heurté contre aucun fait en opposition avec les idées que j'ai exposées, mais j'en ai trouvé un grand nombre qui les confirment pleinement. Je me hâte toutefois de le dire : présentées et employées comme elles l'ont été par quelques-uns des grands analystes qui ont fondé la partie mathématique de la Thermodynamique, les interprétations relatives à la nature de la chaleur ne renferment absolument rien qui soit contraire à une philosophie saine et rationnelle. Quel que soit le sort que leur réserve l'avenir, et alors même que, comme j'en ai la conviction, elles ne répondraient point à la vérité, elles n'en demeureront pas moins des points de repère brillants qui auront dirigé la marche progressive de la science. Prises en ce sens, ces interprétations sont des questions de fait pures et simples, qui indubitablement recevront des faits leur sanction ou leur réfutation. Elles n'ont rien absolument de commun avec l'erreur fondamentale qu'on en a déduite généralement, et dont on prétend rendre la Thermodynamique responsable. De ce que la chaleur, l'électricité, la lumière *seraient* des mouvements variés de l'atome matériel, on a conclu que le mouvement en général ne relève que du mouvement, que la Force proprement dite n'a aucune existence réelle dans l'Univers, que la gravitation elle-même n'est que la conséquence d'un mouvement invisible des atomes dans l'espace, que les Corps, quels qu'ils soient, ne sont que la résultante d'une multitude de particules qui se *poussent* les unes les autres. C'est contre un matérialisme aussi radical que mon Ouvrage de 1868 est, et restera, je l'espère, une protestation énergique. Une telle doctrine, je le dis

ici à haute voix, est un non-sens inouï dont eussent été honteux Épicure et Lucrèce, s'il leur avait été donné de connaître la dixième partie seulement des faits exacts dont dispose le métaphysicien du XIX[e] siècle. Elle restera une tache dans l'histoire de la philosophie de notre grande époque scientifique.

Je le répète, les interprétations qu'ont données, entre autres, et notamment, Rankine et M. Clausius, quant aux phénomènes de la chaleur, n'ont absolument rien de commun avec la prétendue *grande synthèse* que je stigmatise dans les lignes précédentes, et, si on les considère de près, on reconnaîtra même qu'elles lui sont bien positivement contraires, quelque différentes qu'elles soient d'ailleurs entre elles-mêmes.

J'ai dit que d'après moi ni l'une ni l'autre de ces interprétations ne répond à la réalité des faits. Quoi qu'il en soit maintenant du plus ou moins de solidité des preuves que j'ai données à l'appui de cette assertion, j'ai pris le parti de bannir de l'Ouvrage qu'on va lire tout ce qui de près ou de loin pourrait ressembler à une hypothèse de Métaphysique; et je me suis, à l'occasion, borné soit à renvoyer à l'Ouvrage ci-dessus, soit à faire quelques digressions purement critiques, pour reposer l'esprit du lecteur. On me saura quelque gré, j'espère, d'une telle réserve. Il m'eût été très-facile de traduire en symboles mathématiques la partie essentielle de la doctrine que je crois vraie et de les substituer à ceux qu'on tire de la doctrine que je crois fausse. Cette substitution m'eût étrangement facilité un bon nombre de démonstrations, notamment celle de la PROPOSITION II. Ainsi qu'on le verra, la difficulté de cette dernière repose à peu près exclusivement sur celle que présente la conception même de ce qui constitue la TEMPÉRATURE. Lorsqu'à une notion tout à

fait générale, mais nécessairement plus ou moins vague, on substitue ici une hypothèse particulière renfermant d'une manière ou d'une autre le principe de la conservation du travail sous forme réelle ou potentielle, toute difficulté disparaît.

Le lecteur trouvera, sans doute, la partie bibliographique de mon travail très-pauvre. A part quelques noms propres, qui arrivent forcément sous la plume lorsqu'on parle de la Thermodynamique, je n'ai renvoyé en quelque sorte à aucune source, à aucune pièce justificative, comme on dit. Cette manière de faire, que j'ai suivie de crainte de commettre parfois des injustices, bien involontaires, présente en thèse générale, je le sais, un double danger, surtout lorsque l'auteur lui-même prétend apporter une quote-part nouvelle au développement de la science. Elle l'expose soit à sembler s'emparer du bien d'autrui, soit à présenter comme déjà connu ce qui, au contraire, est neuf. Au cas particulier cependant, le danger que je signale est à peu près nul. Il y a peu de sciences dont l'histoire ait été faite, dès son origine, sous une forme plus intéressante et plus exacte que celle de la Thermodynamique, et cela déjà par ses fondateurs mêmes. L'Ouvrage de M. Zeuner, arrivé plus tard (2e édition, publiée en 1866), est un modèle du genre, comme esprit d'équité et de conscience dans les citations. Chacun, en un mot, a en main les éléments historiques nécessaires. En ce qui concerne la part personnelle que je puis avoir, j'ai donc pu sans nul souci la noyer dans l'ensemble de l'exposition, et me fier à mes lecteurs qui sauront aisément discerner ce qui peut m'appartenir, et surtout ce qui ne m'appartient en aucune façon. Sauf quelques rares exceptions qui m'ont été d'autant plus sensibles qu'elles partaient d'un côté d'où précisément je ne les attendais pas, j'ai toujours eu trop à me louer de la bienveillance du public

compétent pour ne pas m'y confier pleinement en cette occasion encore.

L'alinéa précédent renferme une espèce de contradiction qui n'aura pas échappé au lecteur, mais qui n'est qu'apparente et qui dérive de ce que, dans l'appréciation des éléments constituants du progrès scientifique, je me place à un point de vue autre que celui d'où l'on part d'habitude. Pour le faire ressortir, je me permets de faire, quant aux questions de priorité scientifique et à leur valeur, quelques réflexions que personne ne trouvera déplacées dans cette Introduction.

Lorsque le domaine de la science s'enrichit d'une conquête nouvelle, qu'il s'agisse de la fondation d'une théorie, ou d'un principe, ou d'un ordre de faits jusque-là encore inconnus, on voit d'ordinaire poindre de côtés et d'autres des réclamations de priorité qui semblent prouver que l'inconnu était connu déjà; puis aussi, selon le cas, interviennent les érudits proprement dits et exclusifs, qui font à leur tour reculer encore, et souvent à perte de vue, la date de naissance qu'on croyait d'hier. Le public, toujours porté à croire au plagiat, après avoir exagéré outre mesure le mérite de l'*inventeur*, ne manque pas alors de le rabaisser peu à peu en raison directe du nombre des réclamations, et l'on entend répéter par chacun ce dicton : *Il n'y a décidément rien de neuf sous le Soleil.*

Tant qu'il ne s'agit que de *dégrossir* la question en litige, le rôle du critique est ordinairement facile.

En ce qui concerne la constatation du caractère réel et positif d'une découverte quant aux dates, l'un des meilleurs critiques de notre temps a posé une règle dont la justesse saute aux yeux : « Dans l'exposé historique que nous nous proposons de faire des origines de la théorie ondulatoire de la lu-

mière, nous laisserons entièrement de côté les questions d'érudition, et nous nous abstiendrons de rechercher dans les ouvrages des philosophes de l'antiquité et des scolastiques du moyen âge les germes des découvertes modernes, si toutefois ils y existent : une pareille étude, intéressante sans doute pour l'histoire, l'est fort peu au point de vue scientifique, et nous entraînerait hors de notre sujet. Nous nous tiendrons à ce principe, qui consiste à regarder comme le fondateur d'une théorie, non pas l'auteur chez qui l'on découvre un aperçu plus ou moins vague, mais celui qui le premier a su tirer un corps de doctrine scientifique de ce qui n'était avant lui qu'une hypothèse sans fondement sérieux (¹). » Ce que dit Verdet de l'histoire de la théorie ondulatoire de la lumière peut et doit s'étendre à la découverte de n'importe quelle théorie, quelle doctrine, quel ensemble de faits. Chacun comprendra pourquoi je cite ici les paroles de Verdet. Doué d'une mémoire sans pareille, il possédait le corps entier des sciences modernes et anciennes; il fut non pas l'un des savants les plus érudits, mais peut-être le plus érudit des savants de notre temps : l'érudition chez lui était une seconde nature. Mais à une mémoire admirable il joignait une intelligence lucide et pénétrante, qui lui permettait de coordonner les trésors de faits recueillis par lui; et, qualité sans laquelle toutes les autres perdent leur valeur, l'homme moral était à la hauteur de l'homme intellectuel : Verdet fut le caractère le plus loyal et le plus ennemi de l'injustice qui se pût rencontrer. C'est la réunion de toutes ces qualités qui a fait de lui un critique accompli. Le précepte qu'il donne peut servir de règle absolue et générale. Si l'on s'y conformait d'habitude, le terrain de la

(¹) *Œuvres de Verdet*, t. V. (*Leçons d'Optique expérimentale professées à l'École Normale.*)

Science serait promptement débarrassé d'un bon nombre de réclamations mal fondées. En l'appliquant avec équité, il n'y a pas moyen de concevoir de doutes sur la date réelle de naissance de la Thermodynamique, par exemple.

De toutes les propriétés, celle de la pensée est certes la plus sacrée; de tous les vols, celui de la pensée d'autrui est le plus odieux. Dans l'histoire de nos sciences physiques ou exactes cependant, des exemples de rapts bien constatés de ce genre sont, on peut le dire avec satisfaction, fort rares. De violents débats, je le sais, se sont élevés à plusieurs reprises sur le domaine paisible de la Science, au sujet d'accusations de cette nature; mais rarement l'accusation et les débats ont eu d'autre fondement que l'ignorance et la passion des critiques. Comme exemple mémorable et caractéristique, je rappellerai la querelle qui s'est élevée au sujet de la découverte du Calcul infinitésimal, non entre Newton et Leibnitz eux-mêmes, mais entre leurs contemporains, disons plutôt leurs partisans *quand même* et passionnés. On sait aujourd'hui parfaitement qu'aucun de ces deux grands hommes n'a *volé* l'autre : j'emploie à dessein le terme injurieux qu'on se jetait réciproquement. Tous deux ont fait la découverte à l'insu l'un de l'autre. Si les critiques de l'époque eussent possédé seulement les notions élémentaires nécessaires pour discuter, ils eussent reconnu aisément que les méthodes et les points de départ de ces deux génies sont si complétement différents entre eux, qu'ils ont conduit, on pourrait presque dire, à deux calculs infinitésimaux distincts, et que pas un soupçon légitime ne pourrait être conçu quant à l'origine parfaitement indépendante de ces deux formes d'une même science.

De nos jours, la critique se fait, sinon toujours avec plus de conscience, avec moins de passion, du moins d'après des règles plus sûres. Aussi les débats de l'espèce dont je parle de-

s'agit surtout de la fondation d'une doctrine, d'une théorie, d'un principe nouveau, on peut dire que la pose n'est réellement solide et inébranlable que quand elle a ainsi reçu la sanction de plusieurs penseurs à la fois. L'historien sans doute doit toujours soigneusement rechercher les dates précises qui répondent chez les uns et les autres à l'éclosion de la vérité, mais la question de dates doit néanmoins passer au second plan. La mission principale du critique est d'apprécier consciencieusement la valeur intrinsèque de la part que chacun a apportée à l'édifice nouveau, de faire ressortir ce qu'elle a de particulier, d'original, ce qui, quant au sens qu'elle a, la sépare ou la rapproche des idées qui ont eu cours jusque-là. C'est ne pas saisir l'esprit même des sciences, son caractère grand et élevé, que de s'attacher trop exclusivement à une question de priorité, que d'assimiler la date d'une propriété intellectuelle à celle de la prise d'un brevet d'invention.

La mission de la critique scientifique ainsi comprise devient sans doute très-difficile. Plus d'une qualité spéciale est nécessaire à celui qui veut la remplir; deux, entre autres, et presque contradictoires, sont indispensables. Il faut posséder au complet la science dont on veut tracer la marche, au point de vue des individualités qui y ont concouru, et il faut être en quelque sorte *indifférent* à cette science. Il faut ne pas intervenir soi-même dans son développement. Celui qui s'occupe lui-même d'un sujet et qui le travaille de façon à l'étendre, à le compléter, suit, en effet, toujours la route et la méthode qui sont le plus en harmonie avec ses aptitudes, avec sa disposition d'esprit; et, au bout d'un certain temps, il lui devient difficile, sinon impossible, d'apprécier les œuvres qui se sont produites à l'aide d'une méthode différente et sur une autre voie. Dans les arts, on peut le remarquer mille fois, les critiques les moins justes, les plus exclusifs, sont, à de rares

exceptions près, les artistes eux-mêmes; mais ce qui est frappant dans le domaine des arts reste encore en partie vrai sur le domaine de la Science.

Les considérations précédentes, si j'ai su les présenter clairement, expliqueront et légitimeront le parti que j'ai pris d'être très-sobre de jugements et de citations bibliographiques. La partie historique et philosophique du développement de la Thermodynamique est intéressante au plus haut degré; je n'ai toutefois pas *osé* m'en faire l'écrivain, de crainte d'obéir parfois trop à mes tendances d'esprit particulières et de ne pas rester assez juste à l'égard d'œuvres qui s'écartent trop, par la forme et le fond, de celles que je me suis habitué à considérer comme des modèles classiques.

En terminant cette Introduction, je me fais un devoir de remercier tous les lecteurs de mon Édition précédente pour l'indulgence qu'ils m'ont témoignée. Par des raisons qui feraient rire à bon droit, mais qu'il est inutile de relater, cette édition est devenue un chef-d'œuvre d'incorrection typographique, à ce degré que, quand je me suis trouvé *forcé* de la relire pour voir ce qui méritait ou non d'être conservé dans une édition nouvelle, je me suis vu maintes et maintes fois arrêté tout court, ne pouvant plus déchiffrer mes propres équations.

A ce point de vue du moins, je puis, sans manquer de modestie, dire que cet Ouvrage ne méritera plus de reproches. Le nom de son éditeur et de son imprimeur est un garant suffisant de l'exécution typographique.

EXPOSITION ANALYTIQUE ET EXPÉRIMENTALE

DE LA

THÉORIE MÉCANIQUE

DE

LA CHALEUR.

LIVRE PREMIER.

PREMIÈRE PROPOSITION DE LA THERMODYNAMIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

ÉNONCÉ ET DÉMONSTRATION DE LA PREMIÈRE PROPOSITION.

Tout l'ensemble des théorèmes de la Thermodynamique repose sur deux propositions fondamentales : l'une exprime la relation qui existe entre le travail mécanique et la chaleur considérée à la fois comme force et comme quantité susceptible d'augmentation ou de diminution ; l'autre exprime la relation qui existe entre le travail mécanique, les quantités de chaleur, et la température à laquelle le travail ou la chaleur sont produits ou dépensés. Leur exactitude étant une fois démontrée, on en tire avec facilité non-seulement les équations qui concernent le travail fourni par les moteurs thermiques de tous genres, mais encore celles qui expriment les propriétés physiques, et même en partie déjà les propriétés chimiques des corps. Je vais donc donner à leur démonstration

tous les développements qu'elle comporte, et préciser aussi nettement que possible leur sens. Cette double démonstration sera l'objet des Livres I et II.

Je commence par donner, sous sa forme la plus frappante et la plus saisissable, l'énoncé de la première Proposition, dont la démonstration sera l'objet de ce Chapitre I.

PREMIÈRE PROPOSITION DE LA THERMODYNAMIQUE.

Toutes les fois que le calorique, en agissant sur un corps, donne lieu à un travail mécanique, il disparaît une quantité de chaleur proportionnelle à ce travail. Toutes les fois qu'un travail mécanique est consommé en actions quelconques sur un corps ou dans un corps, il apparaît en dernière analyse une quantité de chaleur proportionnelle à ce travail.

Le rapport qui existe ainsi entre le travail produit ou consommé et la chaleur disparue ou apparue est non-seulement constant pour un même ordre de phénomènes, mais il est le même d'un ordre de phénomènes à un autre ; il ne dépend en aucune façon de la nature des corps sur lesquels agit la chaleur, sur lesquels s'exerce l'action mécanique.

Ce rapport constant est ce qu'on appelle l'*équivalent mécanique* de la chaleur ou l'*équivalent calorifique* du travail, selon qu'on choisit pour diviseur la quantité de la chaleur ou celle de travail.

En d'autres termes, si l'on désigne par Θ une quantité donnée de travail consommé ou produit, et par Q la quantité de chaleur en plus ou en moins *due à ce travail,* on a

$$\frac{\Theta}{Q} = \text{const.}$$

Je désignerai désormais ce rapport, ou l'équivalent méca-

nique de la chaleur, par la lettre majuscule E. Le rapport inverse, l'équivalent calorifique du travail, ou

$$\frac{Q}{\Theta} = \frac{1}{E}$$

sera désigné par la lettre A.

COROLLAIRE IMMÉDIAT. — *Quelles que soient les actions exercées sur un corps par le travail mécanique, la quantité de chaleur présente reste invariable, pourvu qu'un travail produit soit suivi, précédé ou accompagné d'un travail égal consommé.*

L'importance de cette proposition ressort partiellement de son seul énoncé. Je dis partiellement : en effet, la grandeur de la proposition, l'étendue de ses applications, les modifications profondes qu'elle amène dans la nomenclature même de quelques sciences, son sens réel lui-même ne nous apparaîtront que peu à peu dans toute leur lumière. Il est évident qu'elle établit entre la Mécanique et la Physique un trait d'union qu'il y a peu d'années encore on ne soupçonnait même pas ; mais nous verrons que ce trait d'union s'étend à la Chimie, à la Physiologie, à la Cosmogonie, et ceci n'est, en aucune façon, évident par soi-même.

La marche que nous avons à suivre pour la démonstration se trace en quelque sorte d'elle-même à nous. Elle se divise naturellement en trois points principaux :

§ I. — *Il disparaît de la chaleur toutes les fois que, par une action s'exerçant du dedans au dehors d'un corps, il se produit un travail mécanique externe. Réciproquement, il se produit de la chaleur toutes les fois qu'une action s'exerçant sur un corps du dehors au dedans coûte du travail.*

Voilà deux faits à prouver d'abord, indépendamment de toute idée de quantité absolue de travail ou de chaleur.

Dans ce premier paragraphe, je ne ferai que rappeler des faits connus, ou en indiquer d'autres qui seront démontrés expérimentalement dans le paragraphe suivant :

§ II. — *Une loi de proportionnalité simple et directe relie les manifestations positives ou négatives de chaleur aux quantités de travail négatif ou positif que représente une action moléculaire quelconque.*

En d'autres termes plus précis encore :

La chaleur disparue ou produite est toujours proportionnelle au travail produit ou dépensé.

Dans ce paragraphe II, je citerai en détail les principales expériences qui mettent cette proposition hors de doute, au point de vue de l'observation.

§ III. — *Il existe un rapport constant et unique entre les quantités de chaleur qui disparaissent ou qui apparaissent et les quantités de travail produites ou consommées.*

La détermination expérimentale de ce rapport, ou de l'équivalent mécanique de la chaleur, sera l'objet de ce troisième paragraphe.

§ I.

Il disparaît ou il apparaît de la chaleur toutes les fois que, par une action s'exerçant du dedans au dehors ou du dehors au dedans d'un corps, il se produit un travail externe positif ou négatif.

Frottements.

Le frottement, dans nos machines, comme dans les phénomènes de la nature où il se présente, est compris parmi ce

qu'on nomme les *résistances passives*, et il était autrefois considéré comme une cause continue de perte de travail. Ce dernier point de vue est juste par rapport à nous; il est complétement faux par rapport à l'économie de la nature. Dans nos machines, quelles qu'elles soient, dans une montre comme dans une machine à vapeur, le frottement des pièces nous force à sacrifier une partie plus ou moins grande de la puissance disponible, et, pour nous, cette partie constitue une perte réelle. Pour la nature, il n'y a ici aucune perte. Tout travail consommé en frottement est parallèle à un développement de calorique, et ce calorique, à titre de FORCE, de cause capable de tirer la MATIÈRE du repos ou de l'y faire rentrer, représente, comme nous le verrons bientôt, le travail pour nous perdu. Une cascade dont nous n'utilisons pas la puissance motrice représente pour l'industriel une perte de travail; et pendant de longues années elle l'a représentée pour l'homme de science lui-même. De fait, il n'y a rien de perdu du tout; le frottement, en détruisant le mouvement des molécules de l'eau, développe du calorique, qui, comme nous le verrons, représente intégralement la force vive annulée.

On a cru pendant très-longtemps que la chaleur produite par le frottement des corps solides, les uns sur les autres, est due à une usure, et par suite à une rupture d'équilibre des parties. Cette espèce d'interprétation semblait confirmée par ce fait, que dans nos machines le frottement et la chaleur qui en résulte sont d'autant plus faibles que les surfaces frottantes sont plus dures, plus polies et mieux lubrifiées par un corps gras, conditions dans lesquelles évidemment l'usure est réduite elle-même à son minimum. Mais cette explication, qui d'ailleurs en demanderait elle-même une, est réfutée directement par le fait, longtemps ignoré il est vrai, que le frottement des parties d'un liquide entre elles développe de

viennent-ils peu fréquents, et, lorsqu'ils se produisent, ils sont promptement tranchés sous une forme équitable.

J'ai dit que le rôle du critique est aisé tant qu'il ne s'agit que de *dégrossir* la question d'époque ou de propriété d'une découverte. Il cesse d'en être ainsi, et ce rôle devient des plus difficiles, des plus délicats dès qu'on cesse de considérer les Annales des Sciences comme une sorte de registre exclusif de dates, dès qu'on veut peser la valeur de chacun des éléments qui ont aidé à constituer une science nouvelle; et il me semble que c'est surtout là qu'est la mission d'un critique sérieux.

Il est très-rare qu'une grande découverte soit faite d'une pièce par un seul *chercheur*. Il arrive presque toujours que plusieurs esprits sont amenés par un ensemble de causes communes, qu'on pourrait appeler les *besoins d'une époque*, à s'occuper en même temps et à l'insu les uns des autres d'un même sujet; un but commun se trouve ainsi atteint à des intervalles de temps parfois fort rapprochés. C'est ce qui a lieu sous la forme la plus frappante quant à la Thermodynamique. Le rôle d'un critique réel et sérieux devient en pareil cas tout autre que celui d'un simple enregistreur de dates.

Et cependant, constatons-le d'abord sous forme digressive et avec regret, l'habitude de jauger le mérite des savants par les dates seules prévaut parmi le public en général et même parmi bon nombre de personnes compétentes. Un tel arrive un an, un mois, un jour plus tard que tel autre au même but, mais il y arrive loyalement, en suivant une autre route, il montre le but sous une tout autre face que ne l'avait fait son devancier : pour la grande majorité du public, c'est ce dernier néanmoins qui est seul le *grand homme;* son nom seul mérite d'être conservé. Peu de personnes se rendent bien compte de la déplorable influence qu'a de nos jours cette manière de juger sur la marche des sciences en général. Elle a

pour résultat immédiat de faire du domaine si paisible et si grave de la Science le théâtre d'une espèce de *steeple-chase*, où le mérite unique est d'arriver le premier au but, ce but fût-il imaginaire. Chacun, craignant d'être devancé et, par conséquent, *spolié*, se hâte de prendre date et de mettre au jour les produits, la plupart du temps non mûrs, de ses recherches; un fait avancé aujourd'hui est remplacé demain par un autre tout contraire, sans qu'il soit désormais possible à qui que ce soit de discerner quel est le vrai. Les travaux doués d'ensemble et de cohésion deviennent de plus en plus rares; il faut un courage réel pour garder en portefeuille pendant tout le temps que coûtent la rédaction et l'achèvement d'un gros volume, pendant trois, quatre ans parfois, les éléments inédits qui doivent donner à l'œuvre une valeur. Que dis-je! les lecteurs eux-mêmes de tels ouvrages, quelles qu'en soient la nature et la portée, deviennent de plus en plus rares. Habitué à recevoir la science par fragments épars et sans lien, chacun finit par redouter de souder entre elles les choses qui sont en rapport. Certains écrivains, même fort en renom, de critique périodique, peuvent sans crainte, lorsqu'ils sont embarrassés de produire de la *matière* à temps voulu, copier des pages entières de tel livre moderne trop sérieux, sûrs que personne ne se doutera du plagiat.

Nous disons qu'il est rare qu'une grande découverte ne soit pas faite vers une même époque par plusieurs *chercheurs* à la fois; mais il est tout aussi rare que chacun la fasse sous la même forme, que chacun, au contraire, ne lui imprime pas son cachet spécial, original, dépendant de la tendance de son esprit, de ses aptitudes, de son espèce de culture scientifique. Cette simultanéité dans les résultats des recherches, loin d'être indifférente quant aux progrès de la Science, en constitue, au contraire, une des conditions les plus frappantes; et, quand il

côté, une expérience de M. Joule, sur laquelle je reviendrai longuement, prouve qu'on peut laisser un gaz augmenter de volume, sans qu'il disparaisse de chaleur, pourvu qu'on ne produise pas de travail externe.

On est donc aussi forcé de reconnaître une relation de cause à effet entre la chaleur et le travail, dans l'acte de la compression et de l'expansion des corps en général.

Déformation des corps.

L'élasticité proprement dite, c'est-à-dire l'aptitude à reprendre un volume primitif, dès que la cause qui avait modifié ce volume vient à cesser d'agir, est une propriété générale des corps.

Au contraire, ce qu'on appelle ordinairement élasticité, c'est-à-dire l'aptitude des corps à reprendre leur forme première, est une propriété beaucoup plus restreinte. Il est évident d'abord qu'elle est, sinon nulle, du moins impossible à constater dans les gaz et dans les liquides : elle n'est propre qu'aux solides. De plus, elle varie si énormément en intensité d'un corps solide à l'autre, qu'on a pu, sans trop d'exagération, classer ceux-ci en corps élastiques et non élastiques. Ce genre d'élasticité certainement relève de l'élasticité proprement dite : dans un ressort d'acier que nous plions, il y a des fibres comprimées, il y en a de détendues, et il y a par suite des modifications dans les volumes élémentaires qui composent le volume total; mais il se fait des compensations telles que ce volume total, peut-être, ne varie pas. L'élasticité ordinaire dépend donc, en outre, du plus ou moins de mobilité relative des molécules.

Quoi qu'il en soit, dans les corps élastiques comme dans les corps non élastiques, tout changement de forme opéré par

un effort externe détermine une élévation de température. Un morceau de plomb que nous plions ou que nous refoulons s'échauffe; une bande de caoutchouc que nous allongeons s'échauffe. La densité et la capacité du plomb refoulé ne varient pas sensiblement. La densité du caoutchouc s'accroît un peu par l'allongement (du moins pour le caoutchouc naturel). Mais ni les changements de densité, ni ceux de capacité calorifique n'ont en tous cas rien de commun ici avec le phénomène thermique. Comme corps mou, le plomb refoulé garde sa forme dernière, et il reste chaud. Comme corps élastique, le caoutchouc revient à sa forme première, dès que l'effort qui l'a distendu cesse. Mais cet effort peut cesser graduellement ou tout d'un coup, et les résultats thermiques sont tout différents. Si, avec la force des bras, nous tendons une lanière de caoutchouc en l'appuyant sur les lèvres, nous sentons qu'elle s'échauffe; si nous laissons la bande ramener nos bras à la position primitive, nous sentons qu'elle se refroidit; si au contraire nous lâchons la lanière d'une main, elle reste chaude. Dans le premier cas, le travail dépensé à tendre le caoutchouc est rendu, lorsqu'il reprend sa forme; dans le second cas, ce travail est dépensé définitivement, et la chaleur produite est définitive aussi. C'est par la même raison que le plomb est chaud après le refoulement : le travail dépensé pour opérer celui-ci l'est définitivement.

Un ressort quelconque en acier, ou n'importe en quelle matière, est exactement dans le même cas. Pour le tendre, il faut dépenser du travail; si on le laisse se détendre lentement, il restitue à peu près intégralement ce travail; le laisse-t-on au contraire se détendre brusquement, en l'abandonnant à lui-même, le travail dépensé n'est plus restitué. Dans le premier cas, nous avons beau le tendre et le laisser se détendre mille et mille fois, il ne s'y manifeste aucune élévation

de température, parce que le calorique, qui apparaît pendant qu'on le tend, disparaît quand il se détend. Dans le second cas au contraire, le calorique, chaque fois produit, reste définitivement et s'accumule de manière à devenir bientôt sensible.

Ceci explique facilement un phénomène qui a été observé dans ces derniers temps. On se sert en acoustique, et pour mesurer le nombre de vibrations qui répondent à une note musicale donnée, d'une roue dentée qu'on fait tourner plus ou moins vite, et dont les dents passent devant un ressort en bois ou en carton qu'elles tendent et lâchent brusquement. On a remarqué que ce ressort s'échauffe très-vite.

C'est ici le lieu de nous arrêter sur un phénomène intéressant qui se présente journellement dans la Mécanique appliquée et industrielle, et qui paraît d'abord difficile à expliquer au point de vue du principe de la conservation du travail.

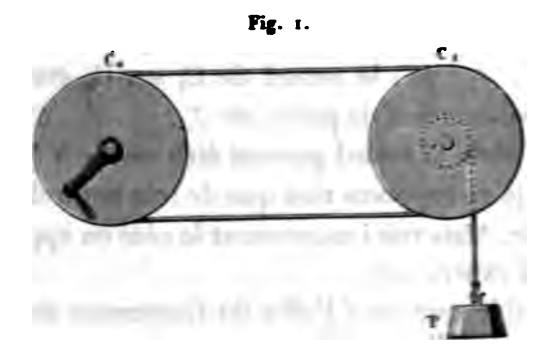
Lorsque le mouvement et le travail d'un moteur sont transmis, *à l'aide d'une courroie*, aux machines de n'importe quelle espèce que ce moteur doit mettre en œuvre, et lorsqu'on compare soigneusement le nombre de tours de la poulie motrice avec celui de la poulie mue, on trouve toujours que le rapport de ces deux nombres est autre que ne l'indiquerait le rapport des diamètres des deux poulies. Pour simplifier et bien me faire comprendre, je suppose que ces diamètres soient égaux : le nombre de tours des deux poulies devra être le même aussi de part et d'autre; eh bien, il se trouve que celui de la poulie motrice surpasse toujours plus ou moins celui de la poulie mue.

Au premier abord, on pourrait croire que cette différence de vitesse dépend d'un simple glissement de la courroie sur les surfaces, toujours polies, des deux poulies. Il n'en est rien pourtant : le phénomène relève uniquement de l'élasticité,

et du plus ou moins d'extensibilité de la courroie. Pour le démontrer, j'ai fait construire, il y a quelques années déjà, un petit appareil modèle très-simple, à l'aide duquel le phénomène est rendu tellement frappant, que la plupart des personnes qui assistaient à l'expérience croyaient à un véritable paradoxe de Mécanique.

Les deux poulies, rendues au tour aussi égales que possible, étaient en bois, à gorge plate et *rugueuse*. La poulie de commande C_0 (*fig.* 1) était mue à bras à l'aide d'une manivelle.

Fig. 1.



La poulie mue C_1 était calée sur l'axe d'un cylindre horizontal sur lequel pouvait s'enrouler un fil portant à son extrémité un poids P, variable à volonté. La courroie, au lieu d'être comme de coutume en cuir, consistait en un tube de caoutchouc vulcanisé dont les extrémités étaient liées ensemble. En écartant suffisamment les deux poulies l'une de l'autre, on donnait à cette courroie la tension nécessaire pour éviter tout glissement dans les gorges.

Cela posé, lorsqu'on tournait la poulie motrice de manière que la poulie mue soulevât le poids P, on remarquait de prime abord que celle-ci était de plus en plus en retard sur celle-là ; le retard était d'autant plus grand que le poids P était plus grand lui-même. La raison du retard était ici ma-

nifeste à la vue. Sous l'action du poids P qu'il soulevait, le brin conducteur de la courroie s'allongeait visiblement; le brin conduit, au contraire, se raccourcissait. La poulie de commande enroulait donc de fait plus de longueur de courroie que la poulie mue n'en déroulait; il y avait, par conséquent, avance continue de la première sur la seconde. Et ce qui prouve qu'il ne s'agissait pas ici d'un simple glissement, c'est que le retard de C_1 sur C_0 était toujours proportionnel à l'allongement effectif que le poids P faisait éprouver au brin de la courroie lorsqu'on l'y suspendait directement. Sous l'action d'un poids croissant, l'allongement était, je suppose, de $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{1}{30}$: le retard de C_1 sur C_0 était, avec les mêmes accroissements de poids, de $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{1}{30}$. Avec l'appareil dont je parle le retard pouvait être amené à $\frac{1}{2}$.

Jusqu'ici je ne rapporte rien que de très-naturel et de très-facile à saisir. Mais voici maintenant le côté en apparence paradoxal de l'expérience.

Il est visible que (sauf l'effet du frottement des axes que nous pouvons négliger) l'effort moteur de C_0 est rigoureusement égal à celui qui s'exerce sur C_1, et égal au poids P lui-même. La poulie C_0, qui marche plus vite que la poulie C_1, dépense par conséquent plus de travail que celle-ci n'en reçoit, et, tandis que le travail de C_1 est représenté par Ph, celui de C_0 l'est par αPh; $\alpha > 1$ étant le rapport de deux vitesses ou l'allongement du brin conducteur sous l'effort h.

Que devient ici l'excès de travail dépensé par C_0? Tel est le côté, en apparence paradoxal, de la question, absolument inexplicable il y a vingt ans. Le fait est très-facile à interpréter aujourd'hui.

Sous l'action de l'effort P, le brin conducteur s'allonge et *s'échauffe;* s'il revenait lentement à son état, ou, pour mieux dire, si, en y revenant, il rendait l'effort qu'il a fallu pour l'al-

longer, il se refroidirait; mais c'est là ce qui n'a pas lieu. Le brin conducteur s'enroule allongé sur la poulie C_0, mais parvenu en *a*, où il devient brin conduit, il se raccourcit brusquement, et sans rendre aucun travail externe. La cha leur qu'y avait développée l'allongement persiste dès lors, et c'est elle qui représente potentiellement l'excès de travail dépensé par C_0.

Choc des corps.

On sait de temps immémorial que les métaux qu'on martelle sur l'enclume s'échauffent rapidement. Il n'y a ici, *du moins pas nécessairement*, soit augmentation de densité, soit diminution de capacité calorifique. La chaleur produite ne dépend donc point de l'une ou l'autre de ces causes. Les considérations développées dans les pages précédentes nous rendent facile l'étude du choc et de ses conséquences.

Pour simplifier, supposons deux sphères, *égales en poids*, suspendues à deux fils, de telle sorte : 1° que leurs centres soient sur une même ligne horizontale; 2° qu'elles se touchent à leur périphérie, leurs fils de suspension étant verticaux, et par suite parallèles. Écartons les sphères l'une de l'autre, et soulevons-les à une même hauteur, sans les faire sortir du plan primitif où se trouvent les centres et les points de suspension, et en tenant toujours les fils tendus, puis au même moment abandonnons-les à elles-mêmes.

Comme, abstraction faite de la résistance de l'air, elles sont libres de se mouvoir dans le sens de la circonférence que décrivent les centres de gravité, ceux-ci tomberont et acquerront, en arrivant au point le plus bas, au point primitif, une vitesse qui aura pour valeur $V = \sqrt{2gH}$, H étant la hauteur commune de chute. Pour les élever, on a dépensé pour

chacune un travail qui a pour expression PH, et qui n'est autre chose que le produit d'un chemin parcouru H par un effort représenté numériquement par leur poids P. Les sphères étant libres de tomber, le travail dépensé à les élever devra *s'y accumuler* sous la forme qu'on est convenu d'appeler *force vive*, et aura pour expression

$$PH = \frac{PV^2}{2g} = \frac{MV^2}{2},$$

V étant la vitesse de la chute H.

Au moment où les sphères se toucheront, il s'établira, au point de contact, une pression, *un effort,* dirigé en sens opposé au mouvement, qui, rapporté à l'unité de masse, agira comme une force accélératrice négative, et détruira le mouvement acquis par la chute. En vertu de cet effort, les deux sphères se *déformeront* nécessairement, si dures qu'on les suppose d'ailleurs. Si nous désignons par R l'ensemble des efforts, partiels et variables d'un instant à l'autre, exercés sur chaque molécule et rapportés au centre de gravité, on aura évidemment

$$\int R\,de = PH,$$

e étant l'espace parcouru par les centres de gravité des deux sphères pendant la durée du contact, et de, par suite, l'élément de cet espace répondant à R à chaque instant dt. Cela posé, il y aura deux cas très-distincts, quant aux résultats finaux du choc.

Si les corps sont de nature à rester déformés, l'effort R répondant à la fin de l'espace e cessera au moment même où tout mouvement sera détruit; les deux sphères resteront au repos, et la chaleur produite par leur déformation sera définitive.

Si au contraire les corps sont de nature à reprendre leur forme première, l'effort R *durera :* rapporté à l'unité de masse, il deviendra une force accélératrice positive dont l'intensité variera d'un instant à l'autre, mais qui fera parcourir aux centres de gravité l'espace e, et restituera aux sphères tout le travail $\int Rde$ d'abord dépensé, et par suite toute la vitesse $\sqrt{2gH}$. La chaleur développée par la déformation disparaîtra dès que l'espace e aura été parcouru, et les deux sphères reculeront, pour remonter à la hauteur H, et pour retomber de nouveau.

Dans la réalité des choses, il n'existe pas de corps absolument élastiques : d'où il résulte qu'après chaque choc la hauteur H diminuera; la chaleur due à la différence H' — H durera, et finira par être égale à celle que produit la chute totale H. De même il n'existe pas de corps parfaitement mous, et, à moins d'une adhésion proprement dite, les sphères se sépareront toujours après le choc. Cependant la différence entre les divers corps est à cet égard très-grande; tandis que deux balles de plomb remontent à peine aux $\frac{1}{60}$ de la hauteur H, deux sphères en acier ou en ivoire, par exemple, remontent presque aux $\frac{7}{8}$.

Il est clair maintenant que si, au lieu de soulever nos deux sphères à la fois, nous en laissons une en repos, et que si nous la supposons élastique et comme infiniment grande par rapport à la sphère en mouvement, il n'y aura rien du tout de changé à la question. Que la sphère en mouvement soit élastique ou non, la sphère en repos ne pourra prendre qu'une vitesse extrêmement petite et négligeable. La petite sphère restera en repos après le choc, *si elle est molle;* elle rebondira à sa hauteur initiale, *si elle est élastique ;* il y aura toujours déformation de la petite sphère et chaleur produite; mais cette chaleur ne durera encore que si la défor-

mation est définitive, ainsi que la force vive dépensée pour l'opérer.

Il est évident que ce dernier cas est celui qui se présente le plus fréquemment à nous. L'enclume, solidement fixée au sol, fait partie de la masse de la terre, qui est excessivement grande par rapport à celle du marteau : celui-ci rebondit s'il est élastique, et la chaleur produite n'est que temporaire; il reste en repos après le choc s'il est mou, ou, ce qui revient au même, s'il frappe un corps mou placé sur l'enclume, et c'est ici alors le corps mou qui s'échauffe.

Je me borne ici à ce qui précède quant à la question du choc des corps; je me suis étendu longuement sur ces phénomènes dans mon *Analyse élémentaire de l'Univers* (¹). Ce sujet est un des plus importants de la Mécanique; il se trouve traité dans presque tous les Ouvrages de Mécanique, et, entre autres, avec une remarquable clarté, dans celui de Poisson (t. II, p. 26 et suiv., éd. de 1833). Mais partout on a fait jusqu'ici abstraction de la chaleur toujours parallèle au choc. Cette lacune, que nous venons déjà de combler, en partie du moins, a servi à quelques auteurs modernes de point de départ pour attaquer, dans leurs bases mêmes, les travaux des grands analystes de la fin du siècle dernier et du commencement de celui-ci, et pour dire que la Statique et la Dynamique sont deux sciences totalement distinctes, pour vouloir confondre, au contraire, la Physique avec la Mécanique. En faisant ressortir ce qu'il y a de purement spécieux et de faux dans le point de départ, et ce qu'il y a, en tous cas, d'exagéré dans les conclusions qu'on a voulu en tirer, j'ai prouvé jusqu'à l'évidence, je l'espère, que la Physique ne peut, à aucun

---

(¹) 1 vol. in-8. Paris, Gauthier-Villars.

titre, se confondre avec la Mécanique, mais que ces sciences sont désormais liées par un trait d'union indissoluble; que la Statique et la Dynamique forment bien deux branches distinctes d'une même science, mais qu'elles aussi sont soudées par un trait d'union, et qu'elles ne peuvent s'étudier isolément; et enfin que toutes les questions de Dynamique peuvent réellement, en vertu du principe de d'Alembert, être ramenées à des questions de Statique.

Résistances magnétiques, électriques.

On sait que quand on fait tourner une sphère de cuivre ou de tout autre métal, entre les pôles d'un électro-aimant puissant, la masse métallique oppose sans cesse au moteur une résistance qui tend à empêcher le mouvement et qui le détruit en effet si l'on ne dépense pas continuellement un effort égal à elle. Il n'y a ici aucun frottement de matière contre matière; l'expérience réussit dans le vide comme dans l'air, et d'ailleurs il est aisé de tenir compte des frottements des tourillons, etc. Eh bien, la sphère ou le disque métallique, forcé de tourner par un effort externe, s'échauffe absolument comme il en arriverait si un frottement réel nécessitait la même dépense de travail.

Sur le même ordre de phénomènes repose la construction de ces machines admirables à l'aide desquelles on produit aujourd'hui en grand la lumière dite *électrique*. Des aimants puissants, montés sous forme de rayons sur un axe qu'un moteur fait tourner rapidement, présentent alternativement leurs pôles à des barres de fer doux entourées d'une hélice conductrice et isolée; à chaque passage d'un pôle devant le fer un courant électrique intense traverse l'hélice (ou les hélices). Le courant électrique ainsi obtenu donne chaleur et

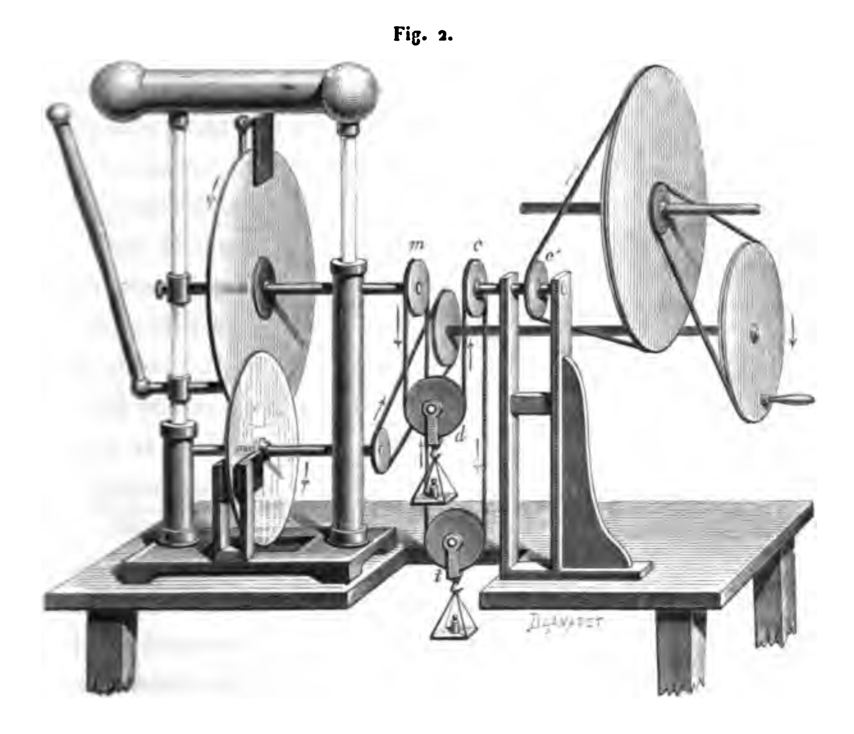
lumière dans des pointes de charbon opposées l'une à l'autre qu'il traverse. Il y a ici corrélation évidente entre l'électricité, la chaleur, la lumière et le travail que consomme la machine.

Dans le même ordre encore se rangent les phénomènes dynamiques, thermiques, luminiques, auxquels donnent lieu les belles machines électriques de Holtz et de Carré. Je pense intéresser les lecteurs en m'arrêtant un instant sur l'exposé de quelques expériences que j'ai faites tout récemment avec cette dernière machine, afin de constater si la production de l'électricité, de la lumière, de la chaleur, est accompagnée, comme on devait d'ailleurs s'y attendre, d'une dépense de travail.

Le problème essentiel était ici la mesure de la résistance au mouvement, qui, chacun le comprend, est en tous cas très-petite. Je l'ai résolu à l'aide d'un dynamomètre très-simple, très-sensible et très-peu coûteux, que je recommande aux physiciens qui auraient à mesurer de faibles dépenses de force motrice. Il consiste en quatre poulies en bois (*fig.* 2), très-légères, à gorge à angle vif, égales entre elles, d'environ $0^m,1$ de diamètre, que je désignerai par les initiales *m*, *c*, *t*, *d* (poulies mues, de commande, de tension, dynamométrique) : *m* est calée sur l'axe du plateau en caoutchouc, en dehors des supports de la machine; *c* est parallèle à *m*, et en est éloignée à une distance d'un diamètre ou de $0^m,1$; leurs axes sont dans le même plan vertical. L'axe de *c*, sur lequel se trouve calée une autre poulie à gorge plus petite, est porté par une fourche fixe regardant de haut en bas et maintenue par un support. Les poulies *d* et *t* tournent librement entre des fourches terminées par des baguettes auxquelles sont accrochés des plateaux de balance. Un fil continu, suffisamment long, passe sur les moitiés supérieures de *m* et *c*, sur les moitiés inférieures de *d* et *t*. Ces deux dernières pendent li-

brement, et les tiges qui terminent les fourches sont simplement guidées de manière à ne pouvoir jouer que dans le sens vertical. La *fig.* 2 donne une idée claire du principe d'action du dynamomètre. Si l'on suppose égaux les poids de *d* et de *t* avec leurs accessoires, il est clair que, dès qu'on fera tourner la poulie *c* dans le sens des flèches, *d* commencera à monter et *t* à descendre, si faible que soit la résistance de *m*

Fig. 2.



au mouvement. Pour empêcher l'ascension de *d*, il faudra donc mettre sur son plateau de balance un poids capable de surmonter cette résistance et lui servant par conséquent de mesure.

La petite poulie *c'* et par suite sa compagne *c* recevaient le mouvement par un fil continu passant sur une autre poulie

beaucoup plus grande, mue à bras. Pour régulariser le mouvement, un fort volant se trouvait calé sur l'axe de cette grande poulie.

Je n'ai pas besoin d'ajouter que, par un fil de commande spécial, le plateau de verre de la machine recevait son mouvement directement et d'une manière tout à fait indépendante du dynamomètre, qui ne mesurait absolument que le travail du plateau de caoutchouc.

Voici comment j'ai procédé à l'expérience.

Les frotteurs du plateau de verre étant enlevés, je faisais tourner régulièrement la poulie de commande principale, de manière à faire faire au plateau de caoutchouc un nombre déterminé de tours par minute (1000 ou 2000 par exemple); on lestait le plateau de *d* de manière qu'il restât en équilibre : on avait ainsi la résistance du plateau au mouvement, due aux seuls frottements des tourillons et de l'air; puis je remettais à leur place les coussinets frotteurs, le conducteur mobile était approché plus ou moins du conducteur fixe, de façon à obtenir des étincelles de longueur voulue. Je remettais en mouvement et de manière à obtenir par minute le même nombre de révolutions du plateau de caoutchouc.

Dans ces nouvelles conditions, il fallait toujours lester plus que précédemment le plateau de *d* pour obtenir l'équilibre; et, *toutes choses restant égales*, le lest était proportionnel au nombre d'étincelles électriques produites en un temps donné. Ainsi qu'on pouvait l'annoncer à l'avance avec certitude, il y a donc, ici encore, connexion directe entre l'électricité, la lumière, la chaleur produite et le travail consommé.

Chacun comprend que dans une machine électrique, n'importe l'espèce, il y a de trop nombreuses causes de déperdition d'électricité ou de chaleur pour qu'on puisse songer un seul instant à chercher un rapport entre les diverses mani-

festations dynamiques. Je ne citerai de nombres que pour donner au lecteur une idée approximative de la résistance électrique.

Par un temps bien sec, le disque de caoutchouc faisant 2035 tours par minute, une bouteille de Leyde de $0^{mq},05$ de surface se chargeait de manière à donner dix étincelles de $0^{m},1$ de longueur par minute entre le conducteur fixe et la boule mobile. Dans ces conditions, la bouteille de Leyde étant enlevée et les deux conducteurs étant mis en contact, il fallait environ 130 grammes de charge sur le plateau de la balance de *d* pour équilibrer. Les frotteurs étant enlevés et la même vitesse étant rétablie, il ne fallait plus que 100 grammes de charge.

Avec le nombre de tours indiqué, la vitesse de la poulie *m* à la circonférence était de $10^{m},85$. Le travail mécanique nécessaire pour la production de l'électricité, était donc

$$f = 10,85\left(\frac{130-100}{2}\right) = 162,75 \textit{ grammètres;}$$

autrement dit les $\left(\frac{0,16275}{75}\right) = 0^{ch},002167$, ou environ le $\frac{1}{500}$ d'un cheval-vapeur de 75 kilogrammètres.

Il n'est, je pense, pas hors de propos de montrer comment au juste se fait la dépense du travail qui donne lieu à la manifestation de l'électricité.

L'expression classique dont on se sert aujourd'hui dans l'explication de tous les phénomènes du même genre consiste à dire que le travail est *transformé* en chaleur, en lumière, en électricité ou réciproquement. Cette locution cependant, qui n'est pas même correcte dans la doctrine toute matérialiste d'où elle tire son origine, n'explique rien du tout.

Deux des plus grands analystes de notre temps ont cherché, d'une manière spéciale chacun, à représenter les phénomènes de la chaleur par des mouvements des atomes matériels. Si élégantes, si spécieuses que soient ces deux interprétations, rien au monde n'autorise à affirmer cependant que l'une ou l'autre soit l'énoncé de la réalité des choses, que l'une ou l'autre soit plus qu'une simple image; mais ces tentatives d'explication figuratives, qui ont réussi, du moins en un sens, quant à la chaleur, ont complétement échoué quant à l'électricité, quant au magnétisme. La doctrine qui prétend tout expliquer par des mouvements de la matière n'a jusqu'ici rien su produire qui ait seulement l'ombre de la raison, en ce qui concerne les phénomènes d'attraction et de répulsion magnétiques ou électriques; bien plus, elle n'a pas même su définir nettement en quoi le prétendu mouvement de la matière, qui constituerait la chaleur, différerait dans la forme de celui qui constituerait l'électricité statique ou dynamique. Lorsqu'on parle de *transformation,* on soude de fait une interprétation hypothétique à une autre qui n'a pas même encore une valeur nominale.

Voyons de près, et en dehors de toute considération métaphysique, ce qui se passe dans la machine Carré. Supposons le plateau de caoutchouc en repos, et faisons mouvoir le plateau de verre; l'électricité positive qu'y développe le frottement agit, par influence, comme dans la machine ordinaire, sur le conducteur inférieur; l'électricité négative s'écoule par les pointes de la mâchoire, mais, au lieu de neutraliser celle du plateau de verre, elle s'accumule sur le disque isolant qui l'en sépare. Dès ce moment, ce disque est attiré par celui de verre; lorsque nous lui ferons, dans un sens ou dans l'autre, décrire un certain angle, il tendra à revenir de manière à remettre la partie chargée négativement vis-à-vis de

la face positive du plateau de verre. C'est ce dont on peut s'assurer directement en enlevant la courroie de la machine Carré, et en dérangeant à la main le disque de caoutchouc pendant qu'on fait tourner celui de verre : on voit alors le disque reprendre vivement la position qu'il avait d'abord. Si maintenant nous faisons tourner ce plateau lui-même, la partie électrisée négativement ira se présenter à la mâchoire du conducteur supérieur et s'y décharger. Il y aura donc désormais, et continuellement, une moitié du disque à l'état naturel, et une autre moitié chargée négativement : cette moitié fera donc continuellement effort pour revenir en face du plateau de verre chargé positivement.

Telle est l'explication, des plus simples, de la résistance au mouvement, et, par suite, du travail mécanique que coûte le mouvement du plateau en caoutchouc. Il est ici évident par soi-même que la résistance, et par conséquent le travail dépensé, doivent être proportionnés à l'intensité de la charge électrique, et par conséquent aussi au nombre d'étincelles qui, lui-même, dérive directement de la grandeur de cette charge.

Les phénomènes que présente la machine Carré, ceux que présentent toutes les machines électriques, électromagnétiques, magnéto-électriques, ceux que présentent, comme nous le verrons bientôt, les êtres vivants eux-mêmes lorsqu'ils produisent ou dépensent un travail mécanique, tous ces phénomènes les plus divers, si bien mis en rapport, entre autres, dans le beau livre de M. Grove, nous conduisent à un grand principe neuf et fécond ; ils nous démontrent sous forme presque palpable qu'il y a équivalence d'action entre toutes les forces de la nature, qu'elles peuvent se substituer les unes aux autres, suivant une loi d'équilibre universel.

Mais, je l'ajoute formellement, conclure de là à une trans-

formation, et surtout à une assimilation de la force à un mouvement de la matière, c'est passer du domaine de la science rationnelle sur celui des hypothèses gratuites.

CONCLUSION DE CE PARAGRAPHE.

Il serait aisé de multiplier considérablement les citations de faits rentrant dans le même ordre. Le résumé général de ce premier paragraphe, c'est qu'à tout déplacement relatif des molécules répondent nécessairement une dépense ou un bénéfice de travail mécanique et un bénéfice ou une dépense de chaleur (ou dę lumière ou d'électricité). Mais passons de suite à l'étude de la relation mathématique de ces divers phénomènes.

§ II.

Une loi de proportionnalité simple et directe relie les manifestations positives ou négatives de chaleur aux quantités négatives ou positives de travail mécanique auquel donne lieu une action moléculaire quelconque.

Dans tout l'ensemble des phénomènes que nous venons de passer en revue, si divers qu'ils soient d'ailleurs, un seul fait commun nous frappe : toutes les fois qu'une action moléculaire quelconque nous coûte ou nous procure *définitivement* du travail mécanique ou de la force vive, une certaine quantité de chaleur apparaît ou disparaît parallèlement.

En un mot quelque hypothèse que nous fassions sur la nature de la chaleur, ou, pour mieux dire, en dehors de toute hypothèse, une relation de cause à effet se montre ici, à un

point de vue expérimental pur, sous la forme la plus incontestable.

L'idée de l'existence nécessaire d'une loi de proportionnalité entre l'effet et la cause se présente donc naturellement à notre esprit; mais pour que, expérimentalement, cette loi puisse se montrer à nu, il faut évidemment :

1° Ou que le corps soumis à l'essai se trouve à la fin des opérations dans le même état qu'au commencement et que nous soyons à même aussi de mesurer tout ce qui se perd accessoirement, soit en travail, soit en chaleur;

2° Ou que du moins les pertes quelconques que nous ne pouvons évaluer directement soient elles-mêmes proportionnelles aux quantités de chaleur ou de travail en jeu.

Les expériences dans lesquelles ces dernières conditions ont été remplies, du moins à peu près, sont aujourd'hui très-nombreuses. Tout en tête se trouvent celles de M. Joule, qui a glorieusement inauguré la Thermodynamique expérimentale par une suite de travaux à jamais mémorables dans les annales de la science. Les expériences de MM. Rennie, Laboulaye, Fabre, Silbermann, etc., sur les frottements des liquides, sur la compression des gaz, sur le choc des corps, celles que j'ai faites moi-même sur les frottements médiats ou immédiats des corps solides, sur l'usure des métaux, etc., ne peuvent laisser aucun doute sur l'existence d'une loi de proportionnalité entre le travail et la chaleur. Il y a quelques années déjà, j'ai exécuté une longue série d'expériences sur le frottement des huiles végétales, animales ou minérales, de l'alcool, de la benzine, etc. Ces expériences, qu'à tort peut-être je n'ai pas même publiées, concordent toutes parfaitement quant à la loi de proportionnalité et ne diffèrent que quant aux nombres exprimant le rapport du travail à la chaleur.

Dans la plupart, disons plutôt dans toutes les expériences

dont je n'indique ici que le titre et l'objet, c'est le travail qui était employé à développer la chaleur. Les expériences où c'est l'inverse qui a eu lieu, où c'est la chaleur qui était employée à produire le travail, sont beaucoup plus rares : la raison en est qu'il n'existe que très-peu de moteurs thermiques qui se prêtent à des observations exactes et suivies ; mais la portée de ces expériences est aussi beaucoup plus grande, et les phénomènes qu'elles concernent ont un caractère particulier que n'offrent point les premiers dont j'ai parlé.

Entre les phénomènes où le travail mécanique est dépensé sous forme continue à produire de la chaleur, et ceux où, à l'inverse, c'est la chaleur qui est employée, *sous forme continue* aussi, à produire le travail, il existe en effet une différence essentielle qui est de la plus haute importance dans la Thermodynamique. Tandis que le travail d'une chute d'eau, par exemple, peut être employé intégralement à développer du calorique, tandis qu'à notre insu même c'est là son effet final dans la plupart de nos usines (filatures, tissages, imprimeries, meules à aiguiser, moulins à poudre, etc., etc.), la chaleur dans nos moteurs, quels qu'ils soient, ne peut être employée intégralement à donner le travail ; il faut, toujours et nécessairement, qu'une partie de la chaleur disponible ne fasse que passer d'un lieu en un autre. La valeur minima de cette portion de chaleur sacrifiée est fixée exactement par la théorie ; mais ce minimum ne peut être atteint que dans un moteur parfait, c'est-à-dire idéal, et la portion de chaleur qui passe simplement d'un corps à un autre s'approche d'autant plus de la chaleur disponible que le moteur est plus imparfait : il est tel cas où $\frac{1}{20}$ à peine de la chaleur est employé réellement à donner du travail, et où les $\frac{19}{20}$ passent d'un corps à un autre sans que nous puissions désormais rien en tirer.

Nous aurons à revenir au long sur cette remarque; elle nous conduira à la seconde proposition de la Thermodynamique, et nous fera apercevoir une nouvelle relation, celle qui existe entre le travail mécanique et la température à laquelle il s'accomplit. J'ai dit que les expériences de cette seconde espèce sont très-rares. Je n'aurai à en citer ici que deux, mais je pense devoir le faire avec détail, en raison des immenses difficultés qu'elles présentent et de l'importance de leurs résultats.

Relation qui existe entre le travail dépensé ou produit et la chaleur produite ou dépensée dans l'organisme de l'homme.

Considéré à un point de vue purement physique et mécanique, l'organisme de l'homme, comme d'ailleurs celui de tous les êtres vivants sans nulle exception, nous présente deux attributs spécifiques frappants :

1° Il constitue une source continue de chaleur, un véritable foyer thermique. Cet attribut est propre à tout ce qui vit; il ne varie qu'en intensité d'une espèce à l'autre. C'est chez les vertébrés à sang chaud qu'il se manifeste de la manière la plus frappante; si frappante qu'il est en quelque sorte le principe de la vie dans ces êtres.

2° Il se comporte comme un véritable moteur. Soit que nous employons notre puissance musculaire à exécuter les mille et mille travaux si variés que, sur cette terre, nous accomplissons, tantôt avec joie, tantôt, et beaucoup plus souvent, avec peine, soit que nous l'appliquions simplement à porter notre personne d'un lieu en un autre, notre organisme se manifeste comme un moteur proprement dit. Cet attribut est encore commun à tous les êtres vivants, il l'est, dans une

certaine mesure, et contrairement à une erreur séculaire aujourd'hui réduite à néant, à la plante. Mais c'est aussi chez les animaux qu'il prend la forme la plus frappante; et ses manifestations diverses donnent presque la mesure de l'intelligence de l'être, de ses aptitudes, de sa destinée.

En nous tenant toutefois toujours au point de vue de la Mécanique pure, nous sommes frappés d'un caractère spécial et double que présente le moteur animal. Il est capable de *produire* du travail ou d'en *consommer*. Je m'explique à l'aide de l'exemple le plus facile à saisir et aussi le plus fréquent dans ses applications. Lorsque nous gravissons une montagne, lorsque nous montons un escalier, le travail mécanique produit est très-nettement défini : nous élevons le poids de notre corps à une certaine hauteur, et le travail traduit numériquement n'est pas autre chose que le produit de ce poids par cette hauteur. Je suppose un homme du poids de 75 kilogrammes gravissant le mont Blanc, ou s'élevant de 4000 mètres au-dessus du sol environnant : le travail exécuté ici est en tout de 300000 kilogrammètres. Supposons de plus que l'ascension se soit faite en dix heures; ou en $3600^s.10 = 36000$. Le travail rapporté à l'unité de temps, et devenu comparable à un autre, est

$$\frac{300\,000}{36\,000} = 8^{kgm},3333.$$

Aux dépens de quoi ce travail est-il produit? Ce qui est clair, c'est qu'en l'exécutant le *moteur-homme* s'est comporté exactement comme l'eût fait une machine à vapeur, une roue d'eau, à l'aide de laquelle nous aurions aussi pu élever ce poids de 75 kilogrammes à 4000 mètres, ou un poids de 300000 kilogrammes à 1 mètre; mais ce moteur est capable d'une opération précisément inverse. Lorsque nous redescendons de la

hauteur où nous avions porté notre propre poids, lorsque l'homme pesant 75 kilogrammes est descendu de 4000 mètres, il a en quelque sorte recueilli de nouveau ce travail de 300 000 kilogrammètres, qu'il avait d'abord dépensé. Que devient dans notre organisme ce travail ainsi restitué? Ce qui est clair encore, c'est que le *moteur-homme,* agissant ici en sens inverse ou négativement, se comporte en quelque sorte comme un frein; il modère, il régularise sa propre chute.

J'ai dit que l'être vivant peut être considéré comme une source continue de chaleur. Il ne résulte pas de là cependant que le moteur animé puisse être appelé une machine thermique : ce n'est point la chaleur qui constitue l'influx nerveux, et qui détermine les contractions musculaires. Mais, quel que soit le mode suivant lequel se produit la force motrice, qu'il s'agisse d'électricité statique, dynamique, de vibrations nerveuses, etc., etc., peu importe, la chaleur est la seule et dernière manifestation externe à laquelle donnent lieu les combinaisons et les décompositions chimiques dans l'organisme. En vertu du principe général de l'équivalence des forces, que nous avons défini dans le paragraphe précédent, c'est donc sur la quantité totale de chaleur disponible dans l'organisme que nous devons trouver un déficit ou un bénéfice, selon que le moteur vivant rend du travail ou en consomme (monte ou descend, par exemple).

Au point de vue de la Physique expérimentale, il semble, d'après ce qui précède, qu'il suffise de mesurer la chaleur qui se développe dans l'organisme, d'abord à l'état de repos, et puis à l'état de travail, positif ou négatif, et de prendre la différence pour trouver le déficit ou le bénéfice de chaleur. Le problème est beaucoup moins simple cependant, il s'en faut. Pour le faire comprendre, il me suffit de rappeler que tout mouvement, tout exercice corporel, a pour résultat d'aug-

menter la somme de chaleur émise en un temps donné par notre organisme. Que nous montions ou que nous descendions, que nous élevions des fardeaux ou que nous les laissions s'abaisser lentement en surmontant notre résistance, le résultat immédiat est que nous prenons chaud, que nous entrons en moiteur. Si nous partions des apparences, nous serions portés à conclure *à priori* que le travail, bien loin de coûter de la chaleur, en rapporte toujours. Cette conclusion serait, non pas seulement celle du vulgaire, mais celle des physiologistes eux-mêmes.

Pour atteindre notre but d'une manière scientifique, nous devons chercher non-seulement quelle est la somme de chaleur qui se produit effectivement dans chaque condition donnée, mais encore celle qui pourrait et devrait se produire si le travail n'apportait pas de modifications dans l'acte de la calorification. C'est donc la cause même de cet acte que nous devons mesurer. Il est peu de problèmes qui aient plus exercé la sagacité des philosophes d'abord, et puis ensuite des physiologistes, que la recherche des sources de calorique dans le corps de tous les êtres vivants, et particulièrement dans celui des animaux dits *à sang chaud*. Comme il en est arrivé dans nos sciences physiques en général, toutes les théories ont été posées, toutes les hypothèses ont été épuisées, bien avant qu'un seul fait vînt les justifier ou les réfuter. Il est assez difficile à un physicien de nos jours d'émettre un aperçu nouveau sur une question, sans qu'un zélé compulsateur des textes antiques ne vienne bientôt lui prouver que son idée est de bien vieille date. Ce qui a lieu en général devient encore plus frappant pour tout ce qui concerne l'étude des êtres vivants et de l'homme en particulier. On essayerait vainement, par exemple, de dire quelque chose de neuf sur le phénomène de la calorification. La doctrine moderne de la

respiration et de la circulation se trouve en germe déjà dans les écrits de plus d'un penseur des premiers âges. Cette considération, soit dit en passant, serait bien décourageante pour l'expérimentateur patient devenu ainsi un *simple vérificateur*, si, à côté du fait vérifié, on ne laissait équitablement tous les faits réfutés; si, à côté de l'hypothèse tirée de son néant, on ne laissait toutes celles qui doivent y rentrer. — Les philosophes expérimentateurs, qui de nos jours ont si laborieusement étudié de près les causes de la chaleur animale, pourraient être déçus d'avoir été devancés de trois mille ans par les philosophes spéculateurs, si à côté de leurs heureux rivaux on ne plaçait tous ceux qui se sont trompés; si en parallèle avec ceux qui découvrirent le mystère de la respiration on ne mettait l'un des plus grands génies de l'antiquité, qui voyait dans la respiration une source de froid, indispensable à l'être vivant, autrement consumé rapidement par la seule puissance calorifique de la vie.

Beaucoup de physiologistes et de médecins ont pensé que l'organisme peut produire en quelque sorte spontanément de la chaleur, par un acte incessant de la puissance vitale : ceci est une erreur aujourd'hui bien réfutée. Sans assimiler le moins du monde les êtres vivants à de simples machines organisées comme le veulent les matérialistes, il est impossible cependant de se ranger complétement de l'avis de quelques dynamistes trop absolus, qui pensent que le corps humain, par exemple, est régi par des lois qui n'ont plus rien de commun avec les lois du monde physique. — Le corps des êtres vivants ne crée rien de ce qui le constitue : il prend tous ses éléments dans le milieu ambiant, et, tout en leur imprimant des directions et des mouvements particuliers, il ne peut les dépouiller si entièrement de leurs propriétés naturelles qu'ils deviennent des éléments nouveaux. A la vérité, telle combi-

naison que le chimiste opère dans son laboratoire se décompose, au contraire, quand la vie s'en empare ; tel poison que le toxicologiste précipite dans son verre à pied et croit rendre inoffensif échappe au précieux réactif dans le corps animé, reste poison, et se trouve encore accru dans sa force par le prétendu contre-poison qui, contrairement à la doctrine préconçue, agit alors comme puissance dynamique. — Mais il n'en demeure pas moins vrai que le corps vivant est un assemblage de combinaisons chimiques, un milieu où s'opèrent des réactions chimiques de tout genre, où se dégagent du calorique, de la lumière, de l'électricité. — Il fait une Chimie *sui generis*, cela est vrai : mais cette Chimie n'est différente de l'autre que dans ses manifestations, et non dans son essence même, non dans la force dont elle se sert pour arranger les éléments pondérables. — Elle ne peut en aucune façon violer les lois générales de l'équilibre : la combinaison qui, dans notre laboratoire, produit tant et tant de calorique, peut ne pas s'opérer dans notre corps ; mais si elle s'y opère, elle produira la même somme de calorique, ni plus ni moins.

Pour peu que nous nous tenions en dehors du domaine de la spéculation seule, nous pouvons dire que les premiers travaux sérieux et concluants sur les causes de la chaleur animale remontent à la fin du siècle dernier. Lavoisier et Laplace avaient fait une longue suite de recherches sur les quantités de calorique que développe la combustion de divers corps simples dans l'oxygène. L'analyse des produits de la respiration leur avait fait penser que cet acte pourrait bien, dans ses conséquences, être assimilé à une sorte de combustion qui s'opérerait, sinon dans les poumons mêmes, du moins à la faveur de la puissance aspirante et absorbante des vaisseaux pulmonaires. Ils appliquèrent leur calorimètre à la

mesure de la quantité totale de chaleur développée chez plusieurs espèces d'animaux, et, après avoir analysé l'air aspiré et expiré, ils reconnurent que l'oxygène, en se combinant avec l'hydrogène et le carbone du corps pour produire de l'eau et de l'acide carbonique, serait capable, à très-peu près, de produire la somme de calorique trouvée. Les expériences de ces deux hommes éminents furent reprises et confirmées par Dulong, dont les procédés ont toujours porté le cachet de la dernière exactitude.

Je dis que l'oxygène, absorbé et supposé combiné avec le carbone et l'hydrogène, était capable de produire *à peu près* la quantité de calorique indiquée par le calorimètre. On trouvait, en effet, toujours un certain *manque* qui a porté plusieurs physiologistes éminents à penser qu'il pourrait bien y avoir dans le phénomène de l'innervation, par exemple, une cause accessoire de calorification, et, sans adopter l'idée d'Aristote que la vie par elle-même est une source de chaleur, ils admettent pourtant que les seules combinaisons chimiques ne suffisent pas pour développer la somme totale de chaleur de l'être vivant. Toutefois les expériences faites depuis cette époque par MM. Favre et Silbermann ont montré qu'on avait estimé trop bas la quantité de calorique que produit la combustion de l'hydrogène. En introduisant dans les résultats expérimentaux de Laplace et Lavoisier le nouveau nombre convenable, il se trouve que la somme de chaleur produite par l'animal est très-approximativement représentée par les quantités d'oxygène qui servent à la combustion de l'hydrogène et du carbone, et les partisans de l'innervation n'ont plus de motifs plausibles pour maintenir leur hypothèse première.

Disons-le cependant, il ne serait pas exact d'admettre que la respiration puisse être, comme on l'a pensé, la seule et unique cause de chaleur dans le corps des animaux. La diges-

tion, les mille et mille décompositions qui s'opèrent sans cesse dans l'organisme sont aussi capables de produire de la chaleur et doivent nécessairement en produire; d'autres phénomènes de réactions chimiques peuvent produire au contraire du froid, ou faire disparaître du calorique. On a admis que le carbone et l'hydrogène sont brûlés tels quels; il ne peut en être ainsi pourtant : ces éléments sont introduits dans le corps à l'état de combinaison, et souvent déjà brûlés en partie; ils ne peuvent produire toute la chaleur qu'on leur assigne. M. Regnault, en développant toutes ces considérations avec sa sagacité ordinaire, a montré que l'étude de la production de la chaleur animale est plus compliquée qu'on ne l'avait cru, et que, tout en admettant que cette chaleur est due en entier aux réactions chimiques, il nous faudra encore beaucoup de temps pour démêler complétement toutes ces actions, et pour assigner à chacune sa valeur propre. Mais il n'en est pas moins vrai que la respiration est la principale cause du développement de chaleur; et, quelles que soient les réactions successives à la suite desquelles cette chaleur se manifeste, quelles que soient les parties de l'organisme où elle se manifeste, c'est en définitive la quantité d'oxygène absorbé par les poumons qui devient très-approximativement la mesure de la quantité de chaleur disponible. C'est au surplus ce que l'expérience directe démontre le mieux.

Ainsi analysé, le problème expérimental prend un caractère très-net.

1° En déterminant à la fois le poids d'oxygène absorbé et la chaleur développée en un temps donné chez un homme à l'état de repos complet, nous connaîtrons la puissance calorifique de l'unité de poids d'oxygène dans l'organisme, et par conséquent nous connaîtrons pour chaque cas la quantité de chaleur disponible.

2° En faisant ensuite exécuter par cet homme un travail positif ou négatif déterminé, et en mesurant simultanément les quantités d'oxygène absorbé et de chaleur produite, nous saurons de combien la chaleur disponible diffère en plus ou en moins de la chaleur effectivement développée : c'est cette différence que nous devrons mettre en regard du travail produit ou consommé.

Voici comment j'ai réalisé ces diverses conditions données par la nature du problème :

La personne soumise à l'expérience, après avoir été pesée à 1 gramme près sur un hydrostat, se plaçait dans un calorimètre consistant en une guérite hermétique, en planches de sapin, d'environ 4 mètres cubes de capacité, éclairée par des vitraux. A l'un des bouts de la guérite se trouvait une chaise sur laquelle on restait assis pendant l'expérience statique ; à l'autre bout, se trouvait une grande roue à palettes dont l'axe sortait à frottement de la guérite et recevait d'un moteur un mouvement régulier dans un sens ou dans l'autre ; pendant l'expérience dynamique, on marchait sur les palettes de la roue à la hauteur de l'axe, et l'on s'élevait ou l'on s'abaissait ainsi virtuellement avec la vitesse circonférentielle de la roue. Le nombre de tours de celle-ci était relevé par un compteur, et l'on savait ainsi à quelle hauteur s'était élevé ou de quelle hauteur s'était abaissé le poids du corps. Le produit de ce poids par cette hauteur constituait donc le travail exécuté.

Deux tuyaux de caoutchouc, terminés par un appareil à soupape qu'on tenait à la bouche, servaient, l'un à chercher l'air nécessaire à la respiration dans un gazomètre jaugé, l'autre à ramener l'air exhalé dans un second gazomètre jaugé aussi. L'air inspiré et l'air expiré étaient analysés avec soin.

La guérite était placée au milieu d'un appartement spacieux

dont la température variait très-peu et très-lentement. Des thermomètres très-sensibles indiquaient la température de l'air interne de la guérite et celle de l'air ambiant. Plusieurs petites roues à palettes ou agitateurs mêlaient sans cesse les couches d'air et égalisaient ainsi partout la température dans le calorimètre. Dans l'expérience statique comme dans l'expérience dynamique, on attendait que le thermomètre intérieur de la guérite fût devenu immobile, avant de rien noter; et c'est seulement quand la personne *expérimentée* était arrivée à un régime stable qu'elle prenait en bouche l'appareil à soupape, afin qu'on pût savoir ce qu'elle consommait d'oxygène dans cet état stable.

Il est clair que, quand le thermomètre interne cessait de monter, les pertes de calorique de la guérite par ses parois étaient devenues égales à la quantité de chaleur que développait la personne étudiée. Connaissant la valeur de ces pertes, on connaissait donc aussi la quantité de chaleur développée en un temps donné par l'organisme. Pour déterminer ces pertes, j'avais au préalable, et avant aucune autre recherche, fait brûler, dans l'intérieur de la guérite, un bec alimenté d'un courant régulier d'hydrogène, en attendant aussi que le thermomètre interne fût devenu immobile. La chaleur due à la combustion de l'hydrogène étant connue, on savait combien il fallait développer de calories par unité de temps dans la guérite pour obtenir telle ou telle différence entre la température de l'air interne et de l'air externe; on connaissait, en un mot, la loi de refroidissement du calorimètre, et par conséquent on savait ensuite combien la personne renfermée dans le calorimètre devait produire de chaleur pour maintenir telle ou telle différence de température observée. Il n'est pas nutile de citer les résultats numériques de ce *titrage calorique* préalable, afin que le lecteur juge lui-même des garanties

d'approximation que présente tout l'ensemble de la méthode d'observation.

	N° 1.	N° 2.	N° 3.	N° 4.	N° 5.
Hauteur barométrique...........	$0^{m},737$	$0^{m},737$	$0^{m},737$	$0^{m},739$	$0^{m},740$
Temperature du gaz saturé d'eau..	9°	9°	9°	$9^{o},4$	9°
Tension de la vapeur à 9°........	$0^{m},009$	$0^{m},009$	$0^{m},009$	$0^{m},010$	$0^{m},009$
Pression supportée par le gaz hydrogène B — *b*....	$0^{m},728$	$0^{m},728$	$0^{m},728$	$0^{m},729$	$0^{m},731$
Durée des expériences...	60 min.	60 min.	70 min.	90 min.	78 min.
Volume du gaz brûlé...........	$0^{mc},0229$	$0^{mc},1131$	$0^{mc},0408$	$0^{mc},1508$	$0^{mc},0521$
Id. par heure...	$0^{mc},0229$	$0^{mc},0969$	$0^{mc},0350$	$0^{mc},1005$	$0^{mc},0401$
Supposé sec et ramené de 9° et de B – *b* à zéro et $0^{m},76$.........	$0^{mc},0212$	$0^{mc},0897$	$0^{m},0324$	$0^{mc},0932$	$0^{mc},0373$
Poids du gaz brûlé........... ..	$1^{gr},906$	$8^{gr},066$	$2^{gr},914$	$8^{gr},369$	$3^{gr},349$
Chaleur produite par heure......	$65^{cal},684$	$277^{cal},97$	$100^{cal},42$	$289^{cal},04$	$115^{cal},91$
Quotient du nombre de calories divisé par l'excès T — *t*....... ...	25,75	26,22	25,74	25,57	25,75
Température de la chambrette....	$11^{o},05$	$19^{o},3$	$12^{o},8$	$20^{o},7$	$13^{o},5$
Température de la chambre.......	$8^{o},5$	$8^{o},7$	$8^{o},9$	$9^{o},4$	9°

On voit par ce tableau que la loi de refroidissement de l'appareil est très-sensiblement celle qu'a donnée Newton; en d'autres termes, que la perte de chaleur par unité de temps est proportionnelle à l'excès de la température interne sur la température externe.

Le nombre $25^{cal},75$, que j'ai adopté dans mes calculs pour la perte en chaleur par heure, répondant à un excès de 1 degré, a été tiré d'un grand nombre d'expériences que je ne rapporte pas, et où j'ai fait varier dans des limites encore plus écartées le poids d'hydrogène brûlé par heure. J'ajoute que, dans une seconde série d'expériences faites longtemps après les premières, j'avais considérablement agrandi la guérite ou calorimètre, et qu'alors j'ai trouvé sous forme tout aussi constante le nombre $36^{cal},9$ pour chaque degré d'excès de la température interne sur la température externe.

Pour avoir la quantité de chaleur développée par heure, par la personne soumise à l'expérience, il suffisait donc dans la première série de multiplier par $25^{cal},75$ et dans la seconde série par $36^{cal},9$ l'excès stable de température que déterminait cette personne dans le calorimètre.

Par une suite d'expériences préparatoires, j'ai cherché si la chaleur développée par unité de temps en nous est bien réellement proportionnelle au poids d'oxygène absorbé aussi par unité de temps lorsque nous sommes à l'état de repos. Les observations ont porté sur cinq personnes de tempérament et d'âge très-différents : une jeune fille de 18 ans, un jeune homme de 20 ans, et trois hommes de 35 à 42 ans. Le résultat obtenu a été que, chez tous les individus soumis à l'étude, le rapport de la chaleur développée au poids d'oxygène absorbé était à peu près de $5^{cal},22$ à 1, en d'autres termes que, pour chaque gramme d'oxygène assimilé, il se développe environ $5^{cal},22$. Je dis *à peu près, environ* : on comprend que, dans des recherches aussi difficiles, des variations légères étaient inévitables, alors même que, contrairement à ce qui est probable, notre rapport serait absolument invariable. J'ai admis le nombre 5,22 :

1° Parce que la valeur obtenue dans chaque essai s'approchait d'autant plus de ce nombre que la personne s'était mieux prêtée à l'étude, avait mieux su respirer à travers les tubes de caoutchouc, de manière à ne rien laisser perdre de l'air expiré et ensuite analysé ;

2° Parce que dans la seconde série d'expériences, faites avec le calorimètre agrandi et beaucoup mieux conduites que les premières, les nombres obtenus n'ont oscillé que de $5^{cal},18$ à $5^{cal},23$. Ce résultat obtenu sur l'homme correspond et concorde avec ceux de Lavoisier et de Laplace obtenus sur des animaux; la concordance, bien entendu, porte non

sur les nombres, mais sur le principe fondamental, à savoir que la respiration est la cause principale, mais non toutefois unique, de la calorification dans l'être animé.

Étant une fois démontré ce point principal, il devenait aisé de mettre en rapport le travail positif ou négatif développé par l'homme et la chaleur consommée ou produite par ce travail.

Soient, en effet, Q_0 la quantité de chaleur développée réellement par unité de temps pendant une expérience, et Π le poids d'oxygène absorbé. La chaleur disponible est visiblement $5^{cal},22.\Pi$, et la différence $5,22.\Pi - Q_0$, si elle existe, ne peut être attribuée qu'au travail.

Or le résultat de toutes ces expériences a été :

1° Que, chaque fois que l'individu exécutait un travail positif (montait sur la roue du calorimètre), la valeur $5,22.\Pi$ dépassait Q_0;

2° Que, lorsqu'au contraire l'individu exécutait un travail négatif (descendait la roue), la valeur Q_0 dépassait $5,22.\Pi$.

Dans les expériences très-bien réussies, la proportionnalité entre le travail et la différence $5,22.\Pi - Q_0$ devenait frappante. Je cite deux expériences faites sur moi-même, et de l'exactitude desquelles je suis le plus sûr.

Pendant une marche ascensionnelle représentant un travail de 27448 kilogrammètres par heure, la quantité d'oxygène absorbée par heure aussi s'est élevée à $131^{gr},74$; à l'état de repos ce poids eût produit $5,22 . 131,74$ ou $687^{cal},68$. En réalité, la mesure calorimétrique n'a donné que 251 calories; $687^{cal},68 - 251^{cal} = 436^{cal},68$ étaient donc employées en travail externe et en phénomènes internes de tous genres qui n'existaient pas à l'état de repos.

Dans une seconde expérience, le travail par heure a été réduit à 20750 kilogrammètres; l'oxygène consommé a été

$112^{gr},2$; la chaleur disponible était donc $585^{cal},7$. En réalité, il s'est développé $255^{cal},6$; $585^{cal},7 - 255^{cal},6 = 330^{cal},1$ ont donc été employées au travail externe et en actions internes.

En posant la proportion

$$330,1 : 536,7 :: 20\,750^{kgm} : x$$

on trouve

$$x = 27\,450^{kgm}$$

c'est-à-dire à très-peu près le travail fourni effectivement dans la première expérience.

Les expériences que je viens de relater ont été exécutées par moi de 1856 à 1858. Je les ai décrites au long dans mon premier ouvrage : *Recherches expérimentales sur l'équivalent mécanique de la chaleur*, 1858. Depuis cette époque je n'en ai donné que des résumés très-concis dans mes divers autres travaux sur la Thermodynamique. Comme l'édition du premier Ouvrage est épuisée depuis fort longtemps, comme les expériences, en général tolérablement justes, qui s'y trouvent décrites, y sont entourées de considérations dont depuis longtemps aussi j'ai reconnu publiquement l'inexactitude au point de vue des principes de la Thermodynamique, comme enfin mes recherches sur la chaleur humaine ont donné lieu à des critiques, les unes fondées, les autres absolument fausses, j'ai cru bien faire en en donnant ici encore une fois, avec quelques développements, la substance et les conclusions.

Je ne puis maintenant qu'exprimer une dernière fois mon plus profond regret de n'avoir pu reprendre ce genre de recherches à la fois si utiles et si élevées, et surtout de n'avoir pas vu de jeunes physiciens se réunir à moi pour les répéter. Il faut bien le dire, en effet, de tels travaux sont au-dessus des forces d'un seul homme, si actif, si dévoué qu'il soit à la

science. Il n'est guère possible que la même personne fasse, comme j'y ai pourtant été condamné, des observations thermométriques, dynamométriques, gazométriques, chimiques, sans que l'exactitude n'en souffre. De tels travaux ne pourraient être menés à bonne fin que par une association de physiciens qui se distribueraient les rôles, et qui n'auraient alors ainsi chacun qu'un seul genre d'observations à noter, ou d'opérations à exécuter. J'ai entretenu pendant des années l'espoir de voir se former une pareille association ; mais j'ai dû, hélas! reconnaître peu à peu que je me faisais illusion. Un peu de scepticisme, une appréciation plus exacte des aspirations de la jeunesse de notre époque m'eussent guéri plus vite.

Les expériences sur la chaleur vitale et ses relations avec le travail mécanique sont loin d'être aussi difficiles qu'on ne le pense en général; et, pour bien dire, la difficulté ne repose précisément que sur la multiplicité des opérations à mener de front. On arriverait à la plus grande exactitude en se conformant aux prescriptions suivantes :

1° Substituer à la guérite-calorimètre en bois une guérite à parois métalliques minces.

2° Placer ce calorimètre dans une très-grande salle bien fermée pour prévenir les changements de température rapides.

3° Substituer aux thermomètres à mercure, externe et interne, un thermomètre différentiel à air dont l'un des réservoirs serait placé dans la guérite et l'autre en dehors. Avec ce genre de thermomètre, des plus faciles à construire, on mesure avec certitude les différences de température à $\frac{1}{60}$ de degré près.

4° Enfin, et surtout, prolonger autant que possible les expériences concernant l'individu en état de travail. C'est ici, en effet, le point capital, le seul peut-être dont l'inobserva-

tion puisse conduire à des fautes graves. Dans l'homme à l'état de mouvement ascendant ou descendant, il doit se passer évidemment un ensemble de phénomènes chimiques qui n'ont pas lieu à l'état de repos. Il faut donc que l'expérience se prolonge assez pour que ces réactions spéciales aient pris elles-mêmes un état stable et régulier; mais alors se présente une difficulté réelle, qu'il serait pourtant, je pense, facile de surmonter. La marche sur les degrés de la roue tournante du calorimètre est fatigante pour la plupart des personnes, parce qu'elle est neuve et inusitée ; trois quarts d'heure, une heure de marche au plus est ce que supportaient les personnes qui ont été étudiées. Il faudrait, pour réussir, faire choix de sujets habitués à la marche dans les montagnes ou aux exercices gymnastiques; ils supporteraient facilement, et sans la moindre fatigue, une expérience de deux ou trois heures. La justesse de cette remarque ressort de mes expériences mêmes : tandis que celles que j'ai exécutées sur les sujets en repos concordaient très-bien la plupart du temps, celles qui ont été faites sur les mêmes sujets en mouvement divergeaient d'autant plus entre elles que le sujet était moins apte par sa constitution à ce genre de marche.

Je crois être utile à ceux de mes lecteurs qui s'occupent de Physiologie, en présentant maintenant, sous forme en quelque sorte digressive, les conclusions qui découlent de mes expériences telles qu'elles sont.

Quoi qu'il en soit des modifications que de nouvelles expériences, convenablement exécutées, pourront apporter aux nombres particuliers que j'ai trouvés, j'ai la conviction que l'ensemble des conclusions que je vais formuler restera parfaitement intact, et ne sera que confirmé par les travaux subséquents.

CONSÉQUENCES DES EXPÉRIENCES PRÉCÉDENTES AU POINT DE VUE DE LA PHYSIOLOGIE.

I. Ainsi que l'admettent, quoique d'une manière trop absolue, la plupart des physiciens, l'acte de la respiration peut être regardé comme la cause principale du développement de calorique dans le corps de l'homme et des autres animaux vertébrés.

Mais les résultats quantitatifs de cet acte varient du tout au tout, selon que l'individu est à l'état de repos ou à l'état de mouvement, et ils doivent être considérés séparément sous ces deux faces.

État de repos.

II. Dans l'homme en repos, la quantité de calorique développé en un temps donné est *à peu près proportionnelle* à la quantité d'oxygène absorbé pendant le même temps, absorption qui est la conséquence directe de l'acte respiratoire. Chaque gramme d'oxygène enlevé par les poumons à l'air aspiré produit environ de $5^{cal},22$, c'est-à-dire la quantité de calorique nécessaire pour élever de 1 degré la température de $5^{kg},22$ d'eau.

III. Nous disons *à peu près*, *environ*. Ces mots restrictifs, en effet, sont à leur place ici. Le rapport de l'unité en poids d'oxygène consommé au nombre d'unités de calorique développé, autrement dit l'*équivalent calorifique* de l'oxygène, varie légèrement d'un individu à l'autre, et pour le même individu, dans des limites resserrées, il est vrai, mais pourtant réelles, et ne dérivant pas d'erreurs expérimentales.

IV. La digestion, l'assimilation alimentaire en général,

les mille et mille sécrétions et transformations chimiques qui s'opèrent dans l'organisme doivent certainement contribuer à augmenter ou à diminuer le développement du calorique.

Elles y entrent toutefois pour une part beaucoup plus faible qu'on ne pourrait être porté à le croire, et ce n'est pas à elles en tout cas qu'on est en droit d'attribuer les variations que j'ai pu observer dans le rapport de l'oxygène absorbé au calorique produit. En effet, dans mes expériences, on tenait compte de l'état des individus : ils étaient tantôt fatigués par un travail prolongé, par des courses, tantôt à l'état de repos complet; ils étaient tantòt à jeun, tantôt repus, tantôt en pleine digestion. L'équivalent calorifique ne variait pas pour cela plus que quand on opérait sur deux individus tout à fait dans les mêmes conditions *actuelles*. J'ajouterai que j'ai expérimenté avec soin sur moi-même, soit au début d'une fièvre assez intense, soit avant ou après d'énergiques soustractions de calorique opérées par des lotions d'eau froide générales (traitement hydropathique); et je n'ai pas obtenu non plus de différences marquées dans notre nombre. Toutes les actions internes dont nous venons de parler influent certainement sur notre équivalent; mais il faudrait des expériences beaucoup plus justes que les miennes pour mettre cette influence à jour.

V. Et provisoirement nous devons admettre que les variations de notre rapport sont dues plutôt à ce que l'oxygène absorbé ne se combine pas toujours de la même manière absolue et identique avec les mêmes éléments combustibles qu'il trouve dans le corps.

VI. La quantité d'oxygène absorbé et, par suite, la quantité de chaleur produite varient non-seulement d'une personne à l'autre, comme cela se conçoit aisément, mais d'une

époque à l'autre, d'un jour à l'autre, chez le même individu. Il serait certainement très-important d'étudier expérimentalement ces variations pour en trouver la cause.

VII. Mais supposons maintenant qu'une personne se trouve pendant une période d'une certaine durée dans les mêmes conditions de développement calorifique : trois choses essentielles peuvent varier encore pendant cette période et alors sans avoir aucune influence sur les poids d'oxygène absorbé en un même temps : 1° le nombre des respirations, par heure (par exemple); 2° le volume total d'air aspiré et expiré pendant cette heure; 3° et enfin la quantité relative d'oxygène enlevé à l'air sur le volume total, autrement dit, *la puissance absorbante des poumons*.

Il résulte de là, pour nous servir du langage mathématique, que le dernier de ces éléments est une *fonction inverse* des deux premiers, c'est-à-dire que si le volume aspiré et expiré par heure vient à croître, soit par suite de l'accélération, soit par suite de l'augmentation d'amplitude du mouvement respiratoire, la quantité relative d'oxygène saisi diminuera en proportion inverse exacte. Et si, par hasard, deux individus produisent la même chaleur et consomment le même poids d'oxygène, il se pourra que l'un aspire 800 litres d'air par heure, tandis que l'autre n'en aspire que 400; mais il est certain que les poumons du premier enlèveront seulement 2 pour 100 d'oxygène à l'air, si ceux du second en prennent 4 pour 100. C'est ce qui est ressorti de la manière la plus frappante de mes expériences sur des sujets de tempéraments différents. Il résulte de là que la puissance absorbante des poumons vis-à-vis de l'oxygène ne repose pas simplement, comme on pourrait être porté à le croire d'abord, sur un simple phénomène d'endosmose, sur une propriété passive, ou du moins purement physique, des tissus pulmonaires;

mais qu'elle dépend d'un état de vitalité générale, gouverné dans ces tissus par le système nerveux tout entier.

Ce fait résulte aussi d'autres expériences que j'ai faites accessoirement et dont il serait trop long de donner ici les détails, mais dont l'ensemble établit : 1° que la quantité d'oxygène absorbé par les poumons n'est pas du tout diminuée ou augmentée d'une manière directement proportionnelle aux variations que l'on fait subir aux proportions relatives de l'azote et de l'oxygène ; 2° que cette quantité n'est proportionnelle, d'une manière absolue, ni à la durée du séjour de l'air dans les poumons, ni à la vitesse de la respiration, ni à son amplitude, ni à la vitesse de la circulation (estimée par le nombre des pulsations), mais qu'elle dépend d'une manière complexe de tous ces éléments à la fois ; 3° et qu'en somme elle est gouvernée d'une manière des plus remarquables par les besoins de l'organisme à chaque instant.

État de mouvement.

Lorsque nous nous livrons à une expérience ou à un travail régulier, plusieurs phénomènes connus de tout le monde, mais pourtant très-dignes d'attention, se manifestent : la vitesse de la respiration et du pouls s'accroît, les aspirations deviennent plus profondes ; une chaleur plus considérable se fait sentir, et se répand plus complétement dans toutes les parties du corps. En faisant l'analyse de l'air expiré, nous reconnaissons qu'il est plus dépouillé d'oxygène et plus riche en acide carbonique que quand nous sommes au repos : la *puissance absorbante* des poumons s'accroît en un mot aussi.

L'accélération du mouvement respiratoire, l'accroissement

de son amplitude et l'augmentation du pouvoir absorbant conspirent à augmenter la consommation en poids de l'oxygène pour un même temps.

L'accroissement du développement de calorique est-il proportionné à celui de l'oxygène? Deux cas se présentent ici d'une manière remarquable, et viennent répondre en deux sens opposés.

VIII. Supposons que nous déterminions exactement le poids d'oxygène consommé par heure par l'individu qui se livre à un travail corporel parfaitement régulier. Il est clair qu'en multipliant ce poids par le nombre 5,2 nous aurons le nombre de calories que produirait ce poids d'oxygène absorbé chez le même individu en repos.

Supposons qu'en même temps nous déterminions le nombre de calories réellement développé pendant le travail. La comparaison de ce nombre réel avec le nombre calculé, comme il vient d'être dit, nous apprendra comment l'oxygène se trouve utilisé au point de vue calorifique.

Eh bien, voici ce que nous observons d'une manière parfaitement claire. Prenons les deux modes de mouvement les plus élémentaires pour exemple :

1° Supposons que nous *montions* un escalier ou que nous *gravissions* une montagne.

La comparaison de nos deux nombres de calories nous apprendra que le nombre réel produit est *toujours inférieur* au nombre calculé.

2° Supposons que nous *descendions* un escalier ou une montagne. La comparaison de nos nombres nous dira que la quantité de calorique produite est toujours *au moins égale* et *très-souvent supérieure* à la quantité calculée.

Le mouvement ascendant annihile donc dans l'individu une partie du calorique que l'oxygène *est capable* de produire.

La marche descendante non-seulement *n'annihile* rien, mais au contraire détermine une production de calorique supérieure à celle dont est capable l'oxygène.

Ces deux faits contraires frappent de nullité toute interprétation physiologique qui ne reposerait pas directement sur la distinction mécanique des deux modes de mouvement. Le fait suivant vient s'ajouter à cette espèce de démonstration forcée, en nous apprenant qu'une loi mathématique précise (aussi précise du moins que peut l'être ce qui concerne les êtres vivants), gouverne les quantités de calorique annihilées dans le premier cas.

IX. En effet, chez le même individu, la différence en moins que nous trouvons entre le nombre de calories calculé et le nombre réel produit ne repose sur rien de fortuit.

Que faisons-nous en montant un escalier, par exemple? Nous élevons en un temps donné notre poids à une certaine hauteur; selon que nous marchons plus ou moins vite, nous élevons ce poids à une hauteur plus ou moins grande dans le même temps. Eh bien, faisons dans divers cas le produit de notre poids par les hauteurs atteintes, et comparons ce produit avec le nombre de calories que l'oxygène en produit de moins, nous trouverons, chose singulière, un rapport presque constant entre ces deux éléments en apparence si différents.

Le produit de notre poids par la hauteur gravie est ce qu'on nomme en Mécanique le *travail* exécuté par nous. Eh bien, il y a presque proportionnalité entre la somme de ce travail et le nombre de calories que le mouvement ascendant a empêché de se produire.

X. Je me suis servi de l'exemple le plus simple des deux genres de mouvement. Les résultats seraient rigoureusement

les mêmes si, au lieu de nous servir de nos jambes pour nous élever ou pour descendre, nous appliquions la force de nos bras à un mécanisme convenable, et si, à l'aide de ce mécanisme, nous élevions ou abaissions un poids égal à celui de notre corps (ou à tout autre) à une certaine hauteur en un temps donné.

Il est facile de reconnaître, en thèse générale, que tous nos mouvements, ou du moins tous leurs résultats, peuvent se traduire numériquement par un poids élevé ou abaissé en un temps donné à une certaine hauteur. Lorsque nous traînons, par exemple, un fardeau sur un plan horizontal, l'effort exercé peut s'exprimer en poids, et le chemin parcouru par le fardeau n'est autre chose que la hauteur à laquelle nous aurions élevé ce poids dans le même temps, etc., etc.

Mais quelle est donc la différence qui existe pour le moteur vivant entre ces deux effets : élever un poids ou abaisser un poids?

Au premier abord, le physiologiste répondra que la différence est nulle, et que l'individu travaille dans les deux cas, puisqu'il fait des efforts musculaires. Pour le mécanicien, la différence est immense. Pour lui, le moteur qui élève un fardeau est le seul qui travaille; celui qui résiste à un fardeau qui descend, et de manière à régulariser la descente, non-seulement ne travaille pas, mais devient le collecteur d'un travail exécuté par le fardeau lui-même. Nos chutes d'eau, par exemple, qui nous donnent si souvent et à si peu de frais de la force motrice, sont-elles autre chose que les réceptacles du travail de l'eau? Mais rien ne peut se perdre dans la nature. Que deviennent tous ces mouvements produits dans nos chutes d'eau, qui viennent s'anéantir dans nos usines? Ils produisent de la chaleur, ou de l'électricité, ou de la lumière, ou toute autre *force équivalente*. Si nous pouvions

placer une filature, un tissage, etc., dans un immense calorimètre, nous trouverions que, pour chaque poids d'eau de 425 kilogrammes qui est descendu de 1 mètre dans notre chute, il s'est développé *une calorie*, une *unité de chaleur*.

Pour le mécanicien donc, l'homme qui élève un fardeau doit faire disparaître du calorique, et celui qui résiste à un fardeau qui descend doit produire du calorique, et c'est ce que l'expérience confirme.

XI. Le muscle qui se contracte occasionne une dépense de calorique dans l'être vivant. Le muscle contracté qui se détend sous l'action d'un effort externe (d'un fardeau qui descend) ne dépense pas de calorique, mais en fait produire.

XII. Nous disons en général que l'exercice corporel nous réchauffe : il importe maintenant de s'entendre sur le sens de cette expression.

1° Nous voyons que chez l'homme qui élève un fardeau, ou qui s'élève en marchant, une partie du calorique que l'oxygène serait capable de produire à l'état de repos disparaît par suite du travail et ne donne lieu à aucun *échauffement*. Pourtant la plupart des personnes qui montent une montagne prennent chaud et vont même jusqu'à suer. C'est que l'accélération de la respiration et de la circulation et l'augmentation de la puissance absorbante des poumons produisent une consommation d'oxygène et une production de calorique *exagérées*, et de ce calorique une partie seulement est consommée pour le travail, tandis que l'autre chauffe effectivement l'individu.

2° Il est à remarquer cependant, et c'est là un fait important, que plus un homme est robuste et habitué à la fatigue, moins il se produit chez lui de ce calorique en excès

que nous appellerons *inutile*. Chez cet homme, l'absorption de l'oxygène croît beaucoup moins que chez l'individu faible, et cette absorption est d'autant moindre que l'on a mieux *su se faire* à un travail donné.

3° Il est donc beaucoup plus vrai de dire que chez l'individu bien portant et robuste le travail détermine une *soustraction* de calorique, utile la plupart du temps, et que, si ce travail l'échauffe, c'est bien plutôt parce qu'il détermine une juste et équitable distribution de calorique entre tous les organes.

Au point de vue hygiénique, nous voyons la différence qu'il y a entre un exercice modéré et un exercice violent. Le second détermine une absorption d'oxygène exagérée et un excès de calorique non-seulement inutile, mais la plupart du temps nuisible. Le premier, au contraire, ne fait qu'équilibrer le calorique en même temps qu'il opère par les poumons l'élimination d'une partie des principes qui sont devenus inutiles à l'organisme.

XIII. La loi qui établit un rapport entre le travail produit par l'animal et le calorique que ce travail annihile dans l'organisme fait de l'être vivant un véritable *moteur*, en un sens du moins. L'être vivant doit donc être, comme tel, muni d'un système régulateur qui le mette à même de pourvoir à tous les besoins du moment.

L'appareil respiratoire, circulatoire et musculaire tout entier est en effet gouverné de telle sorte par l'appareil nerveux que, dès que le travail mécanique *commence*, les poumons sont mis à même de fournir la quantité d'oxygène qui va devenir indispensable.

Dès les cinq premières minutes de *travail régulier*, la vitesse et l'amplitude du mouvement respiratoire et circulatoire, et la puissance absorbante des poumons se mettent en

quelque sorte au diapason du travail que les muscles ont à exécuter; mais la *régulation* et la distribution du calorique reposent encore sur d'autres phénomènes.

XIV. Aristote soutenait que la respiration était nécessaire pour enlever sans cesse le calorique produit par la vie. Quelques physiciens modernes, tombant dans un excès contraire, quoique plus légitime, ont assimilé les poumons à un véritable fourneau placé dans le corps vivant; enfin, d'un autre côté, quelques physiologistes ont dit qu'il ne se produit aucune chaleur dans les poumons, et que le calorique se développe dans tout l'ensemble de l'organisme par suite de l'oxygénation du sang.

La nature, qui n'a aucun système préconçu, a mis d'accord ces trois idées contradictoires. Tout gaz dont on réduit de force le volume produit du calorique; tout gaz dont on laisse le volume s'augmenter se refroidit.

L'oxygène condensé par le pouvoir absorbant des tissus pulmonaires produirait une chaleur nuisible à ceux-ci, si l'acide carbonique ne prenait en même temps la forme gazeuse et n'enlevait par là ce que l'absorption a produit.

L'oxygène, comme on l'a dit maintes fois déjà, est seulement *saisi* par le sang veineux pour être porté dans les divers organes, où s'opèrent ensuite des combinaisons plus définies, et où se produit, par suite, du calorique. Mais ce simple acte d'absorption produit du calorique localement dans les poumons, et ce calorique serait mortel aux tissus, s'il n'était éliminé à l'instant.

Cette élimination se fait d'une manière très-simple :

1° L'air qui pénètre dans les poumons est plus froid que celui qui en sort.

2° Celui qui y entre contient moins de vapeur d'eau que celui qui en sort. Les poumons sont donc refroidis à la fois

par le contact de l'air et par l'évaporation d'une certaine quantité d'eau.

La quantité de chaleur enlevée ainsi dépend, toutes choses égales d'ailleurs, de la température de l'air inspiré, de son degré de saturation de vapeur d'eau, enfin des volumes inspirés et expirés en un temps donné. Elle reste constante tant que ces trois éléments ne varient pas.

Si le travail musculaire ne faisait accroître que la puissance absorbante des poumons, l'excès d'oxygène saisi déterminerait encore une chaleur mortelle; mais ce travail augmente en même temps la vitesse et l'amplitude du mouvement respiratoire, et dès lors le refroidissement opéré devient suffisant.

L'expérience a démontré que dans l'état de travail l'air emporte plus de chaleur des poumons que dans l'état de repos.

L'opinion d'Aristote (en un sens du moins) et les deux opinions des physiologistes modernes ont donc raison à la fois et sans nulle contradiction paradoxale.

XV. La loi d'équivalence qui, dans l'être vivant, relie le travail mécanique exécuté avec la chaleur produite en moins par la respiration, cette loi assimile, disons-nous, ce moteur vivant à nos moteurs mécaniques en général. Cependant l'être vivant n'est point ce que nous nommons un moteur à calorique. Ce n'est point le calorique produit par la respiration qui peut déterminer les contractions musculaires, sous l'action de notre volonté.

Il s'ensuit que, dans l'être vivant, le calorique se trouve en équilibre avec une autre force, l'électricité, le fluide nerveux, comme on voudra; et l'oxygène absorbé pendant le travail donne d'autant moins de calorique qu'il produit plus de cette autre force qui détermine les contractions musculaires

Relation qui existe entre le travail produit et la chaleur consommée par la machine à vapeur.

Les expériences premières que j'ai faites sur ce moteur remontent plus haut encore que les précédentes : aux années 1854 à 1858; mais, quant à elles du moins, je n'ai pas éprouvé le triste regret que j'ai eu à exprimer quant à mes expériences sur la chaleur humaine. Non-seulement j'ai pu les répéter sous toutes les formes et de plus en plus exactement, mais, surtout et tout récemment, j'ai eu la satisfaction de trouver ce qui m'avait fait défaut autrefois, le concours de deux aides dont l'activité, le talent et le dévouement à l'œuvre commune ne sauraient être surpassés.

Au lieu de relater des expériences déjà décrites, j'aurai à présenter non-seulement des expériences nouvelles, mais même à décrire les modifications notables introduites dans ma première méthode d'observation.

L'importance de l'étude d'un moteur thermique comme la machine à vapeur ne saurait échapper à personne. Il ne s'agit plus ici, comme dans les observations sur la chaleur humaine, d'une frêle machine qui ne peut marcher plus d'une ou deux heures sans se fatiguer et s'arrêter de lassitude, machine dans laquelle d'ailleurs se passent une foule de phénomènes que la science peut-être ne débrouillera jamais et qui troublent en partie la netteté de la loi cherchée.

Il s'agit d'un moteur puissant et robuste, pouvant être soumis à l'expérience pendant des journées, des semaines entières, et doué de ce caractère si essentiel pour la recherche d'une loi : que tous les phénomènes qui s'y passent sont mesurables dans leur espèce et dans leur grandeur. Le corps qui, soumis à l'action alternative de la chaleur et du froid,

y donne le travail ne subit aucune modification chimique ou physique permanente : il en sort absolument dans l'état où il y entre.

Suivons, en effet, par la pensée ce qui se passe dans une machine à vapeur arrivée à un régime stable de travail. Je suppose cette machine pourvue de tous les perfectionnements qu'elle a reçus dans ces dernières années. L'eau alimentaire, à une température de 20 à 30 degrés environ, entre continuellement dans des réchauffeurs qui, utilisant la chaleur autrement perdue de la fumée, la portent à une température très-voisine de l'ébullition. Des réchauffeurs elle passe dans la chaudière, où elle est mise de fait en contact avec une source de chaleur à température élevée, le foyer; elle bout et s'évapore sous une pression constante; on dit en Physique qu'*elle change d'état;* en réalité *elle se dilate énormément* et prend un volume de plusieurs centaines de fois supérieur à son volume primitif. Au sortir de la chaudière, la vapeur, le gaz aqueux, disons l'eau dilatée, tantôt se rend directement au cylindre moteur, tantôt passe d'abord par un appareil surchauffeur où elle reçoit une nouvelle addition de chaleur qui, sans modifier sa pression, augmente encore son volume. Arrivée au cylindre, elle pousse en avant le piston moteur, d'abord avec la pression de la chaudière (ou à peu près); puis, la communication avec la chaudière étant coupée, elle agit par détente, c'est-à-dire que, son volume croissant, sa pression et sa température vont en baissant; puis enfin, le piston étant au bout de sa course, le gaz aqueux est mis en contact avec une source de froid, autrement dit, avec une grande masse d'eau à une température aussi basse que possible. Le gaz se condense et redevient liquide; on dit en Physique qu'*il change d'état;* disons qu'*il se contracte* et revient à son volume primitif en perdant la presque totalité de sa

pression. Le piston devenu libre peut recommencer sa course.

Il est évident par soi-même que si, correction faite de quelques pertes, insignifiantes d'ailleurs, nous retrouvons dans le condenseur moins de chaleur que nous n'en avions dépensé avant l'arrivée de la vapeur au cylindre, la différence tout entière de ces quantités de chaleur devra être rapportée au travail produit par la machine, et ne pourra être attribuée qu'à ce travail. Nulle discussion n'est possible en ce sens, puisque nous pouvons à volonté faire rendre à un même poids de vapeur du travail ou non, en le faisant passer par notre machine ou en le condensant directement, et d'ailleurs en maintenant toutes les autres conditions : nous pouvons en un mot comparer, sans rien changer, hormis le travail.

Au point de vue de l'observation, l'ensemble des expériences à faire nous est très-clairement tracé. Nous avons à :

1° Mesurer la chaleur totale que nous donnons à l'eau avant son entrée sous forme de gaz au cylindre;

2° Mesurer la chaleur totale que possède l'eau en quittant la machine;

3° Mesurer le travail total externe produit.

1° *Mesure de la chaleur dépensée.* — Sous la forme indiquée, cette mesure serait irréalisable expérimentalement; mais nous pouvons renverser la question et mesurer ce que rend un poids donné de gaz aqueux, lorsqu'on le condense dans des conditions absolument identiques à celles où il a été produit. Au lieu de faire passer le gaz par le cylindre moteur, nous pouvons, sans changement de volume ou de pression, le conduire dans un condenseur (calorimètre) et mesurer ce qu'il nous rend : la quantité rendue sera évidemment égale à la quantité donnée.

Cette opération, fort délicate en elle-même, est rendue complétement inutile par les beaux travaux de M. Regnault.

Nous savons en effet, aujourd'hui, avec toute l'approximation désirable, ce qu'il faut de chaleur pour porter un kilogramme d'eau de zéro à une température t et pour l'évaporer sous la pression qui répond à cette température maintenue constante. Cette quantité de chaleur, que je désignerai par λ, a pour expression approximative

$$\lambda = 606,5 + 0,305\,t.$$

Je montrerai ailleurs que des tableaux numériques mêmes de M. Regnault on peut tirer une équation qui rend encore plus fidèlement compte des faits. Pour notre objet présent, celle que je viens d'indiquer suffira parfaitement.

Si donc la chaudière du moteur étudié travaille à la pression constante p_0 et à la température par suite constante t_0, chaque poids m d'eau réduite en vapeur de zéro à t_0 prendra

$$Q_0 = m\lambda_0 = m(606,5 + 0,305\,t_0)$$

unités de chaleur; et c'est aussi ce que cette masse m pourra rendre de chaleur si, sans lui faire rendre de travail, on la condense et la ramène à zéro.

Nous disons que la vapeur se rend tantôt directement au cylindre, tantôt après avoir traversé un appareil surchauffeur. Dans les deux cas nous avons une addition de calorique à faire à notre quantité.

Dans le premier cas, quelque bien conditionnée que soit la chaudière, la vapeur entraîne toujours plus ou moins d'eau en poussière; or cette eau a aussi été portée à la température t_0. Les expériences de M. Regnault nous apprennent que, pour échauffer 1 kilogramme d'eau de zéro à t, il faut une quantité de chaleur qui a pour expression

$$q = t + 0,00002\,t^2 + 0,0000003\,t^3.$$

Désignons donc par M la dépense totale de la chaudière par unité de temps, ou, si l'on aime mieux, par coup de piston. Le poids d'eau mêlé à la vapeur est aussi (M — m), et l'on a, par conséquent,

$$Q = (606,5 + 0,305\,t_0)m$$
$$+ (M - m)(t_0 + 0,00002\,t_0^2 + 0,0000003\,t_0^3)$$

pour l'expression de la chaleur dépensée pour porter M de zéro à t_0, et pour évaporer m. Dans le second cas, celui de la surchauffe, il est clair que nous devons ajouter à Q la quantité de chaleur qu'il faut pour porter le poids m de t_0 à θ_0, θ_0 étant la température au sortir de l'appareil surchauffeur

Les expériences de M. Regnault nous ont appris que la capacité calorifique de la vapeur, sous la pression constante d'une atmosphère, est sensiblement constante, ou indépendante de la température, et égale à 0,48. Mes propres recherches sur ce sujet montreront que la capacité croît avec la pression, mais très-lentement. Pour les pressions où travaillent généralement les moteurs que j'ai soumis à l'expérience, nous pouvons poser C = 0,5. Il vient donc, pour le cas de surchauffe,

$$Q = m[606,5 + 0,305\,t_0 + (\theta_0 - t_0)\,0,5]$$
$$= m(606,5 - 0,195\,t_0 + 0,5\,\theta_0)$$

pour la quantité de chaleur dépensée à porter l'eau de zéro à t_0, à l'évaporer à t_0 et à l'échauffer de t_0 à θ_0.

En résumé, nous voyons que pour déterminer la quantité de chaleur fournie à l'agent moteur, à l'eau, il nous suffit de mesurer très-exactement la quantité d'eau qu'il a fallu fournir, pendant un jour par exemple, à cette chaudière, pour y maintenir le niveau parfaitement constant, et de diviser ce

poids d'eau par le nombre de coups de piston de la machine. Étant connues la pression constante à laquelle travaille la chaudière et soit la surchauffe, soit la quantité d'eau emportée avec la vapeur si l'on travaille sans surchauffe, les valeurs trouvées pour λ à l'aide des données de M. Regnault, et multipliées par la dépense de vapeur, nous donnent ensuite la quantité cherchée.

En principe, la détermination de la chaleur fournie et disponible dans notre moteur est donc fort simple. Il s'en faut cependant beaucoup que dans la réalité elle soit facile; une foule de précautions minutieuses sont ici nécessaires, comme on va voir.

J'ai dit : étant connue la pression constante à laquelle travaille la chaudière, les données de M. Regnault permettent de déterminer la chaleur fournie à l'unité de poids d'eau évaporée.... Chacun conçoit qu'il n'est pas possible de maintenir rigoureusement stable la pression d'une chaudière, quelle que soit d'ailleurs la nature du travail qu'exécutent les machines commandées par le moteur. Le nettoyage de la grille, l'alimentation toujours plus ou moins intermittente de l'eau de la chaudière, les variations du tirage par suite de l'état atmosphérique, etc., toutes ces causes rendent impossible au meilleur chauffeur le maintien d'une pression rigoureusement constante; mais on se met à l'abri des erreurs qui pourraient résulter des variations de la pression, en allant en quelque sorte au-devant d'elles, en notant la pression à des intervalles égaux et assez rapprochés. Dans mes expériences, la pression, indiquée par un manomètre à mercure et à air libre, était notée de dix en dix minutes; par conséquent 72 fois en une journée de douze heures de travail. Comme, avec les chauffeurs dont je disposais, les plus forts écarts de pression ne s'élevaient pas à plus de $\frac{1}{2}$ atmosphère

($0^m,38$ de mercure), comme en général la pression oscillait à peine de $0^{atm},1$ en plus ou en moins, la moyenne de nos 72 nombres donnait, avec une approximation suffisante, la pression moyenne réelle. A peine ai-je besoin d'ajouter qu'on tenait compte en même temps de la hauteur barométrique moyenne.

La détermination de la quantité d'eau qu'entraîne la vapeur, lorsqu'on travaille sans surchauffe, est une des opérations les plus délicates et les plus difficiles qui puissent se présenter dans la physique industrielle. Je reviendrai au long sur ce sujet dans la partie de cet ouvrage consacrée spécialement à la machine à vapeur. Ici, je ne m'occuperai que des cas où la vapeur, portée à une température très-supérieure à celle du point de saturation, se comportait comme un gaz parfaitement sec. La température de la vapeur étant prise tout près du cylindre, on n'avait pas à s'occuper du refroidissement toujours très-notable qui avait lieu depuis l'appareil de surchauffe. Cette température était, comme la pression, notée de dix en dix minutes. On avait donc une moyenne très-correcte aussi.

La détermination de la dépense de vapeur peut se faire de deux manières : 1° en mesurant, comme je l'ai dit plus haut, la quantité d'eau alimentaire fournie à la chaudière pendant toute une journée et divisant par le nombre de coups du piston; 2° en mesurant très-exactement la quantité d'eau froide injectée au condenseur et la quantité d'eau tiède rejetée : il est clair que la différence n'est autre que le poids de vapeur condensée. La première méthode est trop simple pour qu'il y ait lieu de m'y arrêter : l'essentiel ici, c'est qu'il n'y ait pas la moindre fuite de vapeur à tout l'ensemble de la machine, et que l'on rétablisse rigoureusement à la fin de la journée le niveau initial de l'eau dans la chaudière.

Je décrirai la seconde méthode après avoir montré comment se détermine la quantité de chaleur retrouvée dans l'eau du condenseur.

2° *Mesure de la chaleur retrouvée.* — Soient

Π la quantité totale d'eau rejetée du condenseur par coup de piston (moteur);

m la quantité de vapeur;

i la température de l'eau d'injection;

f la température de l'eau rejetée. On a pour la quantité de chaleur reçue

$$Q_1 = (\Pi - m)\left[(f - i) + 0{,}00002(f^2 - i^2) + 0{,}0000003(f^3 - i^3)\right].$$

Dans les températures toujours très-peu élevées i et f, on peut négliger sans erreur sensible les termes au carré et au cube et écrire simplement

$$Q_1 = (\Pi - m)(f - i).$$

Le problème expérimental se résume, comme on voit, à déterminer i, f et Π, m étant connu.

Occupons-nous de Π. Pour déterminer cet élément, j'ai employé deux méthodes :

La première consiste de fait en un jaugeage direct. A l'arrière de la machine se trouvait établie une cuve en maçonnerie dont la capacité pour diverses hauteurs a été déterminée exactement en y versant des poids d'eau connus. A un moment donné, l'eau rejetée du condenseur était dirigée, à l'aide d'un tuyau articulé, dans cette cuve; puis, quand le niveau s'y était élevé le plus haut possible, le tuyau articulé était de nouveau détourné. Le volume de la cuve était tel que l'expérience durait près de dix à douze minutes, inter-

valle sur lequel on ne pouvait pas commettre plus de $\frac{1}{2}$ seconde d'erreur.

La seconde méthode, bien qu'elle repose encore primitivement sur un jaugeage direct, était pourtant très-différente.

Au bas de la cuve dont je viens de parler se trouvait adaptée une plaque de cuivre mince portant une ouverture circulaire d'environ $0^m,06$ de diamètre, ouverture telle que, quand l'eau du condenseur coulait continuellement dans la cuve, le niveau se maintenait à environ $0^m,6$ à $0^m,8$ de hauteur au-dessus du centre de l'orifice.

Le débit de cet orifice avait été déterminé d'une manière tout à fait expérimentale. L'orifice étant bouché à l'aide d'un bouchon, on remplissait la cuve autant que possible et à une hauteur bien déterminée, puis on enlevait le bouchon et l'on comptait soigneusement le temps que le niveau mettait à s'abaisser, par exemple de $0^m,1$ en $0^m,1$.

En désignant par S, s, n la section (horizontale) de la cuve, la section de l'orifice en minces parois et le coefficient de contraction, on a

$$-S\,dh = ns\,dt\sqrt{2gh},$$

t étant le temps et h la charge au-dessus du centre de l'orifice. Il vient ainsi

$$2S(\sqrt{H_0} - \sqrt{H_1}) = nsT\sqrt{2g},$$

T étant le temps que met le niveau à descendre de H_0 à H_1; d'où l'on tire :

$$ns\sqrt{2g} = \frac{2S}{T}(\sqrt{H_0} - \sqrt{H_1}).$$

Le produit $ns\sqrt{2g}$ est ainsi connu une fois pour toutes, et l'on a, pour le volume qui s'écoule par seconde sous une

charge quelconque H,

$$w = (ns\sqrt{2g})\sqrt{H}.$$

En raison de la faible dilatabilité de l'eau, nous pouvons considérer la densité comme constante et égale à 1 ; d'où il résulte

$$\Pi = (ns\sqrt{2g})\sqrt{H}.$$

Cela posé, voici comme on procédait à l'expérience :

La machine étant mise aussi exactement que possible dans les conditions de pression, de surchauffe, de détente, etc., où elle se trouvait le jour où l'on avait déterminé la dépense m (dans la plupart des cas toutes les expériences diverses se faisaient le même jour), on observait de minute en minute la charge de l'eau au-dessus de l'orifice.

Soient h_i et h_f les charges initiales et finales, h_0, h_1, h_2, ... les N charges notées. Comme, en général, ces charges variaient très-peu d'une observation à l'autre, on obtenait une moyenne très-correcte en faisant

$$\sqrt{H} = (\sqrt{h_0} + \sqrt{h_1} + \sqrt{h_2} + \ldots) : N,$$

ou plus simplement et assez exactement

$$\sqrt{H_m} = \sqrt{\frac{(h_0 + h_1 + h_2 + \ldots)}{N}}$$

La surface de la cuve où se trouve adapté l'orifice d'écoulement étant S et la durée de l'expérience étant T, on a pour le poids d'eau rejeté par unité de temps (seconde) par le condenseur

$$\Pi = (ns\sqrt{2g})\sqrt{H_m} \pm \frac{S(h_i - h_f)}{T}.$$

En désignant par B le nombre de coups de piston qu'a

donnés la machine pendant la durée T, on a visiblement

$$\Pi_0 = \Pi \frac{T}{B},$$

pour la dépense d'eau de condensation répondant à chaque coup de piston.

Les températures i et f étaient relevées soit à l'aide d'un thermomètre à mercure, soit à l'aide d'un thermomètre différentiel à air et à colonne d'alcool (¹). J'ai donné, dans plusieurs de mes travaux, la description de ce dernier : par sa simplicité et sa précision il se recommande à tous les physiciens qui ont à faire des expériences en grand; il donne très-facilement les différences de température à $\frac{1}{50}$ de degré près. Le thermomètre à mercure (Salleron) était à échelle arbitraire, environ 110,75 pour l'intervalle de zéro à 100 degrés; chaque division principale était subdivisée en dix parties. A l'aide d'une lunette munie d'un fil de soie, je divisais très-facilement chacune de ces divisions en quatre : de fait l'intervalle de zéro à 100 degrés était donc partagé en 4400 divisions. La température i de l'eau d'injection se prenait au commencement et à la fin de chaque essai : en raison de la profondeur des puits où l'on cherchait l'eau d'injection, i était invariable. La température finale se relevait, comme les charges h, de minute en minute.

La seconde méthode que je viens d'indiquer pour la détermination de Π m'a aussi servi pour celle de m. Une cuve munie d'un orifice à minces parois, comme celui dont je viens de parler, et tenue pleine d'eau froide à un niveau constant et connu, fournissait au condenseur son eau d'injection. Le

(¹) Voyez notamment les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, séance du 21 mars 1870, et *Annales de Chimie et de Physique*, 4ᵉ série, t. XXX; 1873.

débit de cet orifice avait été au préalable vérifié directement sous une charge donnée; on connaissait donc $n's'\sqrt{2g}$, et l'on a par suite

$$\pi = (n's'\sqrt{2g})\sqrt{h_t}$$

pour la valeur du poids d'eau injecté par unité de temps et, par suite,

$$\pi_0 = \pi\,\frac{T}{B}$$

pour le poids injecté répondant à chaque coup de piston. On a évidemment

$$m = \Pi_0 - \pi_0.$$

Cette méthode a des avantages frappants, mais elle présente aussi des désavantages. Les avantages sont très-clairs : il ne faut guère qu'une demi-heure pour faire une expérience tout à fait concluante; or il est très-facile de tenir une machine à un régime constant pendant cet intervalle de temps, tandis que cela est impossible pour toute une journée. On peut donc en un seul jour faire les expériences les plus variées : modifier la pression, la détente, la surchauffe, la vitesse. Les désavantages de cette manière d'opérer, ou, pour mieux dire, les chances d'erreur qu'elle présente sont très-claires aussi.

Les valeurs de Π et de π sont toujours très-grandes par rapport à celle de m; π est souvent six, huit, dix et même quinze fois plus grand que m. Il s'ensuit que, si par une chance défavorable on commet une légère erreur en plus sur Π et en moins sur π, cette erreur s'ajoute et se multiplie sur m. Supposons, par exemple, que les valeurs réelles de Π et de π soient 6532 et 6120 grammes. La dépense réelle en vapeur est par suite 412 grammes. Si maintenant, par suite d'erreurs d'observation, nous trouvons $\Pi = 6542$ et $\pi = 6110$,

la dépense en vapeur sera, en apparence,

$$6542 - 6110 = 432^{gr}.$$

L'erreur $432 - 412$ est, comme on voit, de $\frac{20}{412}$ ou environ 5 pour 100, tandis que sur II elle ne s'élève qu'à

$$\frac{6542 - 6532}{6542} = \frac{10}{6542},$$

ou le cinquantième à peine.

J'ajoute cependant que les erreurs accidentelles comme celles que je cite ne sont guère possibles. La principale source d'erreur pourrait dériver d'une détermination fautive de $ns\sqrt{2g}$ et $n's'\sqrt{2g}$; mais cette erreur peut être évitée à coup sûr en forant avec le même foret les plaques portant les orifices s et s', ou pour mieux dire en les serrant l'une sur l'autre pour les forer en même temps. On a de la sorte à coup sûr

$$ns\sqrt{2g} = n's'\sqrt{2g}$$

et, par conséquent,

$$m = ns\sqrt{2g}\left(\sqrt{H_0} - \sqrt{H_1}\right).$$

L'erreur que l'on peut alors commettre sur m, et qui dérive d'une fausse détermination de ns, est ramenée au même ordre que celle qu'on commet sur la masse entière :

$$\pi_1 = s\sqrt{2gH_1}.$$

Je pense donc que les deux méthodes que j'ai indiquées pour la mesure de m peuvent donner des résultats également corrects, lorsqu'elles sont bien employées.

3° *Mesure du travail.* — Dans mes premières expériences,

j'avais déterminé la force donnée dans chaque cas par le moteur à vapeur, soit par un essai direct au frein, soit par la comparaison du moteur à vapeur avec un moteur hydraulique (*turbine*) parfaitement titré à l'avance. Les évaluations ainsi obtenues étaient correctes à $\frac{1}{100}$ près, peut-être plus encore; mais il fallait leur faire subir une correction importante et incertaine. En effet, le travail trouvé au frein est le travail disponible de la vapeur diminué de celui que coûte le moteur lui-même. On peut, il est vrai, déterminer une partie de celui-ci, en calculant la force vive que représente le volant lorsqu'il possède une vitesse donnée et en comptant le temps que la machine met à s'arrêter lorsqu'on coupe subitement l'arrivée de la vapeur : on a ainsi le travail consommé par la machine marchant à vide; mais ce travail est naturellement un *minimum*. Plus le moteur est chargé, plus les frottements de toutes ses pièces s'accroissent, et plus, par conséquent, le travail qu'il absorbe s'accroît aussi. Il y a donc toujours dans la correction dont je parle quelque chose d'arbitraire, disons d'erroné.

Mais l'emploi du frein est devenu complétement superflu dans mes dernières expériences.

Tout le monde connaît l'ingénieux instrument appelé *indicateur de Watt*. Il fait connaître la pression qui, dans le cylindre moteur, répond à chaque instant à la course du piston, et par conséquent il permet de déterminer le travail disponible de la vapeur. Tel est du moins le résultat qu'il donne en principe. Mais, il faut bien le dire, du principe à sa réalisation exacte il y a loin. Deux choses sont indispensables pour cette réalisation : 1° une construction irréprochable de l'indicateur; 2° un observateur qui sache se servir de l'instrument bien construit.

Dans le concours que m'a prêté M. Leloutre, l'un des

deux aides dévoués dont j'ai parlé au commencement, les deux conditions ont été remplies au delà de tout ce qu'il m'était permis d'espérer. Pour les détails sur la manière d'employer l'indicateur, je renverrai mes lecteurs au beau Mémoire spécial qu'ont récemment publié les deux observateurs. Je dirai seulement que, contrairement à l'opinion quelque peu défavorable que j'avais d'abord de l'exactitude des diagrammes donnés par l'indicateur, je me suis promptement convaincu que les résultats qu'en a tirés M. Leloutre ne s'éloignent pas de $\frac{1}{200}$ en plus ou en moins de la vérité. En d'autres termes, la force disponible de la vapeur dans nos expériences a été déterminée par M. Leloutre avec autant de précision que le travail externe effectif eût pu l'être avec le frein de Prony. L'emploi arbitraire des coefficients du rendement est donc éliminé. L'usage que M. Leloutre a fait, et a enseigné à faire, de l'indicateur constitue un progrès réel dans la Mécanique appliquée.

A l'usage de l'indicateur de Watt, j'ai ajouté beaucoup plus récemment celui d'un autre appareil dont l'exactitude a dépassé ma propre attente : je veux parler du pandynamomètre de flexion, à l'aide duquel je suis parvenu à mesurer rigoureusement la flexion et par contre-coup le travail du balancier des machines à vapeur. J'ai donné la description minutieuse de cet instrument dans le *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse :* il est donc inutile d'y revenir ici.

Avant de passer à des citations numériques, mettons en rapport et en équations les divers éléments dont j'ai discuté la détermination.

La quantité de chaleur dépensée à l'arrivée de la vapeur a, disons-nous, pour valeur

$$Q_0 = m\,[606,5 + 0,305\,t_0 + (\theta_0 - t_0)\,0,5],$$

en supposant que l'eau quitte la machine à zéro. Mais elle la quitte à une température f, et par conséquent avec une quantité q de chaleur en sus par kilogramme; comme on a sensiblement

$$q = 1\,(f - 0) \quad \text{ou} \quad q = f,$$

il vient

$$Q_0 = m_0\,[606{,}5 + 0{,}305\,t_0 + 0{,}5\,(\theta_0 - t_0) - f].$$

La chaleur retrouvée a pour valeur très-approchée

$$Q_1 = (\Pi_0 - m)\,(f - i).$$

En désignant par F le travail trouvé à l'aide du diagramme tracé par l'indicateur, on a AF pour la chaleur qu'a coûté ce travail; et il vient par conséquent

$$Q_0 - Q_1 = AF$$

ou

$$m[606{,}5 + 0{,}305\,t_0 + 0{,}5(\theta_0 - t_0) - f] = AF + (\Pi - m)(f - i).$$

Plusieurs corrections sont nécessaires pour rendre cette équation exacte; elles reposent sur la construction même de la machine à vapeur.

Le terme AF représente la chaleur employée par tout le travail réellement donné par la vapeur; mais une partie du travail consommé par la machine elle-même est dépensée par le frottement des pièces mobiles et, par conséquent, elle reproduit toute la chaleur qu'elle a coûté. Il est clair que, si cette chaleur se dispersait dans l'atmosphère ou dans le sol environnant, nous n'aurions point à nous en occuper; mais une partie, très-faible il est vrai, retourne à l'eau de condensation : c'est celle qui est développée par les frottements du

piston de la pompe qui fournit l'eau d'injection et du piston de la pompe pneumatique du condenseur. Cette somme de chaleur, évidemment, est à retrancher de AF, puisqu'elle nous est rendue de fait.

D'autre part, le cylindre moteur, si bien enveloppé qu'il soit, perd de la chaleur : cette chaleur doit au contraire être ajoutée à AF.

D'après les appréciations très-approximatives faites par M. Leloutre, cette somme de partie additive et soustractive s'élevait à $1^{cal},5$ par coup de piston dans la machine sur laquelle nos diverses expériences ont été faites.

Je n'ai pas spécifié jusqu'ici l'espèce de machine sur laquelle j'ai fait mes expériences : cela serait à la rigueur inutile pour le but que nous poursuivons; j'aurai à revenir ailleurs longuement sur ce sujet. Il est bon cependant, pour l'intelligence même de la marche des expériences et des conclusions à en tirer, que le lecteur ait bien présents à l'esprit quelques-uns du moins des détails de construction et d'emploi de ces moteurs. Le cylindre moteur est vertical et pourvu de quatre tiroirs, deux pour l'entrée de la vapeur, deux pour l'échappement au condenseur. Les deux premiers tiroirs s'ouvrent toujours au même moment par rapport à la course ascendante ou descendante du piston; mais, par suite d'une combinaison mécanique très-simple, ils peuvent être fermés plus ou moins tôt par rapport à cette course du piston. La durée de l'admission de la vapeur et, par conséquent, la détente peuvent par suite être variées à volonté, à chaque instant, ou être maintenues pendant des journées à tel degré voulu. La vapeur de ces machines peut à volonté aussi être plus ou moins surchauffée, c'est-à-dire portée d'un nombre de degrés voulu au-dessus du point de saturation. La vitesse de ces machines, parfaitement régulière et constante d'ail-

leurs pour chacune, varie de l'une à l'autre : je l'indiquerai en temps et lieu.

L'usine (filature et tissage de coton) mise en mouvement nécessite une force de plus de 520 chevaux de 75 kilogrammètres : elle est pourvue de quatre machines à vapeur comme celles que j'indique, et de turbines Jonval. Tous ces moteurs sont de fait liés et rendus solidaires par des transmissions ordinaires ou des câbles télodynamiques. Pendant la marche normale de l'établissement, une seule des machines à vapeur est chargée de régler la vitesse et de pourvoir aux variations, très-petites relativement, de la somme totale du travail consommé : le régulateur (pendule conique) de cette machine commande le mécanisme de la détente variable et diminue ou augmente ainsi la durée de l'admission. Les régulateurs des autres moteurs à vapeur sont tous dégrenés, et ces moteurs marchent à un régime constant de détente et de pression, fixé selon les besoins journaliers ou locaux.

Pour mes expériences, j'étais donc libre de faire marcher la machine en étude à tel ou tel régime voulu, pendant tout le temps nécessaire. Tout ce qui précède se comprend aisément, et je n'ai rien à y ajouter. J'aurai toutefois à citer une expérience, et des plus importantes, au sujet de laquelle quelques explications sont nécessaires.

J'ai dit qu'un seul des régulateurs des moteurs était en action pour régler la vitesse; je n'ai pas à ajouter que ce n'était jamais celui de la machine soumise à l'expérience; mais, moyennant certaines précautions prises en même temps dans toute l'usine, ce régulateur lui-même peut, du moins pour un intervalle de temps assez court, être dégrené sans inconvénient. La vitesse restait constante, parce que le travail consommé par l'usine était maintenu constant aussi pour un temps déterminé. Pendant cette période limitée et exception-

nelle, je pouvais donc modifier radicalement le mode de fonction de la vapeur dans la machine étudiée, et, pourvu que je maintinsse la vitesse normale, j'étais sûr que la machine donnait la même somme de travail.

Supposons, pour spécifier par un exemple, que cette machine marchât d'abord avec sa plus grande détente : à un moment donné, et à l'aide du mécanisme des tiroirs d'admission, je réduisais la détente à son minimum, mais j'avais soin en même temps de fermer la valve d'admission, de telle sorte que la vitesse générale restât constante. Je transformais ainsi une machine à *grande détente* en une machine *sans détente*, sans que pour cela la somme de travail rendu par elle variât sensiblement : dans le premier cas, la vapeur affluait au cylindre pendant un sixième de la course du piston à la pression de la chaudière, puis se détendait de 6 à 1 (en volume); dans le second cas, elle affluait au cylindre pendant toute la course, mais y tombait à une pression bien moindre, en raison de la fermeture partielle de la valve. Ce régime spécial étant établi, on fixait la valve à cette position voulue, et l'on faisait de nouveau fonctionner le régulateur de la machine chargée de gouverner la vitesse générale. En maintenant la pression et la surchauffe de la machine en étude, j'étais sûr d'avoir, pendant tout le temps nécessaire, le même travail, quoique à un régime tout exceptionnel.

Voici maintenant les données numériques de l'une, prise au hasard, des nombreuses expériences que j'ai exécutées d'après les méthodes que je viens de décrire en détail :

1° Durée, $D = 729^{m},75 = 43785^{s}$.

2° Nombre total de coups de piston, 43 726.

3° Nombre moyen de coups de piston par minute, 59,9466.

4° Pression moyenne dans la chaudière, 46 235 kilogrammes par mètre carré, soit $4^{atm},4745$.

5° Pression de la vapeur dans le tuyau de conduite près du cylindre, $4^{atm},2$.

6° Température correspondant à cette pression pour la vapeur saturée, 145 degrés.

7° Température réelle de la vapeur surchauffée, $\theta = 195°,7$.

8° Température de l'eau d'injection $i = 16°,15$.

9° Température de l'eau de condensation, $30°,91$.

10° Poids de vapeur par coup de piston, $0^{kg},1987 = m$.

11° Poids d'eau injecté par coup de piston, $\Pi = 7^{kg},7323$.

12° Travail sur le piston d'après 46 diagrammes, $5318^{kgm},8$.

En introduisant ces divers éléments numériques dans notre équation générale

$$m_\theta[606,5 + 0,305\,t_0 + 0,5\,(\theta - t_0) - f] = AF + \Pi(f - i) + a,$$

on arrive à

$$0,1987\,[606,5 + 145° \,.\, 0,305 + 0,5\,(195 - 145) - 30,91]$$
$$= AF + 7,7323\,(30,91 - 16,15) + a,$$

d'où, tous calculs achevés,

$$128^{cal},12 = a + AF + 114,13$$

et, par suite,

$$a + AF = 13,99.$$

D'après les diagrammes, nous avons

$$AF = \frac{5318,8}{425} = 12,51.$$

Les diverses pertes et bénéfices de chaleur, trouvés sous forme de correction, s'élèvent à $+ 1^{cal},5$; on a donc

$$a = + 1^{cal},5$$

et, par suite,

$$AF = 12^{cal},49,$$

nombre presque identique à celui des diagrammes

Je passe à une *paire* d'expériences intéressantes au plus haut degré, en ce qu'elles portent sur une même machine travaillant d'abord avec une détente très-grande, puis, pour ainsi dire, sans détente, mais donnant dans les deux cas le même travail externe ; tandis que, dans l'expérience précédente, la vapeur dépensée a été déterminée d'après le poids d'eau fourni pendant toute une journée à la chaudière, dans les deux expériences dont je parle, cette dépense a été déterminée d'après la différence du poids d'eau injectée au condenseur et du poids rejeté par celui-ci.

Première expérience.

Détente maxima 1 : 5.

Pression de la vapeur dans la chaudière, $5^{atm} = 51667^{kg}$.
Température avant le cylindre, 228 degrés.
Poids d'eau injectée par seconde, $5^{kg},7253$.
Température, $i = 17^{\circ},3$.
Poids d'eau rejetée par seconde, $5^{kg},9567$.
Température $39^{\circ},56 = f$.
Poids de vapeur dépensé par seconde $5^{kg},9567 - 5^{kg},7253 = 0^{kg},2314$.
Travail disponible de la vapeur, 9800 kilogrammètres (d'après les diagrammes et d'après le frein avec les corrections).

Notre équation générale devient avec ces données

$$0,2314\,[606,5 + 0,305\,.\,152 + (228 - 152)\,0,4805 - 39,56] = AF + 5,7253\,(39,56 - 17,3);$$

d'où

$$AF = 150,71 - 127,45 = 23^{cal},26.$$

D'après le travail total disponible, on a

$$AF = \frac{9800}{425} = 23^{cal},1.$$

Deuxième expérience.

A l'aide du mécanisme de la détente, on rend l'expansion presque nulle; mais, pour maintenir la machine au même régime de travail, on ferme autant qu'il est nécessaire la valve d'admission. Il résulte de là que la pression dans le cylindre est *à peu près* constante pendant toute la course, mais bien plus faible que dans la chaudière, où elle est, comme précédemment, tenue à 5 atmosphères.

La surchauffe est de 228 degrés, ainsi que dans l'autre expérience.

Poids d'eau injectée, $5^{kg},7253$.
Température, $i = 17^{\circ},6$.
Poids d'eau rejetée, $5^{kg},9793$.
Température, $42^{\circ},08$.
Poids de vapeur dépensée, $5,9793 - 5,7253 = 0^{kg},254$.

Ces valeurs nous donnent

$$0,254\,(606,5 + 0,305 \,.\, 152 + 0,4805 \,.\, 76 - 42,08)$$
$$= AF + 5,7253 \,.\, (42,08 - 17,6),$$

d'où, tout calcul fait,

$$164,79 = AF + 140,16, \quad AF = 24^{cal},63.$$

On voit que, malgré la différence très-grande dans les conditions de marche de la machine, malgré une dépense de vapeur notablement supérieure qu'amène cette différence, la quantité de chaleur qui manque au condenseur est la même à fort peu près dans les deux cas, par ce seul fait que le travail produit a été le même aussi.

Il est, je pense, inutile de multiplier davantage les citations

d'expériences : il me suffira de les résumer sous forme générale. La conclusion immédiate qui découle de mes nombreux travaux de ce genre c'est que :

Quelles que soient la pression, la température, la détente de la vapeur dans une machine, il manque toujours dans l'eau de condensation une quantité de chaleur proportionnelle à la totalité de travail fourni par le moteur.

L'existence d'une loi générale de proportionnalité entre le travail et la chaleur, quelle que soit l'espèce des phénomènes, ressort des faits étudiés dans ce paragraphe. Nous devons maintenant nous occuper de la valeur particulière du nombre qui représente le rapport du travail et de la chaleur.

§ III.

Il existe un rapport unique et constant entre les quantités positives ou négatives de travail et les quantités négatives ou positives de chaleur, qui dépendent les unes des autres dans un phénomène.

Lorsque la chaleur produit un travail mécanique, ou lorsqu'un travail dépensé donne lieu à un développement de chaleur, les quantités de chaleur et de travail sont, comme nous venons de voir, liées par une loi de proportionnalité. L'existence de cette loi implique celle d'un rapport numérique entre les quantités en action. La démonstration tout élémentaire donnée dans les pages précédentes implique de plus l'existence d'un rapport unique et général : ce rapport n'est autre chose que L'ÉQUIVALENT MÉCANIQUE DE LA CHALEUR, ou L'ÉQUIVALENT CALORIFIQUE DU TRAVAIL; mais de la conception de l'existence nécessaire d'un tel équivalent à la confirmation expérimentale de la stabilité absolue, et de la va-

leur numérique de cet élément, il y a fort loin ; et, tandis que l'une n'a jamais pu donner lieu à une constestation sérieuse, l'autre, au contraire, est entourée de difficultés telles, que plus d'un physicien a été jeté dans le doute par la diversité des nombres fournis par les diverses méthodes et les divers observateurs.

C'est de la détermination expérimentale de ce rapport que nous allons nous occuper dans ce paragraphe ; mais, pour procéder avec ordre et méthode, nous devons établir deux subdivisions naturelles dans cette étude :

1° Comme travail préparatoire, nous devons faire un triage raisonné, et une élimination des expériences qui, par leur nature même, sont impropres à déterminer la valeur de l'équivalent ;

2° Puis nous devons confronter et discuter les valeurs fournies par l'observation, et chercher quelle est en définitive celle qui semble le plus s'approcher de la vérité.

Examen critique des expériences qui peuvent fournir la valeur de l'équivalent.

Pour constater la loi de proportionnalité qui existe entre la chaleur produite ou consommée et le travail externe dépensé ou recueilli, il suffit que les pertes de l'une ou de l'autre soient elles-mêmes proportionnées, au moins à peu près, au travail. Ainsi, dans la machine à vapeur, nous avons pu vérifier exactement cette loi, malgré des déchets de tout genre qu'il est impossible d'évaluer ; ainsi, même dans les *moteurs vivants*, nous pouvons l'apercevoir de la manière la plus positive, malgré le nombre et l'extrême complication des phénomènes accessoires qui y ont eu lieu.

Ces conditions évidemment ne suffisent plus lorsqu'il s'a-

git de déterminer un rapport défini entre la chaleur et le travail, lorsqu'il s'agit, en un mot, de trouver la valeur réelle de l'équivalent mécanique. Ici il faut que toutes les pertes, soit de chaleur, soit de travail, puissent être évaluées; il faut de plus qu'il n'existe pas de causes perturbatrices internes aux corps, dont la grandeur des effets nous échappe la plupart du temps. Il faut donc, ou que le corps soumis à l'essai n'éprouve aucune altération sensible pendant le travail, ou du moins qu'il revienne rigoureusement à son état primitif à la fin du travail, qu'il décrive, en un mot, un *cycle fermé*.

Dans la catégorie des expériences, où ni les unes ni les autres de ces conditions ne peuvent être satisfaites, se rangent en premier lieu celles qui concernent la chaleur dépensée et le travail développé par les êtres vivants.

Les recherches que j'ai faites sur ce sujet sont, je crois, fort utiles à la théorie : 1° en ce qu'elles nous montrent une relation entre la chaleur et le travail, même dans un cas où celui-ci évidemment n'est pas dû à l'action directe du calorique ; 2° en ce qu'elles nous laissent apercevoir de la façon la plus évidente une loi de proportionnalité, comme dans tous les autres moteurs. Mais, en raison de la complexité des phénomènes qui se passent dans le corps de l'homme, par exemple, et de la différence des sécrétions, selon que nous sommes en repos ou en mouvement, il est impossible de tirer de telles recherches une valeur, même approximative, de l'équivalent mécanique.

Pour une raison très-différente, les expériences sur la machine à vapeur ne peuvent pas non plus servir à trouver la valeur rigoureuse de l'équivalent mécanique de la chaleur. Ici, à la vérité, le corps soumis à l'expérience décrit un cycle fermé parfait, c'est-à-dire qu'après avoir subi les changements les plus variés, il revient sous tous les rapports à son état

primitif; de plus les pertes accessoires et de chaleur et de travail peuvent être, en elles-mêmes, évaluées avec une approximation très-tolérable; mais, ainsi que je l'ai déjà fait remarquer, le déchet de chaleur que nous mettons ici en rapport avec la production d'un travail connu est constitué de fait par la différence de deux nombres toujours relativement bien plus grands que cette différence. Dans les expériences que j'ai citées, par exemple, nous disposions de sommes de calories qui dépassaient toujours la centaine; nous retrouvions des sommes atteignant elles-mêmes la centaine, et c'est de la différence relativement très-petite de ces sommes que nous avons déduit AF et que nous devrions par suite déduire A ou E. Il est clair, d'après cela, qu'une erreur *tout à fait excusable*, de $(\frac{1}{300})$ sur l'une des deux sommes Q_0 ou Q_1, frappe au décuple la différence $(Q_0 - Q_1)$ ou AF, et par conséquent A ou E.

En un mot, quelque bien exécutées que soient des expériences du genre de celles dont nous parlons ici, on n'est pas en droit d'en attendre plus qu'une approximation assez éloignée, quant à la valeur de E qu'on en voudrait tirer. Je montrerai, dans l'application de la Thermodynamique à l'étude des moteurs à vapeur, qu'on atteint de la façon la plus utile et la plus rigoureuse un but tout à fait opposé, en renversant la méthode d'investigation et en partant d'une valeur déjà connue de E, pour déterminer la dépense de vapeur, le mode de travail, le rendement du moteur. Des problèmes de Mécanique appliquée, autrefois inabordables, se résoudront pour nous de la manière la plus claire et la plus certaine.

Ce que je viens de dire de la machine à vapeur s'applique à bien plus forte raison aux autres moteurs thermiques, infiniment moins bien étudiés jusqu'à présent.

En résumé, on voit que les expériences à l'aide desquelles

on peut arriver à une valeur correcte de E doivent être d'une nature très-simple, ne mettre en regard que les éléments qu'il s'agit de comparer, et par suite ne nécessiter que le plus petit nombre possible de corrections. La difficulté qu'éprouve le physicien à remplir ces différentes conditions explique très-bien l'origine des doutes qui ont régné longtemps sur la vraie valeur de l'équivalent mécanique; tandis que quelques observateurs l'ont réduite à 150 ou 200 kilogrammètres, d'autres l'ont portée à 500 ou même 600 kilogrammètres. Si je dois m'abstenir avec raison de critiquer ici les travaux des autres, il m'est du moins permis de quitter cette réserve pour mes propres premiers travaux, afin de bien accentuer la difficulté que je signale.

Vers 1844, j'ai commencé une longue série d'expériences dans le but d'étudier, sur une grande échelle et industriellement, les lois du frottement des pièces mouvantes des machines. Après nombre de péripéties et de vicissitudes sur lesquelles il me serait fort pénible, et d'ailleurs bien inutile de revenir, car elles étaient peu scientifiques, le Mémoire où j'avais réuni et discuté les résultats de mes recherches a paru dans le *Bulletin* (128-129, 1855) *de la Société industrielle de Mulhouse.*

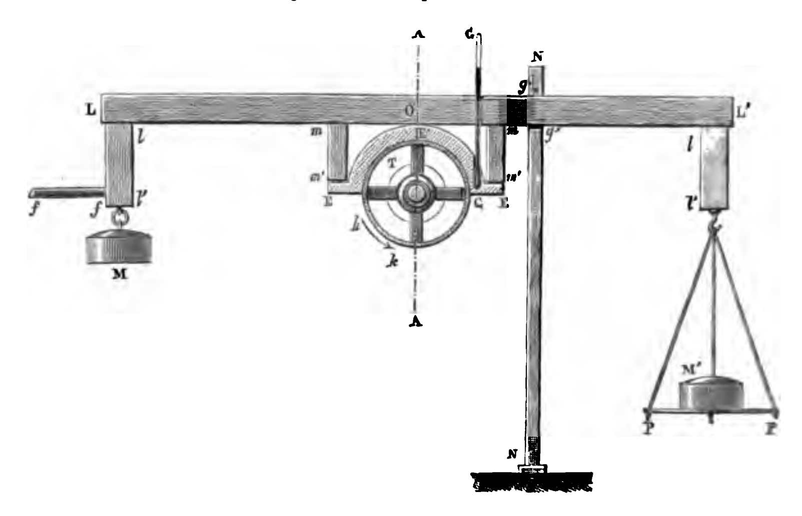
Au point de vue de la Mécanique appliquée, les conclusions essentielles de ce travail sont : 1° que dans le frottement immédiat, c'est-à-dire dans celui où les surfaces frottantes ne sont séparées par aucun corps intermédiaire, onctueux et lubrifiant, le frottement ou la résistance au glissement ne dépend ni des vitesses relatives, ni de l'étendue des surfaces, et est en proportion directe de la pression qui est exercée sur ces surfaces; 2° qu'au contraire dans le frottement médiat, c'est-à-dire celui où un corps plus ou moins fluide et onctueux sépare les surfaces en regard, l'influence

de la vitesse et de l'étendue des surfaces devient évidente ; et qu'en partant de l'état moyen normal de graissage des pièces dans nos machines on reconnaît que le frottement croît très-sensiblement comme les racines carrées des vitesses, des surfaces et des charges. Dans le cours de mes expériences, j'ai été amené tout naturellement à m'occuper de l'influence qu'a, dans le frottement médiat, la température des pièces en regard, et j'ai reconnu que l'élévation de cette température diminue en général, et dans certaines limites, le frottement, en rendant plus fluide le corps gras interposé. J'ai reconnu que, dans des conditions convenables de surface et de pression, la résistance au mouvement dépend à peu près exclusivement du degré de fluidité de cet intermédiaire ; que pour qu'un liquide lubrifie convenablement, si fluide qu'il soit d'ailleurs, il suffit qu'il ne soit point expulsé par la pression qui tend à rapprocher les surfaces en regard, et que dans certaines conditions exceptionnelles l'air lui-même peut devenir le meilleur des lubrifiants : je vais revenir à l'instant sur ce dernier fait. Je n'ai point à décrire les appareils nombreux et variés que j'ai eu à faire construire pour ces recherches. Je ne m'arrêterai que sur l'un d'eux, qui, *accessoirement, à cette époque*, m'a permis pour la première fois de mesurer la quantité de chaleur développée et de constater qu'elle est proportionnelle au travail. (Je dis accessoirement, à cette époque ; j'ignorais, en effet, alors l'existence, passablement antérieure déjà, des mémorables travaux de M. Joule dans cette voie.) Je pense que je rendrai service à quelques-uns de mes lecteurs en donnant la description un peu détaillée de l'instrument auquel j'ai donné le nom de *balance de frottement :* il peut servir dans bien des recherches de cette nature.

TT (*fig.* 3 *a*), tambour creux en fonte, parfaitement cylindrique et poli extérieurement, calé sur l'arbre en fer FF, et

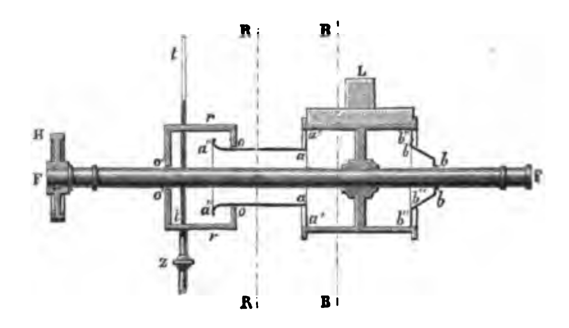
fermé aux deux extrémités : 1° d'une part, par une cloison annulaire en fer-blanc $b'b''b'b''$, terminée par un petit tronc

Fig. 3*a*. — Coupe suivant BB.



de cône $bb'bb'$, ouvert en bb de manière à laisser un an-

Fig. 3*b*. — Coupe suivant AA.

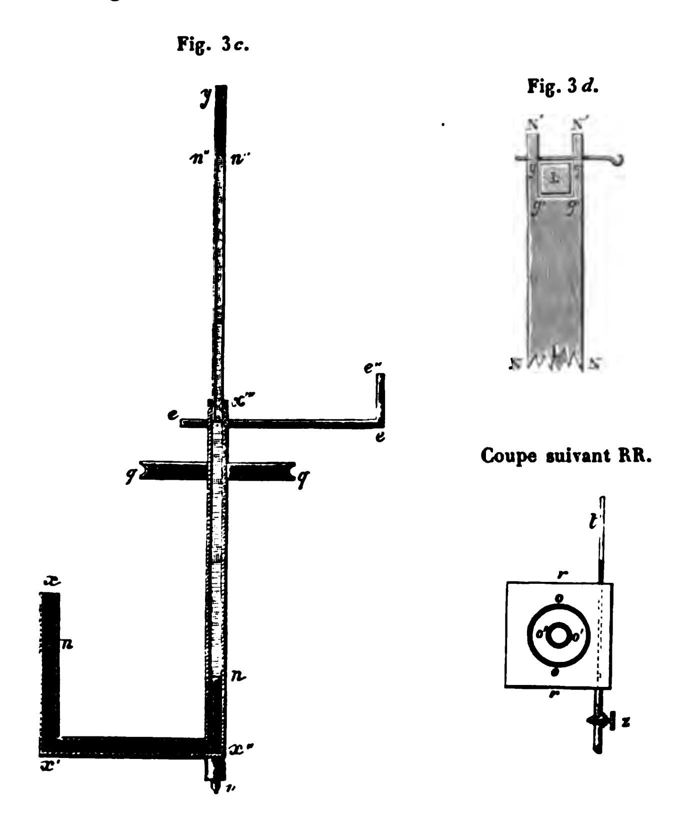


neau libre entre lui et l'arbre FF ; 2° d'autre part, par une cloison identique $aa'aa'$, portant un tube cylindrique $aa''aa''$, ouvert en trompette en $a''a''$ (*fig.* 3*b*).

EE'E, coussinet en bronze (8 cuivres, 1 étain), parfaite-

ment ajusté et poli sur le tambour T, qu'il embrasse sur la demi-circonférence.

Il porte (*fig.* 3*a*) dans son épaisseur une petite ouverture où peut se loger exactement le réservoir du thermomètre GG,



divisé sur verre en dixièmes de degré. (Diamètre du tambour $0^m,23$; longueur $0^m,22$.)

LL′, levier en chêne ($0^m,08$ d'équarrissage), appuyant sur le coussinet au moyen de petits bras *mm′*, *mm′*, vissés aux rebords du coussinet en *m′ m′*. Ce levier porte à ses extrémités deux équerres en chêne *l*, *l′*, solidement fixées, et munies à leur partie inférieure d'un crochet.

1° L'une de ces équerres porte simplement un contre-poids en plomb M, et est pourvue d'une tige longue et légère *ff*, dont la partie supérieure est parallèle à LL', et dirigée dans le plan de l'axe du tambour ; un trait de repère indique quand le levier LL' est horizontal.

2° L'autre équerre porte, à l'aide de cordes, le plateau PP, sur lequel se trouve une masse de plomb M' faisant rigoureusement équilibre à M. Les deux équerres *ll'* servent, comme on le comprend, à ramener le centre de gravité de tout le système *ff*LOL'*l'* au-dessous de la ligne horizontale menée par l'axe FF, afin que cette balance à frottement ne soit pas folle. Un pied NN', fixé au sol en N, et ouvert en pince en N'N' (*fig.* 3*d*), sert, comme la figure l'indique clairement, à limiter les oscillations du levier LL'. (Le coussinet, le levier et tous les accessoires, y compris les masses M et M', forment un ensemble pesant 50 kilogrammes.) La distance horizontale de l'axe du tambour à la verticale passant par le point de suspension *l'* du plateau est $0^{m},562$.

Le mouvement du tambour dans le sens de la flèche *hk* (*fig.* 3 *a*) est accéléré ou ralenti à volonté, à l'aide de deux cônes parallèles, liés par une courroie, l'un d'eux recevant son mouvement du moteur, l'autre le communiquant à la poulie H calée sur l'arbre FF.

La vitesse du tambour est indiquée par un petit instrument qui se recommande par sa simplicité et son exactitude : il consiste (*fig.* 3 *c*) en un tube en fer coudé, à deux branches parallèles xx', $x''x'''$, dont l'axe $x''x'''$, portant une poulie à gorge *qq*, tourne verticalement sur le pivot *v*, et est maintenu, par le haut, à l'aide de l'équerre *ee'e''* qu'il traverse à frottement doux. Cette branche porte un tube de verre mince, scellé en x''' et ouvert en *y* ; la partie du tube *n'n* est remplie de mercure ; la partie *nn''* est pleine d'eau. Lors-

que l'appareil tourne, le mercure est poussé plus ou moins dans la branche *n'* par la force centrifuge, et le niveau de l'eau s'abaisse dans le tube $x'''y$. On gradue le tube $x'''y$, en faisant tourner successivement à plusieurs vitesses, qu'on relève directement; ou bien, si les tubes sont assez cylindriques, on calcule la place de toutes les subdivisions, à l'aide de la formule $h = An^2$, où n indique le nombre de tours par minute, et h la distance du niveau de l'eau au point où elle se tenait, quand l'appareil était arrêté, A étant un nombre trouvé par une seule expérience. A l'aide d'un petit tuyau introduit par l'anneau *bb* (*fig.* 3 *b*), on peut faire passer par le tambour un courant voulu d'eau froide ou chaude, qui, sortant en *a'' a''*, tombe dans la petite caisse en bois *rr*, où se trouve un thermomètre *tt*, et qui est munie au bas d'un robinet *z*. Les deux ouvertures *oo* (où pénètre *a*) et *o'o'* (où passe l'axe FF) sont aussi justes que possible, de manière cependant à éviter tout frottement du bois entre le tube *aa''* et l'axe FF.

Rien n'est plus simple que la manière de se servir de cette balance de frottement. Le tambour TT étant en repos, le levier LL', lié au coussinet EE'E posé sur le tambour, était parfaitement équilibré de façon à se tenir horizontal (je dirai plus loin comment je l'ai équilibré : quoique avec ses agrès il pesât 50 kilogrammes, j'étais sûr de son équilibre, à 5 grammes près).

Le tambour étant convenablement graissé, et tournant dans le sens *hk*, tendait nécessairement, par suite de son frottement contre le coussinet, à entraîner tout l'ensemble du levier LL' : les poids qu'il fallait mettre sur le plateau PP pour ramener l'équilibre servaient donc réellement à peser la valeur du frottement.

Il est clair aussi qu'en multipliant ce poids par la vitesse

d'expériences : il me suffira de les résumer sous forme générale. La conclusion immédiate qui découle de mes nombreux travaux de ce genre c'est que :

Quelles que soient la pression, la température, la détente de la vapeur dans une machine, il manque toujours dans l'eau de condensation une quantité de chaleur proportionnelle à la totalité de travail fourni par le moteur.

L'existence d'une loi générale de proportionnalité entre le travail et la chaleur, quelle que soit l'espèce des phénomènes, ressort des faits étudiés dans ce paragraphe. Nous devons maintenant nous occuper de la valeur particulière du nombre qui représente le rapport du travail et de la chaleur.

§ III.

Il existe un rapport unique et constant entre les quantités positives ou négatives de travail et les quantités négatives ou positives de chaleur, qui dépendent les unes des autres dans un phénomène.

Lorsque la chaleur produit un travail mécanique, ou lorsqu'un travail dépensé donne lieu à un développement de chaleur, les quantités de chaleur et de travail sont, comme nous venons de voir, liées par une loi de proportionnalité. L'existence de cette loi implique celle d'un rapport numérique entre les quantités en action. La démonstration tout élémentaire donnée dans les pages précédentes implique de plus l'existence d'un rapport unique et général : ce rapport n'est autre chose que L'ÉQUIVALENT MÉCANIQUE DE LA CHALEUR, ou L'ÉQUIVALENT CALORIFIQUE DU TRAVAIL; mais de la conception de l'existence nécessaire d'un tel équivalent à la confirmation expérimentale de la stabilité absolue, et de la va-

leur numérique de cet élément, il y a fort loin; et, tandis que l'une n'a jamais pu donner lieu à une constestation sérieuse, l'autre, au contraire, est entourée de difficultés telles, que plus d'un physicien a été jeté dans le doute par la diversité des nombres fournis par les diverses méthodes et les divers observateurs.

C'est de la détermination expérimentale de ce rapport que nous allons nous occuper dans ce paragraphe; mais, pour procéder avec ordre et méthode, nous devons établir deux subdivisions naturelles dans cette étude :

1° Comme travail préparatoire, nous devons faire un triage raisonné, et une élimination des expériences qui, par leur nature même, sont impropres à déterminer la valeur de l'équivalent;

2° Puis nous devons confronter et discuter les valeurs fournies par l'observation, et chercher quelle est en définitive celle qui semble le plus s'approcher de la vérité.

Examen critique des expériences qui peuvent fournir la valeur de l'équivalent.

Pour constater la loi de proportionnalité qui existe entre la chaleur produite ou consommée et le travail externe dépensé ou recueilli, il suffit que les pertes de l'une ou de l'autre soient elles-mêmes proportionnées, au moins à peu près, au travail. Ainsi, dans la machine à vapeur, nous avons pu vérifier exactement cette loi, malgré des déchets de tout genre qu'il est impossible d'évaluer; ainsi, même dans les *moteurs vivants*, nous pouvons l'apercevoir de la manière la plus positive, malgré le nombre et l'extrême complication des phénomènes accessoires qui y ont eu lieu.

Ces conditions évidemment ne suffisent plus lorsqu'il s'a-

Après avoir chargé le plateau de pesée de manière à équilibrer parfaitement le levier, je fis tourner le tambour en sens inverse : le coussinet étant sollicité dans le sens contraire au sens primitif, il me fallut, pour ramener l'équilibre, enlever une certaine partie du surpoids mis sur le plateau. Le frottement n'ayant pas changé d'intensité par ce fait, mais s'exerçant seulement dans un sens opposé, il est clair que le poids qui lui faisait réellement équilibre était précisément la moitié de celui qu'il avait fallu enlever du plateau pour rétablir l'équilibre primitif; et il est évident aussi que tout l'excédant de poids, qu'il a fallu laisser sur le plateau, était nécessaire pour corriger un défaut de tare du levier et de ses agrès. Je suppose, par exemple, que, le tambour tournant dans son sens habituel, il ait fallu 10 grammes pour tenir le levier de niveau et que, le mouvement étant renversé, il ait fallu encore 5 grammes sur le même plateau pour amener l'équilibre. La valeur du frottement équivaudra à $2^{gr},5$ d'une part, et d'autre part il est clair que $10^{gr} - 5^{gr} + 2^{gr},5$, soit $7^{gr},5$, sont la valeur de la tare désormais nécessaire pour maintenir horizontal le levier, suspendu de manière à pivoter sans résistance aucune autour de l'axe du tambour. On se dira sans doute qu'en graissant le tambour d'une manière quelconque, et en le faisant tourner alternativement dans un sens et dans l'autre, on aurait atteint le même but. Il suffira cependant, pour faire comprendre qu'il n'en saurait être ainsi, de dire que la meilleure huile donnait un frottement tel, qu'il fallait au moins 500 grammes pour y faire équilibre; et que de plus, pour plusieurs raisons aussi, les irrégularités dans le poids nécessaire à l'équilibre dépassaient de beaucoup la faible valeur de la tare qu'il fallait pour lester parfaitement le plateau de pesée.

Quant à l'explication du phénomène, en apparence bi-

zarre, dont je viens de parler, je ne sortirai pas de mon sujet en la développant ici. J'avais, dans le principe, construit la balance de frottement pour juger de la qualité des huiles et des graisses employées, dans l'industrie, au graissage des machines. Dès mes premières recherches, je remarquai que la valeur absolue du frottement est presque en raison directe de la viscosité de l'huile, ou de toute autre matière employée comme intermédiaire; et que, toutes choses égales d'ailleurs, une même huile produit d'autant moins de frottement qu'elle est rendue plus fluide par la chaleur; que parmi les diverses huiles la meilleure est toujours la plus fluide, pourvu qu'elle ne soit ni volatile, ni sujette à s'altérer; que l'eau, l'alcool, etc., etc., qui sont encore plus fluides que l'huile, diminuent aussi plus qu'elle la valeur du frottement.

Il résulte de là qu'un corps gazeux, que l'air qui est encore infiniment plus fluide que l'eau, diminuerait encore beaucoup plus le frottement de deux surfaces en regard et en mouvement relatif que ne le fait l'huile, s'il était possible d'introduire et de maintenir ce corps gazeux d'une manière continue entre les parties ainsi en mouvement. Or ce conditionnel n'est nullement une impossibilité. Pour maintenir sous notre coussinet un corps aussi dénué de viscosité que l'eau, il fallait que le tambour tournât avec une vitesse voulue : au-dessous d'une certaine limite, l'eau était complétement exprimée par la pression; le coussinet touchait le tambour, et le frottement devenait à l'instant énorme. On conçoit donc que, si l'on augmente encore davantage la vitesse du tambour, il arrivera un moment où l'air que le tambour tend à entraîner sous le coussinet ne sera plus exprimé par la pression, et que, dès ce moment, c'est l'air qui deviendra la matière lubrifiante sur laquelle le coussinet flottera, et qui tendra à l'entraîner dans son mouvement. Je

dois ajouter ici qu'en raison du poli parfait des surfaces, et en raison de leur grande étendue relative, il ne fallait pas même une vitesse excessive pour obtenir l'effet cherché, et que 100 à 120 tours par minute suffisaient parfaitement. — Quoi qu'il en soit, on conçoit maintenant comment, à l'aide de ce phénomène, j'ai pu tarer mon levier de 50 kilogrammes à 1 gramme près.

Les expériences qui, à l'aide de la balance de frottement, ont servi à déterminer le rapport de la chaleur développée et du travail dépensé, ont été exécutées d'après trois méthodes très-différentes, en ce qui concerne la mesure de la quantité de chaleur. 1° Un filet d'eau froide coulant à travers le tambour maintenait la température de l'appareil à un degré voulu et parfaitement constant. Le calorique développé était évalué d'après l'échauffement du poids connu d'eau qui avait traversé le tambour. La perte de calorique par les parois était introduite, comme correction, dans les calculs. 2° L'appareil était abandonné à lui-même, jusqu'à ce qu'il parvînt à une température constante ou, en d'autres termes, jusqu'à ce qu'il perdît par ses parois autant de calorique qu'il en recevait par le frottement. C'est cette perte qui était évaluée ici. 3° L'appareil était porté à une température bien supérieure à celle qu'il atteignait spontanément par suite du frottement; puis il était abandonné à lui-même. C'est la durée du refroidissement par degré thermométrique qui servait à calculer à la fois la quantité de chaleur produite et la quantité perdue par les parois. Quant au travail dépensé, sa détermination était très-simple, et se comprend sans explication : il suffisait de compter les tours du tambour pendant un temps suffisant, et de noter à intervalles réguliers les poids nécessaires pour faire équilibre au frottement.

D'après la forme même des trois méthodes d'évaluation de

la chaleur, on voit qu'elles étaient de nature à se contrôler réciproquement, et il semble qu'elles eussent dû conduire à un résultat final digne de toute confiance. La valeur qu'elles ont donnée toutes trois pour l'équivalent mécanique (365 à 372 kilogrammètres) était cependant, comme on verra, notablement trop faible.

J'ai depuis cette époque cherché en vain quelle avait pu être la cause qui a fait pencher toujours l'erreur dans le même sens; j'ai eu beau revoir tous les nombres et tous les calculs et me rappeler toutes les circonstances qui peuvent avoir troublé les résultats, il m'a été impossible de trouver la clef de l'erreur. J'ai dû me borner à cette conclusion générale qui m'a depuis servi de règle dans toutes mes expériences : c'est que, comme je l'ai dit plus haut, quand, par la nature même d'une expérience, on est obligé de recourir à des corrections dont la valeur numérique forme une fraction notable des nombres finaux cherchés, on ne peut plus, de quelque façon minutieuse qu'on opère, compter que sur des approximations souvent très-peu satisfaisantes. C'est, je le répète, faute d'avoir eu ce principe bien présent à l'esprit qu'au début quelques observateurs sont arrivés, quant à la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur, à des nombres souvent très-fautifs.

Détermination de la valeur de l'équivalent mécanique.

Les expériences qui ont été faites par les divers observateurs, pour cette détermination, ayant été décrites pour la plupart en détail, dans des recueils scientifiques bien connus, je pense qu'il est tout à fait inutile d'en citer autre chose que les résultats numériques finals; c'est ce que je ferai à la fin de ce paragraphe, en reproduisant, tel quel, un tableau

général très-soigneusement coordonné qui se trouve dans la première partie des *Progrès de la Physique dans l'année* 1858, publiés par la Société de Physique de Berlin.

Je me bornerai à rapporter ici quatre séries de recherches, très-différentes entre elles, que j'ai exécutées moi-même et que j'ai lieu de croire correctes. Elles portent :

Première série : Sur le frottement de l'eau;

Deuxième série : Sur l'écoulement de l'eau sous de fortes pressions;

Troisième série : Sur l'écrasement du plomb sous le choc du bélier;

Quatrième série : Sur l'abaissement de température dû à l'expansion de l'air.

Première série : Frottement de l'eau. — L'appareil qui m'a servi pour cette étude consiste : 1° en un cylindre en laiton de $0^m,3$ de diamètre, de 1 mètre de longueur, poli à sa périphérie externe, monté sur un axe solide en rapport avec un moteur d'un mouvement très-régulier, et pouvant recevoir une vitesse variant à volonté de 60 à 600 tours par minute; 2° en un cylindre fixe, poli à son intérieur, concentrique au premier, éloigné partout de $0^m,03$ de celui-ci. Les disques ou plateaux formant les extrémités de ce cylindre étaient munis, à leur partie centrale, de boîtes à étoupe, par où sortait l'axe du cylindre interne. Tout l'intervalle compris entre les deux cylindres pouvait être rempli ainsi d'un liquide quelconque que les boîtes à étoupe empêchaient de s'écouler par les centres.

Lorsque le cylindre intérieur tournait (dans un sens ou dans l'autre), le frottement que sa surface externe exerçait sur le liquide et que le liquide, mis ainsi en mouvement lui-même, exerçait à son tour sur la surface interne du cy-

lindre externe, tendait à faire tourner celui-ci. Deux leviers parfaitement parallèles, adaptés aux deux extrémités et portant des plateaux de balance, permettaient d'empêcher la rotation à l'aide de poids qui indiquaient ainsi la valeur du frottement. La tare des leviers, la valeur du frottement des boites à étoupe, etc., étaient déterminées aisément en faisant tourner très-lentement le cylindre interne dans les deux sens alternativement. Deux tuyaux verticaux, soudés aux deux disques de fermeture, et aussi près que possible des boîtes à étoupe, permettaient d'établir dans l'appareil un courant continu et parfaitement régulier d'un liquide voulu. La température de ce liquide était prise à l'entrée et à la sortie. Autant que possible, la température à l'entrée était tenue à autant de degrés au-dessous de celle de l'appartement que celle du liquide sortant était supérieure. Du reste la loi de refroidissement de l'appareil était soigneusement déterminée, de manière qu'il fût facile de faire les corrections nécessaires, toujours très-petites.

Cet appareil, qui dans son ensemble constitue, comme on voit, une véritable balance à frottement des liquides, pouvait très-aisément servir à faire connaître, d'une part, le travail dépensé pour tel ou tel liquide, pour telle ou telle vitesse, et d'autre part, à l'aide des corrections convenables, à faire connaître le nombre de calories produit par ce frottement dans un liquide dont la capacité calorifique était connue.

Par suite de ses grandes dimensions et de la vitesse que recevait son tambour interne, cet appareil permettait de dépenser une somme considérable de travail mécanique : 750 kilogrammètres ou 10 chevaux, et plus. J'insiste sur cette circonstance qui n'est pas sans importance, comme garantie d'exactitude pour les nombres obtenus.

Les résultats trouvés ont été en général d'une régularité

satisfaisante. Six expériences consécutives faites sur l'eau, et avec différentes vitesses, avec des quantités diverses de liquide introduites par seconde entre les deux tambours, m'ont donné 432 kilogrammètres pour le travail produisant une calorie, et par suite pour la valeur de l'équivalent.

L'expérience sur le frottement de l'eau a été faite dès l'origine par M. Joule, et ensuite par M. Favre. Les valeurs obtenues par ces deux expérimentateurs diffèrent peu de celles que je viens d'indiquer (M. Joule a trouvé 424 kilogrammètres).

Deuxième série : Expériences sur l'écoulement de l'eau sous de fortes pressions. — L'appareil dont je me suis servi pour ces expériences consistait :

1° En une pompe en bronze de $0^{mq},0003688$ de section, placée bien verticalement dans un réservoir spacieux plein d'eau. A la boîte de la soupape d'échappement était adapté un tuyau en cuivre sortant en cou de cygne par le haut du réservoir d'eau et pourvu : 1° à son extrémité, d'un tube conique en verre effilé, à orifice très-mince ($0^{m},0005$ de diamètre au plus); 2° tout auprès de cette extrémité, d'un robinet latéral.

2° En un arbre horizontal, en fer, de 5 mètres de long, reposant, à l'une de ses extrémités, sur un couteau, et guidé dans son plan vertical, à l'autre extrémité, entre deux coulisses en bois. Cette extrémité mobile pouvait être soulevée à l'aide d'une corde, et puis être abandonnée à elle-même, et appuyer alors de tout son poids sur la tige, soulevée aussi, du piston. Le poids de l'arbre, à cette extrémité, était de 177 kilogrammes; pour surmonter le frottement du piston, il fallait 10 kilogrammes : le poids qui déterminait l'écoulement de l'eau était donc en réalité 167 kilogrammes, ou

$$\frac{167}{0,0003688} = 452819^{kg},9 \text{ par } 1^{m} \text{ carré.}$$

Pour faire une expérience, on remuait l'eau du réservoir, de manière à égaliser partout la température; on ouvrait le robinet du tuyau de sortie, et l'on faisait marcher très-lentement la pompe de manière à mettre l'eau du tuyau elle-même à la température générale. On notait cette température; on élevait complétement la tige du piston jusqu'au contact du levier, et l'on abandonnait celui-ci à lui-même. Le robinet étant fermé, l'eau était forcée de sortir par le tube de verre : on la recevait dans un petit ballon de verre tenu à l'extrémité d'une tige en bois. La température était prise immédiatement après. Cette première expérience n'était pas notée; elle servait seulement à indiquer la température à donner à l'avance au verre du ballon, pour que la température de l'eau ne fût pas modifiée. Pour cela, on remplissait le ballon d'eau; on y plongeait le thermomètre, et, à l'aide de la chaleur de la main, on l'amenait lentement au degré voulu. L'appareil, pendant ce temps, était disposé pour une nouvelle expérience, et au moment voulu on vidait le petit ballon pour le présenter rapidement à l'orifice d'où s'échappait l'eau.

La température était relevée à l'aide d'un thermomètre différentiel à alcool, que je dois à la bonté de M. Walferdin, et dont chaque division valait $\frac{1}{80}$ de degré.

L'élévation moyenne de température que j'ai obtenue ainsi a été de $1^\circ,0457$. Nos $45281 9^{kg},9$ de charge représentaient une chute de $452^m,8119$.

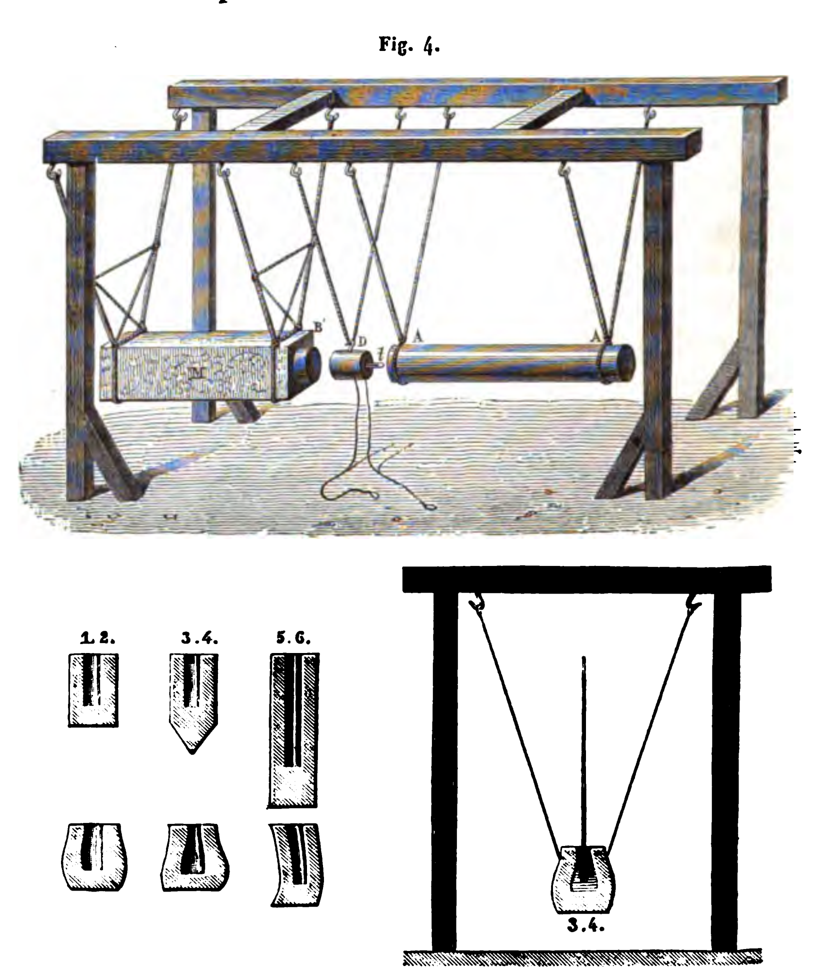
La capacité calorifique de l'eau étant 1, on a ici

$$E = \frac{452,8199}{1,0457} = 433^{kgm}.$$

Troisième série : Écrasement du plomb sous le choc. — AA (*fig.* 4) est un arbre en fer forgé, pesant 350 kilogrammes, suspendu

horizontalement par deux paires de cordes qui le forcent à se mouvoir parallèlement à lui-même dans un plan vertical. C'est cet arbre qui faisait bélier.

Fig. 4.



BB' est une masse prismatique, régulièrement taillée, en grès des Vosges, pesant 941 kilogrammes, et suspendue comme l'arbre à deux paires de cordes, de manière à se mouvoir parallèlement à elle-même dans le plan de suspen-

sion de l'arbre, ou bélier. C'est cette masse qui servait d'enclume. La tête B' était pour cela revêtue d'une épaisse pièce de fer forgé, boulonnée sur une surface parfaitement dressée.

Le bélier était, à l'aide d'une moufle, tiré en arrière et, par suite, soulevé à une hauteur voulue, très-exactement mesurée chaque fois.

Le recul de l'enclume après le choc était donné très-correctement par un indicateur qui était repoussé par elle et restait en place. Comme la distance du centre de gravité de l'enclume au point de suspension des cordes était déterminée d'après le nombre d'oscillations par minute, l'équation

$$L - \sqrt{L^2 - R^2} = h$$

donnait chaque fois la hauteur h où montait l'enclume par suite du choc, L étant la longueur du pendule, et R le recul en projection horizontale.

Un observateur relevait aussi en même temps le recul ou l'avance du bélier après le choc. On connaissait donc parfaitement ainsi le travail total (ou la force vive) emmagasiné par la chute du bélier, et le travail total (ou la force vive) subsistant dans les deux masses après le choc. La différence est évidemment le travail consommé pour l'écrasement du plomb.

Les morceaux de plomb soumis au choc avaient les diverses formes indiquées par les n°s 1, 2, 3, 4, 5, 6 (*fig.* 4); les coupes transversales étaient circulaires. Un trou cylindrique était foré pour recevoir un thermomètre. Deux ficelles y étaient attachées à l'avance pour suspendre les pièces après le choc.

Voici comment se faisait l'expérience :

L'enclume étant en repos, et le bélier reculé de manière à être à la hauteur voulue, la pièce de plomb était couchée horizontalement sur deux fourches en bois mince fixées à une planchette horizontale; elle était portée devant la tête de

l'enclume, son axe de figure dirigé dans le même sens que celui du bélier et de l'enclume. Un thermomètre était introduit dans l'intérieur, et l'on attendait qu'il ne variât plus, pour noter la température initiale.

Le thermomètre étant enlevé, on laissait tomber le bélier. Au moment du choc, je faisais marcher l'aiguille d'un compteur à secondes; j'enlevais la pièce de plomb à l'aide des ficelles que je tenais à l'avance, je la suspendais comme l'indique la figure; j'y versais de l'eau à zéro, de manière à remplir la cavité où se trouvait logé de nouveau le thermomètre, que j'agitais doucement. Au bout de quatre minutes, à partir du moment du choc, on notait la température indiquée par le thermomètre; on laissait encore passer quatre minutes, puis on notait l'abaissement qui avait lieu par le refroidissement. Un thermomètre suspendu librement dans la chambre indiquait la température de l'air ambiant.

Je ne cite qu'un exemple pour indiquer la méthode des calculs :

Hauteur de chute du bélier $H = 1^{m}, 166$.
Hauteur à laquelle il s'élève après le choc $h = 0^{m}, 087$.
Hauteur à laquelle s'élève l'enclume après le choc $h = 0^{m}, 103$.
Poids du plomb $2^{kg}, 948$.
Température avant le choc $\theta = 7^{\circ}, 873$.
» quatre minutes après le choc $\theta' = 12^{\circ}, 1$.
» huit minutes après le choc $\theta'' = 11^{\circ}, 75$.
» de l'air ambiant $\alpha = 8^{\circ}, 8$.
Poids d'eau à zéro versée dans le plomb après le choc $\pi = 0^{kg}, 0185$.

Avec ces éléments il est facile de trouver la valeur de E.

On a tout d'abord pour le travail consommé pour l'écrasement du plomb

$$F = 1,166350 - 0^{m},103(941^{kg} + 2^{kg},95) - 0,087350$$
$$= 280^{kgm},42.$$

Quelle était la température produite par le choc?

Soit R la vitesse de refroidissement du plomb par unité de temps et pour 1 degré de différence entre sa température et celle de l'air. On a sensiblement ici

$$-\mathrm{R}\,dt(\theta - \alpha) = d\theta,$$

dt étant l'élément du temps, θ la température du plomb et α celle de l'air. Au bout d'un temps T, on a

$$\mathrm{RT} = \log\left(\frac{\theta - \alpha}{\theta' - \alpha}\right).$$

Si, à partir de T, on compte un autre intervalle T', on a aussi

$$\mathrm{RT}' = \log\left(\frac{\theta' - \alpha}{\theta'' - \alpha}\right).$$

Dans notre expérience nous avons $\mathrm{T} = 4'$ et $\mathrm{T}' = (8 - 4)$ ou 4 minutes. Il en résulte

$$\log\left(\frac{\theta - \alpha}{\theta' - \alpha}\right) = \log\left(\frac{\theta' - \alpha}{\theta'' - \alpha}\right),$$

d'où

$$\theta = \alpha + \frac{(\theta' - \alpha)^2}{\theta'' - \alpha}.$$

En posant donc $\alpha = 8^\circ,8$, $\theta' = 12^\circ,1$ et $\theta'' = 11^\circ,75$, nous avons

$$\theta = 8^\circ,8 + \frac{(12^\circ,1 - 8^\circ,8)^2}{11^\circ,75 - 8^\circ,8} = 12^\circ,49.$$

La capacité calorifique du plomb étant 0,03145 et le poids $\pi = 0^{\mathrm{kg}},0185$ d'eau à zéro versée dans le plomb gagnant $12^\circ,49$, on a, pour la chaleur totale produite par le choc dans le plomb,

$$q = 0,03145 . 2^{\mathrm{kg}},948\,(12,49 - 7,87) + 12,49 . 0,0185$$
$$= 0^{\mathrm{cal}},65955.$$

Divisant F par q, nous avons

$$\frac{F}{q} = E = \frac{280,42}{0,65555} = 425^{kgm},2.$$

La moyenne de six expériences, dont le plus grand écart ne s'élevait pas à 5 kilogrammètres, est de

$$E = 425^{kgm}.$$

J'ajoute quelques remarques qui intéresseront le lecteur et qui ont une grande importance :

1° La capacité de 0,03145, que j'ai adoptée pour le plomb, a été constatée sur le métal récemment fondu, et puis sur le métal écrasé par le choc; mes moyens d'observation ne m'ont donné aucune différence entre le plomb fondu et le plomb écrasé.

2° Le choc du bélier ne produisait qu'un son mat et très-faible; lorsqu'on n'interposait pas de plomb entre l'enclume et le bélier, le son était au contraire très-fort, et la force vive restant après le choc dans les deux masses ne différait guère que de $\frac{1}{6}$ en moins de celle que donnait le calcul pour les corps élastiques. Je pense donc que les pertes de travail, par suite de vibrations, etc., pouvaient être regardées comme négligeables, et qu'ainsi tout le travail donné par le calcul a été employé à l'écrasement.

3° Si, dans l'expérience citée, il n'avait existé aucun effet d'élasticité, les deux masses auraient dû remonter à la même hauteur, $0^m,085$.

En effet, la vitesse du bélier étant

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{19,6176 \,.\, 1^m,166} = 4^{m''},7826,$$

on a pour le cas des corps mous

$$V = \frac{350^{kg} \,.\, 4^{m''},7826}{944 + 350} = 1^{m''},2736$$

comme vitesse commune, ce qui répond à une hauteur de

$$\frac{(1^{m''},2936)^2}{19^{m''},6176} = 0^m,085,$$

au lieu de

$$\frac{944 \cdot 0,103 + 350 \cdot 0,087}{944 + 350} = 0^m,0986,$$

qui est la hauteur moyenne à laquelle remontaient les deux mobiles après le choc. L'élasticité de l'ensemble des pièces a donc donné

$$0,0986 - 0,085 = 0^m,0146.$$

4° Des expériences préparatoires m'ont démontré qu'un bloc de plomb de 8 kilogrammes, chauffé à 100 degrés et plongé dans l'eau à zéro, ne met pas deux minutes à perdre toute sa chaleur en excès, lorsqu'on agite l'eau.

La conductibilité du métal est donc suffisante pour qu'on puisse admettre que le thermomètre placé au centre de nos pièces de plomb indiquait la température réelle de la masse entière.

5° Les blocs de plomb n°s 1, 2, 3, 4 ont été écrasés très-régulièrement, de manière à prendre les formes indiquées par les figures. Les n°s 5 et 6, au contraire, ont été comme tordus sur eux-mêmes en pas de vis. L'une des expériences a manqué par cette raison; la pièce était tellement tordue que le thermomètre n'a plus pu être introduit dans la cavité.

Les considérations précédentes prouvent tout au moins la grande approximation du nombre 425 kilogrammètres que ces expériences donnent pour la valeur de l'équivalent. Ces expériences cependant ont donné lieu à des jugements très-opposés de la part des physiciens ou des analystes, les uns tendant à exagérer l'exactitude des résultats obtenus, les autres la niant absolument. En ce qui concerne l'exactitude

trop grande qu'on voudrait attribuer à ce genre d'expériences, je la discuterai sous forme tout à fait générale ailleurs; je crois inutile de m'arrêter ici sur ce sujet. En ce qui concerne la négation de la validité du principe même de ces expériences, ce serait au contraire une omission nuisible aux progrès de la Thermodynamique que de ne pas la discuter à fond; rien n'est d'ailleurs plus facile.

Dans un Rapport très-remarquable sur les progrès de la Physique en France, présenté en 1867 à M. Duruy, M. Bertin, en analysant mes expériences sur l'écrasement du plomb, considère ce mode de détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur comme faux et vicieux dans son essence même, *parce que*, dit le savant rapporteur, *le corps soumis à l'action du choc ne revient pas à son état primitif*. En des termes très-différents et beaucoup plus artificiels dans la forme, mais absolument identiques quant au fond, M. Ledieu a répété récemment (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences* du 29 juin 1874) la même espèce de critique.

Si la phrase en italique était l'énoncé de la vérité, si effectivement le plomb changeait d'une façon *notable* d'état par l'écrasement, il est évident que mes deux critiques auraient complétement raison et que l'emploi que j'ai fait de mes expériences serait en contravention directe avec l'un des principes fondamentaux de la Thermodynamique; mais le changement d'état accusé ainsi n'a pas lieu, ou, pour parler correctement, il n'a lieu que dans une mesure qu'il m'a été impossible d'apprécier : ni la densité, ni la capacité calorifique vulgaire, ni l'aspect du métal n'ont été, dans mes expériences, modifiés sensiblement par le coup de bélier. Or ce sont là les seules modifications qu'on pourrait appeler un changement d'état et qui eussent pu fausser la valeur de l'équivalent mécanique déterminée par cette mé-

thode. Sans doute le plomb, après l'écrasement, ne revient pas à sa forme géométrique initiale, et c'est même ce changement permanent de figure qui est la cause immédiate et unique du développement définitif de chaleur; mais le glissement relatif des molécules, qui amène ce changement de figure, ne constitue nullement un changement d'état, ni par suite une modification dans l'intensité totale des forces internes.

La justesse de mes considérations est d'ailleurs mise hors de doute par les nombres mêmes trouvés pour la valeur de l'équivalent; la moyenne de ces nombres concorde, en effet, avec la valeur donnée par une foule d'autres expériences très-différentes, valeur adoptée aujourd'hui presque généralement pour E. Nous pouvons, en un mot, regarder cette méthode de détermination de E comme aussi tolérablement approximative que toute autre : elle ne l'est ni plus ni moins.

Quatrième série : Expansion des gaz. — Lorsqu'on modifie le volume d'un gaz en faisant croître ou diminuer la pression externe qu'il supporte, la température de ce gaz change toujours et nécessairement.

Si nous désignons par P_0, Δ_0, V_0 la pression, la densité et le volume d'un gaz permanent à une température quelconque donnée; par P et δ la pression et la densité lorsque le volume devient V, sans que le gaz reçoive ou perde de chaleur par un contact avec les corps environnants, ces six quantités sont liées entre elles par la loi

$$P = P_0 \left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma, \qquad P = P_0 \left(\frac{\delta}{\Delta_0}\right)^\gamma.$$

L'exposant γ n'est autre chose que le rapport $\frac{C_p}{C_v}$ de la capacité à volume constant à la capacité à pression constante.

Laplace dans la *Mécanique céleste*, et Poisson dans son *Traité de Mécanique* (t. II, ch. VI,) arrivent à cette expression, en partant de ce principe : que « la somme de chaleur contenue dans un corps est invariable, pourvu que le corps ne reçoive ni ne perde rien du dehors », et en admettant que les deux capacités C_p, C_v sont des fonctions de la pression et de la densité.

Chose très-remarquable, la théorie moderne est arrivée à la même expression, en partant d'un point de vue diamétralement opposé, et en admettant :

1° Que la quantité de chaleur interne est une variable, et que les modifications qu'elle subit sont directement proportionnelles au travail externe positif ou négatif que rend le corps (supposé toujours ne rien recevoir ni ne rien perdre par contact ou par rayonnement) ;

2° Que la capacité calorifique, au cas particulier des gaz, est une constante. (Nous verrons que cette supposition n'est pas rigoureusement exacte.)

Ces deux propositions sont aujourd'hui pleinement légitimées par l'expérience, la première dans toute sa généralité, la seconde à peu près, et dans les limites où nous pouvons opérer sur les gaz.

Je n'ai pas à développer ici les démonstrations analytiques qui mènent à nos deux équations : le lecteur les trouvera dans le Chapitre consacré à l'étude des gaz.

Lorsqu'un gaz reçoit de la chaleur dans un vase inextensible, il est évident qu'il ne se produit aucun travail externe : *il ne peut donc y avoir en ce cas aucune chaleur consommée*. De plus, comme le gaz n'éprouve aucune modification d'état, aucun changement quelconque de densité ni d'écartement général de parties, il est évident qu'il ne peut y avoir non plus de chaleur *consommée intérieurement :* le calorique ajouté

sert ici intégralement à augmenter, d'une part, la température du corps, et d'autre part la tendance à l'expansion, la pression en un mot, quelque hypothèse qu'on fasse d'ailleurs sur la nature du calorique, qu'on le regarde (avec Clausius) comme un mouvement vibratoire des particules mêmes des corps, ou (avec Redtenbacher) comme un mouvement des molécules de l'éther, ou, selon les idées que j'ai exposées dans un autre Ouvrage, comme une FORCE proprement dite.

Toute la chaleur ajoutée reste disponible, comme *image* d'un *travail potentiel externe* possible, mais non encore exécuté.

Il n'en est plus du tout ainsi lorsqu'on maintient constante la pression du gaz, et qu'on lui permet par suite d'augmenter de volume en s'échauffant. Il faut alors, outre la quantité de chaleur nécessaire pour modifier la température du corps, une autre portion correspondant au travail externe exécuté non potentiellement, *mais effectivement*. Rien n'est plus facile à évaluer que cette quantité. L'expérience prouve que, dans les limites où nous pouvons opérer, les gaz se dilatent uniformément d'une quantité α par degré à partir de zéro.

Pour l'air on a

$$\alpha = 0{,}003665.$$

Soit P la pression d'un gaz en kilogrammes par mètre carré; soit V_0 le volume sur lequel on opère; soient i la température initiale et t la température finale à laquelle on l'échauffe.

Le volume du gaz, en passant de i à t, deviendra

$$V = V_0 \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha i}.$$

L'accroissement sera donc

$$V = \frac{\alpha V_0 (t - i)}{1 + \alpha t}.$$

Le travail exécuté n'étant autre chose que le produit de la pression P par l'accroissement $V - V_0$, on aura

$$\varphi = \frac{\alpha V_0 P(t-i)}{1+\alpha i}.$$

La quantité de chaleur consommée pour ce travail sera donc

$$q = \frac{\alpha V_0 P(t-i)}{E(1+\alpha i)},$$

E étant l'équivalent mécanique de la chaleur. Soient C_v la capacité du gaz à volume constant, δ sa densité à zéro et à P. Le poids du volume V à i sera

$$\frac{V_0 \delta}{1+\alpha i} = \pi.$$

La quantité de chaleur nécessaire pour l'échauffer à volume constant de i à t sera, en toute hypothèse,

$$\frac{V_0 \delta C_v}{1+\alpha i}(t-i) = q'.$$

La quantité de chaleur nécessaire pour porter le gaz de i à t lorsqu'on lui permet de fournir du travail en dehors est donc

$$\frac{V \delta C_v}{1+\alpha i}(t-i) + \frac{\alpha P V_0 (t-i)}{E(1+\alpha i)} = q''.$$

Si nous désignons par C_p ce qu'on nomme capacité à pression constante, il est clair qu'on aura aussi

$$\frac{V_0 \delta (t-i)}{1+\alpha i} C_p = q'',$$

d'où

$$\frac{V_0 \delta (t-i) C_p}{1+\alpha i} = \frac{V_0 \delta C_v (t-i)}{1+\alpha i} + \frac{\alpha P V_0 (t-i)}{E(1+\alpha i)},$$

ou simplement

$$C_p = C_v + \frac{\alpha P}{E\delta}.$$

Mais, à une même température, la densité est sensiblement proportionnelle à la pression. On a donc

$$P : \delta :: P_0 : \Delta :: 10\,333 : 1,2932,$$

d'où

$$\frac{P}{\delta} = \frac{P_0}{\Delta} = \frac{10333}{1,2932},$$

10 333 kilogrammes étant la pression par mètre carré de l'air à 1 atmosphère, et 1,2932 étant le poids du mètre cube.

On a donc définitivement

$$C_p = C_v + \frac{0,003665 . 10333}{E\,1,2932} = C_v + \frac{29,2851}{E}.$$

Cette expression, complétement indépendante de la température et de la pression du gaz (de l'air), nous montre que, si C_v est constant, C_p l'est aussi, et que le rapport

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{29,285 : E + C_v}{C_v}$$

est lui-même une constante.

C'est ce que Laplace avait déjà admis, et c'est ce qui nous explique comment deux théories aussi différentes ont dû conduire au même résultat.

De fait C_v ne peut être déterminé directement; mais C_p l'a été avec beaucoup de soin par M. Regnault, et trouvé sensiblement constant et égal à 0,2377 pour l'air. (Je dis *sensiblement :* on verra, en effet, que la constance de C_v et de C_p ne saurait être considérée comme absolue.)

On a donc

$$C_v = 0,2377 - \frac{29,2851}{E}$$

et, par conséquent,

$$\gamma = \frac{0,2377}{0,2377 - \frac{29,251}{E}},$$

ou réciproquement

$$E = \frac{29,2851}{0,2377 - \frac{0,2377}{\gamma}}.$$

D'où il suit que toute méthode expérimentale qui fera connaître γ permettra de déterminer E ou l'équivalent mécanique de la chaleur.

Je citerai ici, en premier lieu, celle que l'on tire de la formule de la vitesse du son

$$v = \sqrt{g \frac{mh}{\Delta} \gamma (1 + \alpha\theta)}, \quad \text{d'où} \quad \gamma = \frac{v^2}{g \frac{m}{\Delta} h (1 + \alpha\theta)}.$$

En écrivant dans cette formule les valeurs convenables, ou plutôt les valeurs expérimentales les plus dignes de confiance,

$$v = 340^{m''}, 89, \quad \alpha = 0,003665, \quad h = 0^{m}, 76,$$

et puis

$$m = 13,596, \quad \theta = 15^{\circ}, 9, \quad \Delta = 0,0012932,$$

on trouve

$$\gamma = 1,4132, \quad \text{d'où} \quad E = 423^{kgm}.$$

Le but que je me suis proposé ici était, non d'arriver à une valeur exacte de l'équivalent (on va voir que la méthode ne s'y prêtait pas), mais seulement de fixer une limite supérieure que ce rapport peut atteindre, et c'est en ce sens seulement que les essais que je vais citer peuvent avoir quelque utilité.

Supposons que l'air sec, comprimé dans un réservoir résistant, s'en échappe peu à peu en partie, de manière que

celui qui reste passe d'une pression à une autre moindre. Nous pourrons employer de différentes manières l'air qui s'échappe.

1° Nous pourrons le faire entrer dans un cylindre muni d'un piston dont la résistance soit constamment égale à celle de la pression du gaz dans le cylindre et dans le réservoir. Ce piston nous fournira ainsi du travail.

2° Au lieu de supposer ce piston chargé de manière à être toujours en équilibre avec la pression du réservoir, nous pouvons lui donner une charge constante répondant à la pression finale où nous voulons faire descendre le gaz.

Il y aura encore du travail rendu, mais évidemment moins que précédemment.

3° Nous pouvons laisser l'air se précipiter dans le vide; alors nous ne recueillerons aucun travail.

Mais, dans ces trois cas différents, les conditions de l'air qui reste dans le réservoir sont les mêmes à chaque instant de l'écoulement. C'est la force élastique du gaz qui le fait sortir du réservoir, et, quel que soit l'usage qu'on en fasse au dehors, le travail intérieur est le même. Si l'air, pendant la détente, ne reçoit point de chaleur des parois, le travail s'exécutera aux dépens de la chaleur propre du gaz, et la perte en calorique, rapportée à l'unité de poids, sera la même dans les trois cas et dans tous les cas possibles.

La loi d'expansion $P = P_0 \left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma = P_0 \left(\frac{\delta}{\Delta}\right)^\gamma$ s'appliquera ici.

En réalité, il est impossible que pendant son expansion l'air (ou tout autre gaz) ne reçoive pas de chaleur des parois; cependant, si le changement de pression se fait assez vite, la chaleur reçue sera très-petite et pourra presque être négligée. On aura donc ici un moyen de déterminer très-approximativement la valeur de γ.

Ce genre d'expériences, on le sait, a été fait il y a longtemps, et bien avant qu'on s'occupât de la théorie mécanique, par Clément Desormes, dans le but de déterminer les rapports des capacités à volume constant et à pression constante. On a critiqué cette méthode précisément à cause du réchauffement que subit le gaz pendant son expansion même, et, rigoureusement parlant, la critique est juste. Cependant nous allons voir que, bien conduite, l'expérience peut donner des résultats très-réguliers, et par suite utiles.

L'appareil dont je me suis servi consistait en un réservoir cylindrique, résistant, en cuivre, de 10 litres de capacité. Un manomètre ouvert à l'air, et à acide sulfurique monohydraté, indiquait à $0^m,0005$ près l'excédant de la pression interne sur celle de l'air externe. A la partie supérieure du réservoir se trouvait une tubulure verticale de $0^m,03$ de diamètre, munie d'un bord parfaitement poli et dressé. Une soupape portée par un levier à charnière permettait de fermer hermétiquement cette tubulure, ou de l'ouvrir largement béante. La course ascendante du levier était limitée par un arrêt. Tout l'ensemble de l'appareil était d'ailleurs solidement fixé dans un cadre en bois à la poutre verticale d'un bâtiment. Le réservoir était placé dans de l'eau tenue à telle ou telle température voulue. L'air, qu'on foulait à l'aide d'une pompe dans le réservoir, passait par la cuvette même du manomètre et se desséchait ainsi complétement. Voici comment je conduisais l'expérience.

L'air intérieur ayant été comprimé à une pression voulue, j'attendais que le manomètre restât parfaitement immobile. On notait la hauteur du baromètre et celle du thermomètre de la cuve d'eau. Soulevant alors d'une main le poids qui pressait le levier de la soupape, j'appuyais de l'autre main sur ce levier, puis je soulevais et j'abaissais vivement celui-ci, en

avant soin de le faire battre chaque fois contre l'arrêt supérieur. Je remettais le poids en place, et j'attendais que la colonne d'acide fût redevenue immobile.

Avec les données que fournit cette expérience il est aisé de déterminer γ.

Soient, en effet, B la pression barométrique traduite en colonne d'acide sulfurique ; h la hauteur initiale du manomètre lorsque l'air a été comprimé ; h_1 la hauteur où il revient lorsque, après la détente, l'équilibre des températures s'est rétabli.

On a

$$B = (B + h)\left(\frac{\delta}{\Delta}\right)^{\gamma},$$

δ étant la densité de l'air à la pression $(B + h)$ et Δ celle qu'il reprend à B après l'expansion brusque. Lorsque l'équilibre des températures est rétabli, on a évidemment

$$(B + h) : (B + h_1) :: \delta : \Delta,$$

d'où

$$\frac{\Delta}{\delta} = \left(\frac{B + h_1}{B + h}\right),$$

et par suite

$$\log \frac{B}{B + h} = \gamma \log \left(\frac{B + h_1}{B + h}\right),$$

d'où

$$\gamma = \log\left(\frac{B}{B + h}\right) : \log\left(\frac{B + h_1}{B + h}\right).$$

Une quarantaine d'expériences, faites très-régulièrement et corrigées convenablement,, m'ont donné, pour le rapport γ,

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma = 1{,}3845,$$

d'où l'on tire

$$E = 441^{\text{kgm}},6.$$

Quelques remarques importantes se présentent ici :

1° Ainsi que le dit la théorie, la valeur de γ est indépendante de la température, du moins dans les limites de zéro à 60 degrés.

En opérant dans l'eau à zéro ou dans de l'eau chaude, la moyenne obtenue était la même.

2° Il est facile de démontrer que ce nombre pèche nécessairement en trop.

En effet, à un point de vue expérimental, la seule cause qui pourrait le faire pécher en moins serait la fermeture trop rapide de la soupape, qui ne permettrait pas à l'air de tomber de $(B + h)$ à B dans le réservoir.

En supposant juste la loi d'écoulement des gaz,

$$v = \sqrt{2g \frac{(B+h) - B}{\delta}};$$

δ étant la densité qui répond à $B + h$, on aurait ici

$$v = \sqrt{2gB\left[\left(\frac{\delta}{\Delta}\right)^{\gamma} - 1\right] : \delta}.$$

La diminution du poids $W\delta$ de l'air contenu à chaque instant dans le flacon pendant l'écoulement serait

$$-W d\delta = S dt \sqrt{2gB\left[\left(\frac{\delta}{\Delta}\right)^{\gamma} - 1\right] : \delta},$$

W étant le volume constant du réservoir, S la section de l'orifice d'écoulement, et dt l'élément du temps répondant à $d\delta$.

En intégrant par approximation entre les limites de densités répondant à $B = 1^{atm}$ et $(B + h) = 1^{atm},6$ (limites qui n'ont jamais été atteintes dans mes essais), posant $W = 0^{mc},01$ et $S = 0^{mq},0007$, on trouve que la pression tombe de $1^{atm},6$

à 1 atmosphère en moins de $\frac{1}{60}$ de seconde; il faudrait donc ouvrir et fermer la soupape en moins de temps, pour que l'air n'eût pas le temps de s'échapper : ce qui est évidemment impossible.

L'expérience est toujours faussée en plus pour la valeur de E qu'on en déduit, parce que l'air s'échauffe dans le réservoir pendant l'écoulement même. Cependant l'erreur due à cette cause est moindre qu'on n'aurait pu le croire. En effet, la valeur de γ ne variait pas très-sensiblement selon le plus ou moins de pression initiale de l'air; ainsi, pour une chute de pression de $1^{atm},5$ à 1 atmosphère, ou seulement de $1^{atm},1$ à 1 atmosphère, cette valeur était sensiblement la même. Or il est évident que le refroidissement interne et la durée de l'écoulement sont d'autant plus grands que $(B + h)$ est plus grand par rapport à B. Si l'erreur commise dans l'évaluation de E ne croissait pas avec $(B + h)$, c'est parce que, pendant la très-petite durée de l'ouverture de la soupape (que j'estime à $\frac{1}{10}$ de seconde), la chaleur des parois du réservoir n'avait pas le temps d'agir d'une manière trop défavorable. C'est ce qui explique pourquoi cette valeur trop grande de l'équivalent s'éloigne en définitive peu de la valeur probablement correcte : $E = 432^{kgm}$.

Ces expériences sur la détente des gaz ont été faites avec un talent et une exactitude remarquables par M. Cazin. L'habile physicien a su mesurer la durée de l'écoulement et en tenir compte dans ses calculs. En somme, les résultats finaux de M. Cazin, quant à l'air, s'approchent beaucoup des miens. L'auteur conclut toutefois qu'on n'a pas rigoureusement

$$\gamma = \text{const.}$$

Et en effet $\left(1 + \frac{\alpha P}{\Delta E C_v}\right)$ ne peut être constant que si C_v

l'est aussi, et que si, en outre, le gaz obéit rigoureusement à la loi de Gay-Lussac et de Mariotte, ce qui, d'après les travaux de M. Regnault, n'est vrai qu'à peu près, même pour l'air.

§ IV.

Conclusions générales de l'ensemble de ce premier Chapitre.

En tout premier lieu, de l'ensemble des nombreuses observations relatées dans les pages précédentes découle une confirmation aussi satisfaisante que possible de la Proposition I de la Thermodynamique posée en tête de ce Chapitre.

En ce qui concerne la valeur même de l'équivalent mécanique de la chaleur, si je fais la révision des diverses expériences que j'ai faites pour la déterminer, et si j'élimine celles qui sont fautives, soit parce que les conditions fondamentales exigées par la théorie n'ont pas été remplies, soit parce que les difficultés de l'expérimentation étaient trop grandes pour autoriser une conclusion certaine, je m'arrête à quatre nombres qui présentent le plus de garanties d'approximation :

1° $E = 424{,}5^{\text{kgm}}$ Écrasement du plomb;
2° $E = 432$ Frottement de l'eau;
3° $E = 433$ Écoulement de l'eau;
4° $E = 425$ Forage du fer.

Les nos 1 et 4, comme on voit, sont presque semblables à la valeur que l'on tire de la formule de la vitesse du son. Ce dernier accord pourrait nous porter à adopter plutôt comme vrai le chiffre $424^{\text{kgm}},5$ que les nombres 432^{kgm} ou 433^{kgm}. Si cependant on remarque combien, dans la formule du son, il entre d'éléments divers dont la valeur numérique dépend

aussi d'expériences fort difficiles, on attachera moins d'importance à cette concordance. S'il m'était permis ici de m'appuyer sur les soins tout particuliers que j'ai apportés à l'expérience sur le frottement de l'eau et sur la concordance rigoureuse (0^{kgm}, 5 près) de six expériences, faites pourtant dans des conditions de vitesse, de température, etc., très-différentes, je conclurais que c'est le nombre 432^{kgm} qui est le plus correct. Sur le tableau qui suit, nous trouvons d'ailleurs le même nombre obtenu au moyen de procédés très-différents, par M. Favre. Cependant, comme c'est la valeur de 425^{kgm} qui a été adoptée par la plupart des auteurs qui ont écrit sur la théorie mécanique de la chaleur, et comme ce chiffre diffère peu du précédent, c'est aussi celui dont je ferai usage dans tous les calculs numériques de cet Ouvrage.

Pour rester aussi complet que possible sur cette question si capitale, et aussi pour satisfaire au point de vue historique, je donne ici un tableau publié, il y a quelques années déjà, par la Société de Physique de Berlin, indiquant les diverses valeurs assignées à E par les expérimentateurs les plus connus.

Tableau publié par la Société de Physique de Berlin.

MÉTHODE DE DÉTERMINATION et DONNÉES EXPÉRIMENTALES.	OBSERVATEURS.	DATE.	E Équivalent mécanique.
I. — PAR LE CALCUL.			
A. *D'après la différence des capacités calorifiques des gaz.*			
1° Air atmosphérique (Mayer)..... .	....	1842	365^{kgm}
2° Id. (Holtzmann)....	....	1845	374
3° Id. (Clausius).. ...	... .	1850	370
Ces déterminations reposent sur la va-			

MÉTHODE DE DÉTERMINATION et DONNÉES EXPÉRIMENTALES.	OBSERVATEURS.	DATE.	E Équivalent mécanique.
leur $C_p = 0{,}2669$ donnée par Delaroche et Bérard pour la capacité calorifique de l'air, et sur le rapport 1,421 indiqué par Dulong. Dans les calculs suivants on a pris pour poids de 1 mètre cube d'air à zéro et $0^m{,}76$ la valeur $1^{kg}{,}293$ donnée par M. Regnault.			
4° Air atmosphérique.			
$d = 1{,}0000$; $\alpha = 0{,}003665$; $C_p = 0{,}2377$	Regnault.		
$\gamma = 1{,}348$	Clément Desormes.	″	480,1
$\gamma = 1{,}375$	Gay-Lussac et Welter	″	452,6
$\gamma = 1{,}4172$	Dulong.	″	419
$\gamma = 1{,}4078$	Moll et Van-Beek.	″	426
5° Oxygène.			
$d = 1{,}1056$; $\alpha = 0{,}00367$; $C_p = 0{,}2412$	Regnault.		
$\gamma = 1{,}4158$	Dulong.	″	414,3
$\gamma = 1{,}3998$	Van Rees.	″	425,7
6° Azote.			
$d = 0{,}9713$; $\alpha = 0{,}00367$; $C_p = 0{,}237$	Regnault.		
$\gamma = 1{,}428$	Van Rees.	″	431,3
7° Hydrogène			
$d = 0{,}0692$; $\alpha = 0{,}003665$; $C_p = 0{,}2356$	Regnault.		
$\gamma = 1{,}4127$	Dulong.	″	425,3
8° Oxyde carbonique.			
$d = 0{,}9674$; $\alpha = 0{,}003669$; $C_p = 0{,}2399$	Regnault.		
$\gamma = 1{,}4142$	Dulong.	″	417
$\gamma = 1{,}4092$	Masson.	″	420,7
9° Acide carbonique.			
$d = 1{,}529$; $\alpha = 0{,}00371$; $C_p = 0{,}3308$	Regnault.		
$\gamma = 1{,}3382$	Dulong.	″	354,6
$\gamma = 1{,}2867$	Masson.	″	402,3
10° Protoxyde d'azote.			
$d = 1{,}5250$; $\alpha = 0{,}003719$; $C_p = 0{,}3413$	Regnault.		
$\gamma = 1{,}3366$	Dulong.	″	345,6
$\gamma = 1{,}2795$	Masson.	″	399
11° Acide sulfureux.			
$d = 2{,}247$; $\alpha = 0{,}003903$; $C_p = 0{,}3489$	Regnault.		
$\gamma = 1{,}2522$	Masson.	″	423,8
Nous passons les autres gaz donnés par Bosscha parce que leur coefficient de dilatation n'a pas été déterminé directement.			

MÉTHODE DE DÉTERMINATION et DONNÉES EXPÉRIMENTALES.	OBSERVATEURS.	DATE.	E Équivalent mécanique.
B. *D'après la théorie des vapeurs.*			
12° Vapeur d'eau.			
Clausius, à l'aide du principe de Carnot.	....	1850	421
Reech, d'après le principe de Carnot...	....	1858	434,9
Séguin, sans indication de méthode....	....	"	449
C. *D'après la dilatation et l'élasticité des corps solides.*			
13° Kupffer, la dilatation et l'élasticité des métaux..........................	....	1852	404
II. D'APRÈS L'OBSERVATION DIRECTE.			
1° Compression de l'air..............	Joule.	1845	443,8
2° Expansion de l'air.................	Id.	1845	437,8
3° Frottement de l'eau dans des tuyaux étroits..........................	Id.	1843	422,4
4° Frottement de l'eau par une roue à palette.			
Premières expériences..............	Id.	1845	488,3
Autres expériences.................	Id.	1847	428,9
Dernières expériences très-soigneusement exécutées.................	Id.	1850	423,9
5° Frottement d'une roue à palettes dans le mercure....................	Id.	"	424,7
6° Frottement d'une plaque de fer dans le mercure........................	Id.	"	426,2
7° Frottement médiat des métaux.....	Hirn.		
Valeur moyenne de la première série d'expériences....................	Id.	1857	371,6
Nouvelles expériences...............	Id.	1858	400 et 450
8° Forage des métaux................	Id.	"	425
9° Détermination de la chaleur due au frottement à l'aide du calorimètre à mercure.........................,....	Favre.	1858	413,2
10° Expériences sur la machine à vapeur.................................	Hirn.	1857	413
11° Échauffement par le courant magnéto-électrique..................	Joule.	1843	462,5
12° Diminution de la production de chaleur dans le circuit électrique, lorsque le courant produit du travail....	Id.	"	442,2
13° Idem............................	Favre.	1857	443

MÉTHODE DE DÉTERMINATION et DONNÉES EXPÉRIMENTALES.	OBSERVATEURS.	DATE.	E Équivalent mécanique.
14° Chaleur due aux courants électriques; équivalent électro-chimique de l'eau = 0,009376. Résistance absolue.	Weber.	1857	432,1
Développement de chaleur par l'action du zinc sur le sulfate de cuivre....	Favre et Silbermann.	1857	432,1
Mesure de la force électro-motrice de la pile de Daniel, d'après la mesure absolue = 10258.10⁷	Bosscha.	1857	432,1
15° Chaleur développée dans la pile de Daniel	Joule.	"	419,5
Force électro-motrice de la pile de Daniel	Bosscha.	1857	419,5
16° Mesure de la résistance absolue...	Weber.		
Chaleur développée par l'unité absolue d'un courant électrique dans un circuit dont la résistance est 1....	Quintus Icilius.	1857	399,7
A ces valeurs, données par la Société de Physique de Berlin, je joins celles que j'ai trouvées dans le cours des deux années 1860 *et* 1861.			
1° Frottement de divers liquides dans l'appareil dynamométrique décrit p. 92. Cet appareil consommait entre 300 et 350^{kgm} de travail par seconde. Huile de navette, huile de baleine, huile de cachalot, huile de schiste, benzine, eau....................	....	"	400 à 432
Écoulement de l'eau sous de très-fortes pressions par un tube mince......	....	"	432
2° Écrasement du plomb	....	"	425
3° Nombreuses expériences sur la machine à vapeur....................	....	"	420 à 432
4° Valeur calculée d'après les volumes de la vapeur d'eau surchauffée......	....	"	432
5° D'après l'expansion de l'air dans le thermo manomètre décrit p. 110. *Valeur maxima impossible*............	....	"	440

CHAPITRE II.

DIGRESSION CRITIQUE.

Nous venons d'arriver à la démonstration de la première proposition fondamentale de la Thermodynamique par une voie tout à fait expérimentale. Je pense qu'il n'est nullement inutile de montrer que c'est là la seule voie réellement correcte à suivre, et que toutes les démonstrations *a priori*, qu'on voudrait essayer d'en donner, ne peuvent reposer que sur des hypothèses gratuites ou sur des cercles vicieux.

Je dis : il n'est nullement inutile.....

Il en est arrivé, en effet, du grand et nouveau principe de Physique que renferme notre proposition, ce qui s'est présenté quant à maints progrès inattendus des sciences. D'abord contesté dans son existence même, puis accepté avec défiance, il a fini par paraître évident, par paraître absolument indépendant de l'étude directe des faits, de l'observation. Tel physicien qui le niait il y a quinze ans ne comprend pas aujourd'hui qu'il n'ait pas été admis de tous temps et accuse implicitement d'absurdité les grands penseurs ou les analystes qui, comme Laplace, Poisson, etc., ne s'étaient pas doutés de son existence, et l'avaient de fait nié dans leurs déductions mathématiques.

Je le sais, sous l'une de ses faces du moins, le fait que je signale n'est pas particulier et exceptionnel; il appartient, au contraire, comme partie intégrante, à l'histoire humaine. De tous temps, certains hommes ont fini par déclarer évi-

dentes et éternelles des vérités qu'eux-mêmes avaient d'abord combattues avec la fureur du fanatisme. Sous cette face, le fait est simplement l'expression d'un déni de justice, et de la vengeance que la tourbe des médiocrités de toutes les époques exerce contre les chercheurs qui ont le malheur d'ouvrir un horizon nouveau.

Mais, sous une autre face, le fait se particularise et vaut la peine d'être discuté.

Après en être venues à trouver naturel et évident ce qu'elles avaient d'abord contesté, et surtout en cessant de tenir compte d'un grand nombre de faits qui étaient encore inconnus à une époque fort récente, et qui étaient pourtant indispensables pour vérifier le principe nouveau, bien des personnes en sont venues à croire que ce principe peut être démontré en dehors de l'expérience.

C'est là une manière de voir dont il n'est, je le répète, nullement inutile de faire ressortir l'inexactitude. On me reprochera peut-être au premier abord de me montrer, dans la revue critique qui suit, sinon rétrograde, du moins trop indulgent pour ce que nous considérons aujourd'hui avec raison comme des erreurs bien radicales. Lorsqu'on y regardera de plus près, lorsqu'on reconnaîtra les difficultés réelles qu'ont eu à vaincre ceux qui ont frayé la route, on ne verra plus, je l'espère, dans ces pages que l'expression d'un sentiment de justice que nous ne devrions jamais perdre à l'égard de ceux qui nous ont précédés.

A ceux qui aujourd'hui trouvent tout clair et facile, je ne rappellerai que l'un des épisodes les plus caractéristiques de l'histoire de la Thermodynamique.

En France, le grand physicien danois Hans Christian Œrsted n'est guère connu que par sa découverte de l'action des courants électriques sur l'aiguille aimantée. Peu de per-

sonnes chez nous ont lu le magnifique livre *l'Ame dans la Nature*, où se trouvent réunis sous les formes les plus diverses les travaux philosophiques du grand penseur; mais toutes celles qui l'ont lu diront certainement qu'Œrsted a été un des esprits les plus lucides, les plus complets de ce siècle. La découverte du fait qui forme la base fondamentale de l'électromagnétisme n'est pas le fruit d'un heureux hasard : Œrsted était convaincu de l'existence d'un fait de cet ordre longtemps avant d'être parvenu à en déterminer expérimentalement la nature et l'espèce, et ce n'est qu'après des recherches opiniâtres qu'il a atteint le but. Partout, dans ses écrits, on voit ressortir l'idée bien arrêtée de l'existence d'une corrélation intime entre toutes les forces de la Nature. De tous les physiciens de notre temps, Œrsted était bien certainement, par la direction et la généralité de son esprit, le plus apte à entrevoir l'existence de l'équivalence du travail mécanique et de la chaleur, de l'électricité; le plus porté en tous cas à acclamer la vérité du principe, une fois celui-ci mis au jour. Et bien, lorsque Colding vint lui soumettre les expériences qu'il avait faites sur le frottement (entre autres), lui exposer les vues auxquelles ces expériences l'avaient conduit et lui demander appui et conseil pour des recherches ultérieures, Œrsted conseilla au physicien *audacieux* de garder encore prudemment ses travaux et ses idées en portefeuille, de les laisser d'abord bien mûrir et d'y regarder à deux fois avant de les lancer dans le monde : les uns et les autres ne pouvaient, d'après son impression première, qu'attirer du discrédit, presque du ridicule, sur leur auteur !

Pense-t-on maintenant que telle eût été l'opinion d'Œrsted, si l'ensemble des principes et des faits aujourd'hui devenus inattaquables eût été à la fois si évident et si naturel que l'affirment certains physiciens?

Ainsi que dans toutes les découvertes vraiment grandes, il y a ici une large part à faire à la puissance intuitive du génie de l'homme. Nul doute en ce sens; mais il est tout aussi certain que si l'idée mère était née, ne fût-ce que quinze ou vingt ans plus tôt, elle n'eût trouvé dans les faits acquis et observés jusqu'alors aucun point d'appui solide, et n'eût apparu que comme une hypothèse gratuite à ranger à côté de mille autres tombées dans un juste oubli. C'est ce qui ressortira clairement, je crois, des pages suivantes; mais c'est ce que déjà je puis mettre en évidence par anticipation et sous forme presque impérative, en m'arrêtant à une citation historique bien caractéristique.

Vers 1797, Benjamin Thomson, comte Rumford, exécuta une série d'expériences sur la chaleur développée par le frottement, par le forage des métaux, etc. Il résuma ces recherches dans un Mémoire qui fut présenté le 15 janvier 1798 à la Société royale de Londres (1). Tous ceux qui liront ce travail diront avec moi qu'il est impossible de formuler d'une façon plus précise la dépendance qui existe entre le travail mécanique dépensé et la quantité de chaleur produite; qu'il est impossible aussi d'entrevoir plus nettement l'avenir de la science de la chaleur.

Pourquoi les idées énoncées par Rumford, pourquoi le *fait découvert* par lui n'ont-ils pas fructifié dès l'origine, si ce n'est parce que le terrain n'était pas encore préparé à les recevoir, parce que les temps n'étaient pas venus?

Examinons de près ceux des faits connus qui semblent le plus difficiles à expliquer en dehors des principes de la Thermodynamique, ceux qui semblent devoir conduire le

---

(1) *The complete Works of count Rumford*, published by the American Academy of Arts and Sciences, t. I, p. 471 et suiv.

plus directement, le plus forcément à ces principes. Examinons : 1° le phénomène du choc des corps non élastiques; 2° celui du frottement; 3° ceux que présentent nos moteurs thermiques; 4° enfin celui de la compression et de l'expansion des gaz.

§ I.

Choc des corps non élastiques.

Lorsqu'un corps tombe librement dans le vide, il prend une vitesse de plus en plus grande, qui, à chaque instant, dépend de la hauteur de chute et qui peut servir, par suite, à représenter la quantité d'action de la gravité. Si le corps ainsi en mouvement heurte un plan horizontal, immobile et résistant, il perd toujours, plus ou moins vite, tout son mouvement de translation : il le perd instantanément, s'il est mou (plomb, cire,...); il le perd après un certain nombre d'oscillations de plus en plus réduites, s'il est élastique (acier, ivoire,...) : le nombre d'oscillations dépend du degré d'élasticité. Que devient dans ce phénomène le mouvement de translation rectiligne détruit? Que devient le travail mécanique dépensé pour donner au corps son mouvement, et représenté par la force vive à chaque instant acquise?

Poisson (¹) et après lui tous les Traités de Mécanique possibles, élémentaires ou supérieurs, disent que dans le choc des corps mous il y a toujours perte de force vive. Poisson a-t-il, comme l'ont prétendu certains critiques, énoncé une de ces hérésies criantes, une de ces absurdités dont le caractère saute aux yeux et qui se réfutent d'elles-mêmes en vertu d'un principe évident, antérieur et supérieur à l'expérience?

(¹) *Traité de Mécanique*, t. II, p. 30, 2ᵉ édit., 1830; Bachelier, libraire-imprimeur.

Nous ne savons en aucune façon quelle est l'essence même du mouvement. Entre le passage d'un lieu en un autre, que nous faisons subir par la pensée à un corps géométrique que nous nous figurons dans l'espace, et le passage effectif d'un corps réel d'un lieu en un autre, il n'y a absolument aucune autre identité que celle de la forme géométrique. Le premier de ces mouvements est une conception mentale, dont nous sommes les maîtres, à laquelle nous pouvons donner toutes les formes qu'il nous plaît, que nous pouvons créer *a priori*, n'existât-il aucun corps matériel dans l'Univers ; le second est un phénomène physique qui se passe en dehors de nous, indépendamment de nous, et dont nous sommes par suite obligés de déterminer les conditions et les lois, par l'observation, par l'expérience et puis par l'induction.

« A mesure que les obstacles à l'état de mouvement des corps, tels que les frottements et les résistances des milieux qu'ils traversent, diminuent d'intensité, nous les voyons persévérer de plus en plus dans cet état et, toutes les fois que nous apercevons une altération dans leur vitesse, nous reconnaissons que cet effet peut être attribué à une cause étrangère. Nous sommes donc conduits à conclure que, s'il était possible qu'un point matériel, après avoir été mis en mouvement, ne fût plus sollicité par aucune force et ne rencontrât aucun obstacle, son mouvement serait rectiligne et uniforme, c'est-à-dire le plus simple des mouvements.

» *Ce n'est donc*, en un mot, *que par l'expérience et l'induction que nous avons pu décider que la vitesse d'un corps ne saurait se perdre d'elle-même* ([1]). »

([1]) Poisson, Ouvrage cité plus haut, t. I, p. 207 et 208.
Dans l'extrait du texte, je n'ai fait que déplacer et changer légèrement la forme de la conclusion en italiques.

Cette assertion de Poisson n'a jamais été et ne sera jamais réfutée par personne. En la posant, Poisson, certes, ne veut pas donner à entendre que quoi que ce soit puisse naître ou disparaître sans cause. Il montre simplement que l'induction, fondée sur l'observation et l'expérience, pouvait seule fixer l'espèce de cause en jeu, quand le mouvement cesse.

Par une observation et une expérience séculaires, l'homme a acquis une confiance illimitée, et d'ailleurs des plus fondées, en la durée de l'existence, des propriétés et des phénomènes de la substance en général. Scientifiquement parlant, on peut dire que cette confiance répond aujourd'hui à une certitude. En ce qui concerne le phénomène du mouvement de la matière pondérable en particulier, nous pouvons affirmer hardiment aussi, et sans aucune crainte d'être jamais démentis désormais, que non-seulement le mouvement ne peut ni naître ni disparaître sans cause, mais encore que la quantité d'action qui a été dépensée pour le produire et qui le représente ne peut elle-même être ni détruite ni produite spontanément. En Mécanique, en Physique, en Physiologie, nous pouvons considérer comme absurde toute interprétation qui, à quelque degré que ce soit, implique l'idée du mouvement perpétuel, ou, pour parler beaucoup plus correctement, l'idée d'un travail mécanique continu produit sans une dépense continue aussi de quelque chose d'équivalent. Et, réciproquement, lorsque nous voyons le mouvement d'un point ou d'un assemblage de points matériels cesser d'une manière ou d'une autre, nous pouvons être certains qu'il conserve tout au moins une *existence potentielle* qui le représente intégralement, qui y équivaut, et en vertu de laquelle il peut être reproduit intégralement aussi. Ici toutefois s'arrête notre droit d'affirmation. Quant à la nature, quant à la forme même de cette *existence potentielle*, il nous est absolument impossible

d'en rien dire *a priori*. En omettant de parler de cette existence potentielle, Poisson n'a pas commis une erreur proprement dite : il a seulement laissé subsister dans sa démonstration une lacune qu'à son époque personne n'était à même de combler, et dont d'ailleurs l'origine est facile à assigner. Elle ne dérive d'autre chose que de la séparation tranchée que pendant si longtemps on s'est obstiné à établir entre les diverses sciences. Pour s'occuper de ce que devient la force vive *tuée* par le choc, il faut en effet sortir du domaine de la Mécanique pure pour marcher sur celui de la Physique générale. Cette séparation, souvent fort artificielle, était sans doute regrettable; si l'on y regarde de près, on est cependant bien obligé d'avouer qu'elle a été moins funeste au vrai progrès que la fusion que quelques personnes ont essayé de faire depuis, et dont le résultat le plus clair est de convertir une science exacte et rigoureuse en une collection d'hypothèses. La lacune laissée (forcément d'ailleurs à cette époque) par Poisson a été infiniment moins contraire à la vraie science que les assertions bâties depuis par les critiques, pour faire de la Mécanique et de la Physique une même science. Affirmer, par exemple, que le mouvement ne peut cesser, qu'il ne peut que se communiquer, s'échanger, que changer d'espèce; affirmer que, quand le mouvement de translation d'un corps est éteint par un choc, il est remplacé par un autre mouvement interne à ce corps, c'est en effet dépasser étrangement les bornes d'une induction sage, légitime et scientifique; c'est avancer une hypothèse tout au moins gratuite, dont la justesse ou la fausseté ne peut être vérifiée que par une discussion sévère d'un ensemble de phénomènes très-distincts de celui que nous considérons ici.

L'observation la plus vulgaire avait montré qu'un corps qui perd son impulsion par un choc, qu'une balle de fusil

qui heurte un rocher ou toute autre masse dure et résistante, s'échauffent. Ce fut un trait de génie de deviner que l'équivalent potentiel de la force vive détruite est ici la force calorique, et qu'entre le mouvement suspendu et la chaleur développée il y a connexion nécessaire; mais l'expérience seule a pu ensuite donner une valeur réelle à cette intuition en démontrant qu'il existe un rapport unique entre la chaleur apparue et le travail mécanique que représentait et qu'avait coûté le mouvement.

§ II.

Phénomènes du frottement.

Dans toutes nos machines, depuis la montre élégante jusqu'au plus puissant moteur à vapeur, depuis la couseuse qu'une main légère fait travailler jusqu'au métier à filer au millier de broches, les pièces mobiles éprouvent une résistance continue au mouvement de la part des pièces fixes sur lesquelles elles glissent. Il faut une dépense continue aussi d'efforts pour maintenir le mouvement dans son intégrité, et dans la pratique cette dépense se traduit par une autre en houille brûlée, en eau tombant d'une certaine hauteur, etc.

Dans la belle expérience du frein de Prony, nous voyons le travail d'un moteur employé et perdu en apparence : à quoi? A maintenir immobile et horizontal le levier du frein chargé des poids nécessaires pour faire juste équilibre à la résistance que les mâchoires du frein opposent au mouvement de la poulie.

Lorsque nous lançons verticalement un corps quelconque, il perd, chacun le sait, sa vitesse à mesure qu'il s'élève, et il finit par s'arrêter un instant en l'air, puis il retombe, et en

retombant il reprend une partie de cette vitesse : sans la résistance de l'air, il la reprendrait intégralement lorsqu'il arrive au point de départ. La gravité produit donc le mouvement tout aussi bien qu'elle le détruit. Tout au contraire, lorsque nous donnons une impulsion à un volant dont l'axe horizontal tourne dans des coussinets, le mouvement aussi se ralentit graduellement, et d'autant plus vite que l'axe et les coussinets sont moins bien polis et moins bien graissés ; il finit par s'éteindre, *mais alors il reste définitivement éteint*. Dans tous les Traités de Mécanique, le frottement est donc considéré comme une résistance passive, comme une force accélératrice *essentiellement négative*, qui ne peut qu'anéantir le mouvement et le travail, jamais les restituer.

Ici, de même qu'en tout ce qui concerne le choc des corps non élastiques, l'erreur, du moins, était générale ; l'absurdité, si, en effet, elle pouvait, comme on l'a prétendu depuis, se réfuter *a priori*, n'a certes été évidente pour personne. La magnifique découverte du frein a commencé, si je ne me trompe, à être appliquée industriellement vers les années 1830 à 1834. L'idée grandiose du Dr Mayer sur l'équivalence des forces a pris le jour vers 1842, mais ne s'est répandue et n'a porté ses fruits que beaucoup plus tard (1852 à 1854). Pendant une longue suite d'années, en un mot, des centaines d'ingénieurs fort instruits ont assisté à l'expérience du frein, ont vu des puissances motrices colossales absorbées, comme je l'ai dit, à tenir suspendu et parfaitement immobile un poids donné. Nul d'entre eux, pourtant, n'était étonné de cette destruction continue de force vive. On voyait fumer le frein, on était obligé d'y verser des flots d'eau pour l'empêcher de s'allumer, personne pourtant ne se demandait si la chaleur ici produite n'était pas peut-être une compensation du travail dépensé. L'idée de frottement entraîne pour tout le monde

celle d'usure des parties frottantes, et par conséquent celle d'une dépense d'efforts nécessaires; d'un autre côté, la Physique expliquait aussi par l'usure la chaleur due au frottement. Ce sont là sans doute des idées complétement fausses; mais l'expérience seule a pu en prouver la fausseté, en nous montrant que l'usure n'est en aucune façon une conséquence nécessaire du frottement ni une des conditions nécessaires du développement de la chaleur. Il s'en fallait en un mot beaucoup qu'on se trouvât ici en face d'un de ces problèmes dont la solution saute aux yeux.

Cessons, en effet, d'admettre que le travail mécanique puisse être détruit, hypothèse qui, comme nous venons de le voir, n'a pas paru si absurde à tout le monde; admettons l'idée contraire, parfaitement rationnelle et aujourd'hui vérifiée surabondamment par l'expérience. Plus d'une solution se présente à l'esprit quant à l'ensemble des phénomènes du frottement. Je n'en indiquerai qu'une : elle fera mieux que toute autre ressortir l'importance de la conception de l'équivalent mécanique de la chaleur. Quel est le physicien qui oserait affirmer aujourd'hui que la chaleur, la lumière, l'électricité soient les seuls impondérables (pour me servir de leur ancienne dénomination générique), qu'elles soient les seules manifestations possibles de la force en général? Ne pourrait-on pas admettre rationnellement que le travail qui disparaît dans l'expérience du frein, par exemple, donne lieu à quelque chose d'équivalent qui échappe à nos sens, à nos moyens d'investigation actuels?

Il a fallu, certainement, l'œil du génie pour apercevoir la connexion de cause à effet qui existe entre le frottement (travail dépensé) et la chaleur (travail potentiel produit) : connexion qui avait échappé à la sagacité de tant de penseurs. Mais il a fallu tout aussi certainement des expériences ré-

pétées sous toutes les formes, pour démontrer que la chaleur produite dans les phénomènes du frein, par exemple et entre mille, se trouve toujours dans le même et unique rapport avec le travail dépensé, qu'elle est, par suite, ici le seul représentant potentiel de ce travail.

En tout cela il n'y avait rien d'évident, rien qui fût antérieur à l'expérience et indépendant d'elle.

§ III.

Travail des moteurs thermiques.

Nous voici arrivés à l'examen critique de l'ensemble de phénomènes certes le plus intéressant, mais aussi le plus complexe qui se puisse présenter à l'étude : je veux parler du travail de nos moteurs thermiques. Voyons si ici encore il y avait quelque chose de si évident, de si clair, quant à l'interprétation finale, quelque chose qui se puisse comparer à l'œuf proverbial de Christophe Colomb, à l'*eurêka* d'Archimède.

Arrêtons-nous à la machine à vapeur, qui sera de longtemps encore, sinon toujours, le plus usité de nos moteurs thermiques.

Dans le foyer de ces machines, nous introduisons continuellement un corps combustible (houille, anthracite, bois, etc.) et un courant d'air (oxygène affaibli par de l'azote); de là, continuité d'un phénomène chimique qui donne un développement de chaleur.

Dans la chaudière, nous introduisons continuellement de l'eau pour absorber la chaleur du foyer; de là, continuité d'un phénomène physique, l'évaporation.

L'axe du volant de la machine fournit le travail nécessaire

pour faire marcher nos usines, quelles qu'elles soient d'ailleurs; de là, continuité d'un phénomène mécanique.

La Thermodynamique, nous le verrons, unit en un même faisceau les trois genres de phénomènes. Ne considérons pour le moment le premier que comme une source de chaleur à température élevée.

L'eau de la chaudière, mise par le métal conducteur des parois en rapport avec cette source de chaleur, se réduit en vapeur sous une pression constante (à peu près), c'est-à-dire s'y dilate en réalité de manière à prendre un volume plusieurs centaines de fois plus grand. A mesure qu'elle se forme, cette vapeur exerce un effort sur le piston moteur et le pousse en avant. Chaque fois que le piston atteint l'extrémité de sa course, la vapeur qui l'avait poussé est mise en communication avec un espace vide et *froid* (relativement), où elle se précipite et se condense. Le piston ainsi devenu libre peut reculer sous l'action de la vapeur nouvelle qui agit sur sa face opposée.

Dilatation et contraction alternative d'un corps, telle est donc la cause en quelque sorte palpable du mouvement de notre machine. Additions et soustractions alternatives de chaleur, telle est la cause réelle, mais absolument impalpable, de ces changements de volume et des mouvements qui en résultent dans les organes de la machine.

Une question des plus capitales se pose ici. Trouve-t-on dans l'eau du condenseur toute la chaleur fournie par le foyer, diminuée simplement de celle qu'ont perdue les conduites de vapeur, le cylindre, etc., etc.?

Aujourd'hui que la réponse, posée d'abord hardiment par la théorie (Clausius, Rankine), a été confirmée par l'expérience, aujourd'hui qu'il est démontré que dans l'eau du condenseur manque toute la chaleur que représente le tra-

vail total externe fourni par la machine, aujourd'hui, dis-je, la réponse semble facile aussi à tout le monde et paraît assise sur une nécessité première. Voyons cependant les raisons que donnent les personnes qui soutiennent que cette réponse ne pourrait être autre, sans que celui qui la ferait ne tombe dans l'absurde. Deux arguments principaux ont été présentés.

1° Si la chaleur ne faisait que traverser la machine thermique, si elle arrivait intégralement au condenseur, on pourrait, dit-on, l'utiliser encore une fois à créer un nouveau travail égal au premier, et ce travail ne coûterait rien; on aurait ainsi, en un mot, le mouvement perpétuel.

Ce raisonnement semble péremptoire. Il n'a cependant aucune valeur réelle et montre seulement que les personnes qui l'emploient n'ont compris qu'une moitié de la Thermodynamique.

Nous avons considéré le foyer de la machine à vapeur comme une source de chaleur à température élevée, c'est-à-dire à température supérieure à la plus basse dont nous disposions, sous forme naturelle et continue, dans le milieu où nous vivons. Deux choses, en effet, sont indispensables pour la continuité du mouvement de notre moteur à vapeur : une source de chaleur et une source de froid, la première pour forcer l'eau à se vaporiser, la seconde pour absorber la chaleur de la vapeur et lui permettre de se condenser. Si nous ne pouvions, dans notre milieu ambiant, produire de différences, et par suite de chutes de température, nous ne saurions pas même qu'il peut exister de moteurs thermiques. Pour utiliser à un nouveau travail la chaleur arrivée, intégralement par hypothèse, au condenseur, il faudrait donc une seconde source de froid à température encore plus basse que la première, et, pour obtenir cette source désormais ar-

tificielle, il faudrait dès lors recourir à des actions chimiques ou mécaniques qui, à leur tour, supposent implicitement une dépense, comme celle à laquelle nous condamne le foyer de la machine.

Notre hypothèse, quoique bien réfutée aujourd'hui, comme nous avons vu, ne conduit donc nullement à l'idée du mouvement perpétuel. Pour mieux faire ressortir encore la justesse de cette assertion, il me suffit de rappeler un fait historique. Carnot (1824) et puis Clapeyron ont les premiers établi une théorie rationnelle des moteurs à feu; une proposition entière et des plus importantes de leur théorie est restée debout : c'est, nous le verrons bientôt, avec une modification, la Proposition II de la Thermodynamique. Carnot et Clapeyron ignoraient complétement qu'il disparaît de la chaleur dans un corps par ce seul fait que ce corps produit un travail mécanique; ils admettaient que la quantité de chaleur fournie par le foyer sort intégralement par le condenseur d'une machine à vapeur ou toute autre, mais à une température inférieure, et qu'ainsi abaissée en température cette chaleur ne peut plus donner un nouveau travail. Ni l'un ni l'autre n'a abouti au mouvement perpétuel; ni l'un ni l'autre n'a cru un seul instant à son existence.

2° Passons au second raisonnement. Supposons toujours que la chaleur ne fasse que traverser notre machine à vapeur (ou tout autre moteur thermique) et qu'à la sortie (condenseur) elle se retrouve en même quantité qu'à l'entrée (foyer). Concevons une machine à vapeur tout entière, renfermée dans un immense calorimètre avec le frein de Prony qui en absorbe et en mesure le travail. Le calorimètre va nous accuser non-seulement la chaleur qui traverse la machine et la fait marcher, mais encore celle que développe le frottement dans le frein : il nous accusera en un mot plus de chaleur

que n'en développe le combustible dans le foyer. En d'autres termes, il sortira continuellement de notre machine avec son frein plus de chaleur qu'il n'y en entre. Ici, il semble que nous nous trouvions en face d'une de ces absurdités qui tombent d'elles-mêmes et sans aucune réfutation expérimentale. J'avais moi-même eu recours à ce genre de démonstration *a priori* de la Proposition I, dans la seconde édition de cet Ouvrage (p. 14), et je l'avais présentée comme sans réplique. En y regardant de près, on reconnaît cependant que l'argumentation précédente a beaucoup moins de force qu'il ne semble au premier abord. En effet, ainsi qu'il est dit plus haut, pour obtenir un travail mécanique continu, il faut non-seulement que nous disposions d'une quantité de chaleur toujours nouvelle à dépenser par unité de temps, mais que nous disposions de plus d'une différence de température qui permette au calorique de tomber d'une température, d'une *hauteur*, à une autre inférieure. En toute théorie qui tient compte des faits, cette chute constitue donc un abaissement de puissance disponible, et la chaleur qui traverse la machine en quantité constante par hypothèse, mais qui en sort à une température inférieure, ne peut plus être considérée comme représentant une puissance disponible constante aussi. C'est, nous le verrons bientôt, un des plus beaux titres de M. Clausius d'avoir démontré que la température, en général, ne *peut* que *tomber* spontanément, et qu'elle ne saurait jamais *se relever* spontanément, c'est-à-dire sans une dépense de travail ou sans une autre chute de température équivalente. Il *suit* donc de là, en toutes hypothèses sur le rapport des quantités de chaleur qui entrent dans une machine thermique et qui en sortent, que la chaleur produite par le frein peut être considérée comme constituant simplement une sorte de compensation à la chute de température qui a lieu dans la ma-

chine, que cette chaleur ne saurait, par suite, être considérée en aucune façon comme une création obtenue *gratis*, et qu'enfin, si par impossible elle faisait défaut, on serait au contraire amené à l'idée d'une perte réelle de travail.

En un mot, l'affirmation, aujourd'hui justifiée, qui dit qu'il disparaît de la chaleur dans un moteur thermique et que la quantité qui disparaît est précisément égale à celle que développent les frottements du frein et des organes mêmes de la machine, cette affirmation, disons-nous, quoique justifiée, était des plus hardies; elle avait besoin, autant et plus que toute autre, de l'appui de l'expérience pour demeurer debout.

§ IV.

Compression et expansion des gaz.

On sait depuis longtemps que les gaz s'échauffent par la compression et se refroidissent au contraire par l'expansion. Le briquet à air était une des applications tout usuelles de cette propriété. Comment expliquer la chaleur ou le froid dus à ces phénomènes? On admettait autrefois, que dis-je, même assez récemment encore, en Physique (Pouillet, *Éléments de Physique expérimentale*, 6e édition, t. II, p. 583, 1853), que les capacités, soit à pression, soit à volume constant, varient et diminuent avec la densité des gaz; qu'ainsi, par la compression ou augmentation de densité, la chaleur est en quelque sorte exprimée de ces corps et se manifeste par suite sous forme d'élévation de température. En partant de cette hypothèse qui, il faut pourtant le dire, n'avait jamais été vérifiée par des expériences directes, Laplace et puis Poisson ont fondé une théorie des plus remarquables, qui permet de déterminer la relation existant entre le volume, la pression

et la température d'un gaz. Et, chose assurément singulière, les équations déduites de cette théorie sont restées, en partie du moins, telles quelles dans la Thermodynamique, bien que leur point de départ soit faux et qu'elles reposent sur un principe de Physique inexact. Nous verrons ailleurs comment s'explique cette singularité des plus étranges.

Je dis que le point de départ de la théorie de Laplace et de Poisson est faux. Les belles expériences de M. Regnault ont en effet démontré que la capacité calorifique des gaz (à pression invariable), si elle n'est absolument stable, varie du moins fort peu avec la densité, surtout pour les gaz jusqu'ici non liquéfiables, tels que l'hydrogène, l'air, et par suite l'oxygène et l'azote.

L'échauffement des gaz par la compression, leur refroidissement par l'expansion ne dérivent donc pas, comme on l'admettait, du changement de densité; on sait d'ailleurs que l'air, par exemple, n'éprouve qu'un changement de température insignifiant lorsque, par un très-petit orifice, il se précipite dans le récipient de la machine pneumatique, où l'on a soin de maintenir le vide à $0^m,005$ ou $0^m,01$ près par le jeu des pompes; la chute de densité est cependant ici des plus considérables : 760 à 10 ou 5. Les phénomènes que présentent les gaz sont en un mot absolument inexplicables, avec les anciens principes de la Physique. Leur étude sévère nous conduit presque forcément à l'idée de l'existence d'un rapport de cause à effet entre les changements de température de ces corps et le travail que coûte leur compression ou que donne leur détente. Nous le verrons bientôt : cette étude a fourni en effet l'assise la plus solide de la Thermodynamique.

Y avait-il toutefois ici encore quoi que ce soit qu'on fût en droit d'affirmer *a priori*? C'est, il me semble bien, le contraire

qui découle de l'exposé historique très-concis que je viens de présenter. Sans les expériences rigoureuses de M. Regnault sur le plus ou le moins de stabilité de la capacité calorifique des gaz, aucune réfutation réellement scientifique de la théorie de Laplace et de Poisson n'aurait eu de valeur.

§ V.

Résumé et conclusions qui découlent des paragraphes précédents. Définition de la Thermodynamique.

L'examen des quatre genres de phénomènes précédents nous montre de la façon la plus claire que notre première proposition ne peut reposer que sur un certain nombre de faits exclusivement expérimentaux dont elle a été tirée par induction, et nullement sur un principe supérieur à l'expérience, principe que l'homme de science eût pu, par suite, énoncer à toute époque.

Nous n'avancerons, je pense, rien d'injuste envers les grands penseurs de l'antiquité, en disant que les notions réellement exactes et posées aujourd'hui comme axiomes dans la science, sur l'action des forces en général considérées comme causes de mouvement, ne remontent guère plus haut qu'à l'époque de Galilée, de Newton. Nous ne serons pas plus injuste en considérant comme un progrès bien plus moderne encore la fondation du principe de la conservation du travail mécanique, principe aujourd'hui si solidement enraciné chez les hommes sensés.

Mais rien de tout cela ne suffisait pour conduire droit à cette assertion, à savoir : que lorsque le calorique, par son action sur un corps, produit un travail mécanique, il disparaît une portion de chaleur en rapport constant et direct avec ce travail.

Les personnes, en très-grand nombre d'ailleurs, qui, une fois la proposition prouvée, ont cherché à démontrer qu'une assertion contraire conduit nécessairement à l'idée du mouvement perpétuel, ces personnes, dis-je, ont ou ignoré ou mal compris la seconde proposition de la Thermodynamique; et celles, en très-grand nombre aussi, qui, admettant *a priori* que la chaleur n'est qu'un mouvement des atomes matériels, ont par suite trouvé très-naturel que dans le choc il y ait production de chaleur ou, selon l'expression usuelle, transformation de mouvement de translation en mouvement d'oscillation, celles-là, dis-je, ne se sont pas même aperçues du danger qu'il y a d'asseoir une grande et belle science sur une hypothèse. Nous allons voir à l'instant les conséquences possibles d'une pareille manière de procéder.

Le mérite des trois hommes éminents qui, vers une même époque et à l'insu les uns des autres, ont formulé la magnifique idée de l'équivalence de toutes les forces de la nature, le mérite de Colding, de Mayer, de Joule, est immense; mais il est autre qu'on ne le croit en général. La démonstration de la première proposition fondamentale de la Thermodynamique ne peut, disons-nous, dériver que plus ou moins directement de l'expérience. Il fallait une rare pénétration, il fallait le don de l'intuition au plus haut degré pour entrevoir la consécration d'un grand principe de Physique mécanique à travers le très-petit nombre de faits favorables connus à l'époque où l'idée mère a été conçue.

Mais il y avait une difficulté bien autrement grande encore à surmonter. Celle-là était interne : elle était relative aux idées que nous nous faisons presque spontanément, et dès l'enfance, de la nature des phénomènes : idées qui, perfectionnées en un sens et adaptées à l'ensemble des faits, ont été acceptées peu à peu et pendant longtemps comme l'expres-

sion de la vérité. Il fallait, en un mot, savoir rompre complétement avec les interprétations, avec les hypothèses les plus accréditées quant à la nature de la chaleur, de la lumière, de l'électricité, de ce qu'on appelle les *impondérables*, en un mot.

Lorsque nous voyons un corps qui s'échauffe ou qui se refroidit, l'idée la plus naturelle qui se présente à l'esprit, c'est d'admettre que ce corps gagne ou perd quelque chose de matériel qui lui donne ou lui fait perdre ses qualités de chaud ou de froid. Il en est de même pour un corps qu'on rend lumineux, qu'on électrise, qu'on aimante. L'expérience, cependant, ne tarde pas à apprendre à l'homme de science que si matière il y a, en plus ou en moins dans un corps chaud ou froid, électrisé ou non, lumineux ou non, cette matière est du moins en quantité tellement rare qu'elle échappe, quant à son poids, quant à sa masse, aux moyens de constatation les plus délicats dont nous disposions. Une idée très-naturelle encore, quoique déjà beaucoup plus scientifique et plus élevée, s'est ajoutée, par suite, à la première. On a admis que la substance calorifique, lumineuse, électrique, est d'une autre espèce que la matière qui constitue la partie pondérable et la masse des corps. Je n'ai pas à entrer dans les détails quant à cette interprétation que tout le monde connaît. Bien que naturelle et légitime, elle avait un côté faible, qui frappe surtout lorsqu'on considère l'usage qu'en faisaient en général les physiciens et les mathématiciens. Après avoir admis fort logiquement l'existence d'une substance spéciale et nécessairement impondérable, on ne tardait pas, dans l'application, à en faire quelque chose qui ne diffère plus de la matière que par une excessive raréfaction, et dès lors il n'y avait plus de raison pour lui donner un nom distinct.

Malgré ses défauts, malgré son insuffisance, cette interpré-

tation était, dis-je, très-naturelle en un sens et, quoi qu'on en puisse dire aujourd'hui, il était pour cette raison d'autant plus difficile de rompre avec elle qu'on était réellement plus homme de science, qu'on possédait mieux l'ensemble des faits jusque-là connus et étudiés. Elle était devenue de fait un arrêt au progrès, car il y manquait un terme essentiel.

Le mérite, le courage, dirai-je mieux, pour faire un nouveau et grand pas, a consisté non pas du tout à imaginer une hypothèse plus correcte, mais bien à se placer au-dessus des hypothèses, à procéder comme l'a fait Newton quant à la gravitation, à considérer les impondérables comme des forces pouvant se substituer les unes aux autres, à considérer leurs effets non-seulement comme équivalents entre eux, mais comme équivalant aux causes elles-mêmes. Quelle que soit en effet l'idée que nous nous fassions de l'essence de ce qu'on a appelé les *impondérables*, le rôle de FORCE, qu'ils remplissent dans la nature inanimée et animée, est leur attribut dominant. Le progrès en Physique a consisté à tenir compte de cet attribut, *in abstracto* et indépendamment de toute explication.

Contrairement à l'opinion de bien des personnes, et fort heureusement d'ailleurs, la grande et belle doctrine qui est sortie rapidement de cette conception première ne repose sur aucune hypothèse explicative, concernant la nature des impondérables de l'ancienne Physique.

J'ai dit : *contrairement* à l'opinion de bien des personnes, *et fort heureusement*. Il me sera facile de justifier ces deux termes. Je commence par le second.

Que serait aujourd'hui la Mécanique céleste, que serait toute l'Astronomie, si Newton, au lieu de se placer complétement en dehors des hypothèses sur la gravitation, au lieu de dire simplement que les choses se passent *comme si* les corps s'attiraient à travers l'espace, avait donné une explication

plus ou moins plausible de cette attraction, et avait présenté ses équations comme solidaires de cette explication? On peut affirmer que cette magnifique science eût végété longtemps et serait peut-être encore au berceau. On en demeure convaincu plus encore lorsqu'on examine de près les explications figuratives, les unes puériles, les autres absurdes, mais toutes des plus faciles à réfuter, par lesquelles de nos jours on a essayé à diverses reprises de représenter la gravitation, en éliminant la notion pure de force.

Certes, nos idées sur la nature des impondérables ont été modifiées profondément par l'étude correcte des phénomènes, sur laquelle repose de fait la Dynamique moderne. Il y a une différence immense entre l'ancienne assertion de la Physique selon laquelle la chaleur, par exemple, reste toujours qualitativement et quantitativement la même et l'assertion toute moderne que la chaleur disparaît, échappe à nos moyens d'investigation par cette seule raison, qu'elle a donné lieu à un travail mécanique. Cette différence s'est reflétée nécessairement sur les interprétations par lesquelles nous essayons de nous rendre compte de la nature du calorique; elle a imposé à ces interprétations des conditions d'existence beaucoup mieux définies et plus resserrées. La nouvelle doctrine a ainsi provoqué la naissance d'interprétations nouvelles aussi et plus en harmonie avec l'ensemble des faits connus jusqu'ici; mais ce n'est sur aucune de ces interprétations en particulier qu'elle repose réellement. Si les grands analystes qui ont su en si peu de temps élever si haut et édifier si solidement la Thermodynamique ont presque tous émis une hypothèse sur la nature des impondérables, s'ils font ressortir toutes les conséquences de leur hypothèse, ils n'y recourent plus dans les démonstrations qui forment à proprement dire le fond de la doctrine.

Cette dernière remarque, dont chacun aujourd'hui peut vérifier la justesse, nous explique l'erreur où sont tombés, en France surtout, le public scientifique en général, et même le nombre plus restreint des savants qui ont étudié de près la nouvelle doctrine; elle nous explique l'espèce de défiance avec laquelle a été accueillie à l'origine cette doctrine.

Mais je dois relever encore un autre genre d'erreur où est tombé le public scientifique en presque totalité. Non-seulement on a cru que la Thermodynamique repose sur une hypothèse métaphysique relative à la nature du calorique, mais, lorsqu'une fois on se fut convaincu de la solidité de la nouvelle science, on a fini par admettre que cette hypothèse prétendue unique se trouve justifiée désormais par les faits. On a admis, en quelque sorte sans discussion, que la force en général n'est absolument qu'un mode de mouvement de la matière et que cette assertion est la seule qui satisfasse aux données expérimentales et incontestables de la Thermodynamique, qu'elle est la seule même qui ait été posée par les fondateurs de cette doctrine.

A ce tout dernier point de vue, je commence par rappeler un fait frappant auquel, faute de remonter aux sources historiques, notre public savant n'a prêté nulle attention. Les trois hommes éminents, qui à peu près à une même époque ont formulé les principes nouveaux, sont partis chacun d'une idée différente, non-seulement quant à la chaleur, mais quant à la nature de la force en général.

« Du rapport continu qui existe entre la gravitation et les mouvements qu'elle produit nous ne saurions toutefois conclure que l'essence de la gravité est un mouvement, et cette conclusion s'étendrait tout aussi peu à la chaleur. Bien loin de là, nous sommes amenés à formuler l'idée toute contraire, et à dire que, pour devenir chaleur, il faut que le mouvement,

qu'il soit d'ailleurs continu ou vibratoire, cesse d'être mouvement. »

Telles sont les expressions du Dr Mayer, rendues aussi fidèlement qu'il m'a été possible en français, pour le sens. Colding a été plus loin encore que le Dr Mayer. Il considère la force en général comme une *essence spécifique* susceptible de *transformations* et de *perfectionnements* successifs. M. Joule (du moins si j'ai bien saisi la pensée de ce grand observateur) s'est attaché à l'idée contraire, selon laquelle les impondérables ne seraient que des modes de mouvement de la matière.

Les analystes, qui ont appliqué dans leurs équations le principe nouveau introduit en Physique et qui en ont déduit les conséquences, ont, pour la plupart, adopté cette dernière interprétation. La raison, nous le verrons dans le Chapitre III du Livre II, en est bien simple. Je n'éveillerai la susceptibilité de personne en disant que deux d'entre eux surtout, sous deux formes très-différentes, ont donné à cette explication le dernier degré de perfection et en ont tiré toutes les conséquences qu'elle comporte. M. Clausius a montré comment les phénomènes de la chaleur dans les solides, les liquides et les gaz, peuvent être représentés par des oscillations rectilignes de plus ou moins d'étendue, de plus ou moins de vitesse, des atomes pondérables. Rankine, de son côté, a figuré ces phénomènes par des mouvements de rotation des molécules, ou groupes d'atomes, autour de leurs centres de gravité (*molecular vortices*). On peut dire que ces deux éminents mathématiciens ont en quelque sorte épuisé leurs hypothèses.

Dans mon *Analyse élémentaire des principes constituants de l'Univers*, j'ai examiné avec toute l'attention possible les interprétations en général dans lesquelles on explique les phénomènes des impondérables par de simples mouvements

de la matière pondérable; j'ai fait ressortir ce qu'elles ont de séduisant, de spécieux, mais aussi de faible et de vulnérable. Pour le moment, et pour les besoins actuels de la Thermodynamique, elles suffisent à un ensemble étendu de faits, comme d'ailleurs n'importe quelle autre, qui, sous une forme quelconque, renferme implicitement le principe de la conservation du travail mécanique; leur forme figurative, des plus faciles à saisir par l'imagination, les rend accessibles à la majorité des intelligences, et c'est là ce qui explique pourquoi elles se sont acquis tant d'adhérents.

Je dis pour le moment. Nous avons reconnu plus haut quel obstacle l'ancienne interprétation de la Physique a opposé au développement des idées nouvelles. Dans ma conviction, et elle repose sur une appréciation d'un vaste ensemble de faits déjà connus, l'interprétation presque généralement acceptée aujourd'hui deviendra à son tour, et dans un avenir très-prochain, un obstacle insurmontable à des progrès nouveaux, si, comme cela semble avoir lieu, elle prend à son tour aussi dans les esprits les racines solides qu'y avait l'ancienne hypothèse.

Je n'ai pas à m'étendre sur l'interprétation bien différente que je crois être l'expression de la vérité : elle se trouve développée dans mon Ouvrage cité plus haut; j'y renvoie les personnes qui voient dans les sciences autre chose que de simples collections de faits, et qui de temps à autre s'élèvent au-dessus des faits pour les relier par des vues générales. Je ne ferai qu'une seule remarque; elle concerne cet Ouvrage en lui-même et dans ses conclusions et elle touche au fond de la question qui nous occupe ici. Comme de raison, mon travail est formé d'un bout à l'autre de deux parties qui marchent de front : l'une de *réfutation*, dans laquelle je montre l'insuffisance des doctrines qui prétendent expliquer tous les phénomènes par

de simples mouvements de l'atome matériel; l'autre de *synthèse*, dans laquelle je justifie et je développe la notion de la FORCE considérée comme *élément spécifique* de l'univers. Il est possible, il est probable que dans ses détails cette dernière partie sera à son tour sujette à critique; mais, en quelque étendue qu'elle puisse l'être en effet, on sera toujours tenu, avant de rejeter la synthèse, de réfuter la réfutation elle-même. Tant que la partie critique, en un mot, restera debout, on n'aura pas le droit de déclarer fausses les inductions qui en découlent presque d'elles-mêmes.

Quoi qu'il en soit, le résumé certainement caractéristique de cette revue critique, c'est qu'en tout premier lieu, et ainsi que je l'ai répété à plusieurs reprises, la principale proposition de la Thermodynamique repose bien positivement sur tout un ensemble de faits d'observation. Le grand axiome : *Nihil ex nihilo, nihil in nihilum*, qui a en quelque sorte servi de phare à R. Mayer dans ses inductions, n'eût absolument conduit qu'à des élucubrations vides de sens, s'il ne s'était déjà trouvé quelques faits expérimentaux pour étayer solidement l'idée fondamentale.

En second lieu, et en partant de ces considérations frappantes, nous arrivons à donner à la Thermodynamique, ou Théorie mécanique de la chaleur, une définition qui est essentiellement rationnelle, précisément parce qu'elle est étrangère à tout système particulier.

Nous arrivons à dire que la Thermodynamique constitue une doctrine qui, indépendamment de toute hypothèse sur le calorique, sait rattacher tous ses effets, statiques ou dynamiques, aux principes élémentaires de la Mécanique, et les traduire en équations correctes, comme l'ont été tous les autres phénomènes d'équilibre et de mouvement.

Cette doctrine, nous le verrons bientôt, sert de trait d'union entre des sciences que l'on a crues longtemps étrangères les unes aux autres; mais nous le verrons aussi, elle ne fond point ces sciences en un même tout, comme on a essayé de l'avancer dans ces derniers temps.

CHAPITRE III.

COROLLAIRE DE LA PROPOSITION I. — SA DÉMONSTRATION EXPÉRIMENTALE. DISCUSSION GÉNÉRALE DE CETTE DÉMONSTRATION.

Quelles que soient les actions et les modifications que le travail mécanique fait subir à un corps, la quantité de chaleur présente reste invariable, pourvu qu'un travail produit soit suivi ou accompagné d'un travail égal consommé.

La proposition I étant une fois bien démontrée, ce corollaire en découle d'une façon si naturelle qu'il semble inutile de s'y arrêter un seul instant. Ceci pourtant n'est vrai qu'à un point de vue tout à fait théorique. Ce corollaire a, pour ainsi dire à l'origine de la Thermodynamique, reçu de l'observation directe une confirmation éclatante; nous allons voir cependant que la discussion de l'expérience, à peu près unique, sur laquelle il repose, est non-seulement utile, mais même indispensable, lorsqu'on tient à résoudre les contradictions apparentes auxquelles l'observation aurait conduit si elle avait été généralisée. Ce qui suit va bientôt faire comprendre toute ma pensée et nous conduire à étendre d'une manière frappante le sens de l'expression de *travail mécanique*.

§ I.

Expérience fondamentale de M. Joule.

Je commence par décrire l'expérience, justement mémorable dans l'histoire de la Thermodynamique, par laquelle

M. Joule d'abord (1845) et puis ensuite M. Regnault ont démontré l'exactitude de notre corollaire.

Dans une cuve spacieuse, pleine d'eau et placée au milieu d'un appartement dont la température ne varie que fort peu, plaçons deux réservoirs métalliques résistants, reliés par un tube muni d'un robinet, de telle façon qu'on puisse à volonté les mettre en communication ou les isoler l'un de l'autre. Fermons ce robinet, faisons le vide dans l'un des réservoirs et comprimons dans l'autre, jusqu'à 15 ou 20 atmosphères, un gaz quelconque (air, hydrogène, oxyde ou acide carbonique, etc.). Avec un thermomètre très-délicat, observons la température de l'eau de la cuve qu'on agitera en tous sens, et lorsque le thermomètre sera devenu fixe, ouvrons le robinet de jonction. Le gaz comprimé de l'un des réservoirs va se précipiter dans le réservoir vide et, en un temps très-court, la pression sera la même dans les deux.

Analysons ce qui se passe dans cette opération.

Dans l'un des réservoirs, il s'opère une détente considérable; le gaz tombe, par exemple, de 20 à 10 atmosphères (à peu près), sa température s'abaisse de + 30° à — 25° si ce réservoir a un volume égal à celui de l'autre. Dans l'autre réservoir, il s'opère une compression tout aussi énergique : les premières portions du gaz, après s'être détendues de 20 atmosphères à une fraction d'atmosphère d'autant plus petite que le vide était mieux fait, sont ensuite revenues à 10 atmosphères (à peu près, pour l'exemple choisi). En d'autres termes, le premier réservoir fournit un travail considérable; le second, au contraire, en absorbe un tout aussi grand. Accessoirement, et en analysant encore mieux, nous voyons qu'il se passe de part et d'autre des phénomènes très-différents, mais très-compliqués. Dans le premier réservoir, les molécules du gaz s'éloignent les unes des autres, sans prendre de

vitesse de translation très-notable ailleurs qu'aux approches du tube d'écoulement. Dans ce tube, au contraire, la vitesse, dans les premiers instants, est extrêmement grande, et se réduit ensuite peu à peu à zéro. Dans le réservoir vide où les molécules se précipitent avec impétuosité au début, il s'opère des chocs, des tourbillons, des frottements de mille et mille formes. Très-peu de temps après l'égalisation des pressions, tout rentre à l'état normal.

Mais ce qui est évident, c'est qu'en dépit de toute cette diversité de phénomènes, de tout ce travail fourni et consommé dans l'appareil, pour nous qui sommes spectateurs externes, il n'apparaît aucun travail que nous puissions recueillir et mesurer, excepté celui que représente le son produit pendant l'écoulement et qui est tellement petit que nous pouvons le négliger.

Il y a donc, en apparence, compensation rigoureuse entre la somme totale de travail positif et celle de travail négatif, exécutés dans l'intérieur de l'appareil. Il semble, en un mot, que la condition énoncée par notre corollaire est remplie, et que la température de notre cuve doit en toute hypothèse rester parfaitement stable, quel que soit le gaz employé. De la belle expérience de M. Joule, tout le monde, en effet, a conclu que, quelles que soient les actions moléculaires que nous faisons subir à un gaz, la température doit rester invariable si le travail externe est nul.

§ II.

Les conséquences qu'on avait tirées de l'expérience de M. Joule ne pourraient être rigoureuses que pour un gaz où l'attraction moléculaire serait nulle. Premier aperçu sur le travail interne des corps.

J'ai dit : « il semble ». C'est sur l'air qu'a opéré M. Joule. Avec ce gaz, aucun changement de température ne s'est manifesté après l'ouverture du robinet de communication des deux réservoirs. Le choix de ce gaz, très-naturel parce que le fluide atmosphérique est à notre portée immédiate, a constitué une circonstance heureuse pour le progrès de la Thermodynamique. Si le grand physicien anglais, au lieu d'air, avait employé de l'acide carbonique, de l'acide sulfureux, de la vapeur d'éther chlorhydrique, etc., il eût inévitablement observé un abaissement (très-léger à la vérité) de température dans l'eau de son calorimètre, et la plupart des savants d'alors eussent été portés à croire que le principe de Thermodynamique en question n'est pas réellement correct, mais *qu'il* constitue seulement une approximation. Peut-être même eût-on conclu qu'il peut s'opérer des changements de température dans un corps sans aucun travail mécanique. On peut donc dire que c'est grâce à un hasard heureux, quoique naturel, qu'est due la constatation éclatante qu'a reçue d'un coup le principe fondamental posé par notre corollaire.

Aujourd'hui, nous savons positivement que, toutes les fois que dans une expérience quelconque nous parvenons à ne mettre en regard que des quantités réellement mesurables de travail et de chaleur, leur rapport est parfaitement constant. Nous devons donc chercher toute autre chose qu'une négation

de principe dans l'abaissement de température que donnerait l'expérience de M. Joule si l'on substituait l'acide carbonique, par exemple, à l'air. Cela va nous être très-facile. J'ai dit qu'il semble qu'avec un gaz quelconque les conditions énoncées par notre corollaire sont remplies. Nous allons aisément reconnaître qu'il n'y a ici qu'une apparence, et que, rigoureusement parlant, ces conditions ne sont remplies avec aucun gaz, pas même avec l'air.

Dans toutes les expériences que j'ai relatées au Chapitre Ier et qui ont eu pour objet d'établir la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur, ou même seulement la loi de proportionnalité entre le travail et la chaleur, nous avons cherché à isoler soigneusement chacun de ces deux ordres de phénomènes, considérés comme grandeur. L'espèce de travail sur lequel nous avons opéré, par ce fait même qu'il était mesurable, se manifestait en dehors des corps sur lesquels agissait la chaleur. Dans les cas les plus frappants, entre tous, dans nos études sur la machine à vapeur et sur le *moteur-homme*, le travail était évalué par la hauteur à laquelle en un temps donné nous élevions, virtuellement (frein de Prony), ou effectivement, un poids connu.

Ce travail, que nous pouvons de suite, et par cette raison même, appeler *travail externe*, se présente à nous sous forme très-saisissable; mais ce n'est pas toujours sous cette forme externe (et utile pour nous dans un moteur) que se manifeste l'action dynamique de la chaleur. Le travail, tel qu'on le définit en Mécanique, n'est autre chose que le produit d'un effort par le chemin parcouru en surmontant ou en cédant à cet effort. Cet énoncé donne non-seulement l'idée la plus correcte du travail, mais encore sa mesure. Quant à la nature ou à l'origine de l'effort, elle peut être très-diverse, mais elle n'importe nullement : l'effort peut être employé à soulever un

poids, à mettre en mouvement une masse matérielle libre dans l'espace, à plier un ressort, etc., ou à déplacer d'une façon ou d'une autre les parties internes d'un corps. Dans le premier cas, il sera mesurable directement; dans le dernier, au contraire, il ne le sera pas : il donnera lieu à un travail interne dont nous ne connaîtrons la valeur que d'une façon indirecte; mais, au point de vue thermique, il n'y aura rien du tout de changé à la question, et ce travail interne coûtera rigoureusement la même quantité de chaleur qu'un égal travail externe.

A quelque ordre de causes qu'on rapporte les phénomènes de la pesanteur, de la cohésion, de l'affinité chimique, etc. ; qu'avec l'École matérialiste on les attribue à des mouvements, invisibles pour nous, des atomes matériels, ou que, d'après la conception tout opposée que j'ai développée dans mon dernier ouvrage (¹), on attribue ces phénomènes à un principe dynamique spécifiquement distinct de la matière, peu importe. Toujours est-il que non-seulement les corps distincts dans l'espace tendent les uns vers les autres, mais encore que les parties intégrantes mêmes des corps (particules, molécules, atomes) semblent liées entre elles d'une manière plus ou moins énergique. Chacun sait par une expérience journalière qu'il nous faut un effort très-considérable pour désagréger, pour rompre certains corps; mais il suffit d'un instant de réflexion pour comprendre que la cohésion, qui dans certains corps est très-grande, ne peut être nulle dans aucun corps. En exposant certains corps à une chaleur ou pour mieux dire à une température croissante, nous faisons passer leur cohésion par tous les degrés imaginables, depuis un degré

(¹) *Analyse élémentaire de l'Univers.*

maximum jusqu'à un point où, pour nos procédés d'évaluation, elle devient nulle; mais, en raison même de cette marche graduée, nous n'avons nul droit de conclure que nous atteignions jamais pour aucun corps un point où la cohésion soit rigoureusement nulle.

Mais la chaleur dilate les corps, elle rompt les combinaisons chimiques les plus stables en apparence; elle surmonte donc une résistance. Dans cet acte, il s'exécute donc aussi un travail. Nous verrons peu à peu que ce travail, dont pourtant nous n'avons aucune mesure immédiate, de l'existence duquel pendant longtemps on n'avait aucune notion, et qui est tout à fait interne ou latent, peut être colossal.

Ce *travail interne* coûte nécessairement de la chaleur, tout aussi bien que celui que nous voyons produit ou dépensé par nos moteurs, par nos machines. En d'autres termes plus précis, il y a équivalence entre la chaleur et le travail interne, absolument comme entre la chaleur et le travail externe.

Nous disons que dans aucun corps, que dans les gaz les plus dilués, nous ne pouvons considérer l'attraction moléculaire, ou la cause de la cohésion, comme absolument nulle. Ceci est une assertion dont la vérité ressortira de plus en plus évidente, à mesure que nous avancerons dans l'étude des phénomènes. Si donc, dans un corps quelconque, nous déterminons les molécules ou les atomes à s'écarter les uns des autres, il y aura un effort surmonté, un travail produit, et une quantité équivalente de chaleur disparaîtra. Tel est précisément le phénomène qui se présente dans l'expérience de M. Joule. Nous avons un corps (gaz comprimé) dont le volume passe de 1 à 20, par exemple, et dont par conséquent les atomes (en toute hypothèse sur leur nature) s'écartent dans le rapport de $\sqrt[3]{1}$ à $\sqrt[3]{20}$. Si raréfié que soit ce gaz, en d'autres termes, si éloigné qu'il soit de son point de liquéfaction, ses

molécules tendent les unes vers les autres; lorsque nous leur permettons de s'écarter définitivement, il y a donc un travail produit, et à ce travail répond nécessairement un abaissement de température.

Si, dans la belle expérience de M. Joule sur l'expansion de l'air sans travail externe, il ne s'est pas manifesté d'abaissement de température, c'est simplement parce que cet abaissement, au cas particulier, était trop faible pour être appréciable au thermomètre plongé dans la cuve d'eau. L'air est un gaz très-éloigné encore de son point de liquéfaction; quelle que soit la pression à laquelle nous le soumettons, ses molécules sont relativement très-écartées et tendent fort peu les unes vers les autres. Le travail interne pendant la détente y est donc très-petit. Avec l'acide carbonique, il en serait tout autrement. Ce gaz est relativement très-facile à liquéfier; ses molécules sont plus rapprochées, sa cohésion est bien plus grande que celle de l'air, et par conséquent le travail interne qui s'opère, quand les molécules s'écartent, est plus grand aussi. L'abaissement de température peut devenir très-appréciable.

Tout ce qui précède deviendra évident lorsque nous aurons étudié de près les propriétés des gaz et des vapeurs; mais si j'ai su m'énoncer assez clairement, nous voyons déjà, dès à présent, comment des résultats, qui à l'origine de la Thermodynamique eussent semblé des anomalies, des négations de principe, sont au contraire des conséquences nécessaires du principe de l'équivalence du travail et de la chaleur.

Je me suis à dessein arrêté, et je m'arrêterai encore longtemps, à bien faire ressortir l'utilité et la haute exactitude des expressions de *travail externe* et de *travail interne*, parce que, même encore dans ces derniers temps, quelques auteurs ont essayé de contester la convenance de ces termes et en sont

venus jusqu'à traiter de mystique et de nuageuse l'expression de *travail interne* employée dès l'origine, et toujours avec la plus rigoureuse précision, par M. Clausius.

Certes, comme je l'ai dit plus haut, le travail mécanique est toujours identique en sa nature, n'importe où et comment il s'opère, et c'est précisément par cette raison que nous avons pu affirmer que le travail, *latent pour nous,* qui s'opère *dans* les corps, coûte de la chaleur absolument comme le travail *visible* qui s'exécute *en dehors* des corps; mais les conditions imposées par la nature des choses à ces diverses manifestations d'un même phénomène sont telles, qu'une distinction nominale est non-seulement permise, mais indispensable. C'est ce que nous allons reconnaître bientôt. Faisons d'abord ressortir les modifications profondes que cette notion de travail interne a introduites dans les principes et dans la nomenclature de la Physique.

§ III.

Les capacités calorifiques indiquées par nos Tables de Physique ne peuvent être que des capacités apparentes.

Lorsque nous exposons un corps à une source de chaleur, il s'échauffe, sa température s'élève. Si nous mesurons soigneusement la quantité de chaleur que prend ainsi chaque corps pour changer d'un même nombre de degrés en température, nous trouvons qu'en ce sens il n'existe pas deux corps semblables. On a appelé *capacité calorifique* d'un corps la quantité de chaleur qu'il faut pour modifier d'*un* degré la température de l'unité de poids de ce corps : l'unité de chaleur étant la quantité qu'il faut pour modifier aussi de 1 degré la température de l'unité de poids d'un corps, de l'eau,

par exemple, prise pour type. Cette dénomination serait correcte, telle quelle, si toute la chaleur communiquée ainsi aux corps servait réellement à modifier leur température ; mais il n'en est nullement ainsi. Pour allonger sensiblement un cylindre métallique, un fil d'acier, par exemple, il nous faut exercer un effort considérable et rapidement croissant ; et pourtant nous ne modifions que l'une des dimensions du corps ; pour modifier d'une manière sensible aussi le volume d'un liquide, il faut un effort énorme. Il est évident par soi-même que, quand la chaleur dilate ces corps, cet effort est surmonté de la même façon : une quantité considérable de chaleur sert donc exclusivement à produire ce travail et disparaît comme chaleur. C'est ce qu'en termes plus généraux nous avons déjà dit plus haut. Les nombres bruts des Tables de Physique n'expriment donc que des capacités apparentes, très-différentes de la capacité réelle ou absolue de chaque corps. J'aurai à consacrer un Chapitre tout entier à l'examen de cette belle question, dont l'importance ne saurait être saisie que très-imparfaitement à première vue ; mais nous pouvons déjà dire ici que la capacité calorifique absolue est la quantité de chaleur exclusivement nécessaire pour modifier d'une unité de température l'unité de poids d'un corps.

Je passe à une autre expression consacrée en Physique jusque dans ces derniers temps, et qui pourtant ne saurait plus être maintenue dans la science sans contre-sens.

§ IV.

Calorique latent, utilité des distinctions nominales de travail externe et de travail interne.

Lorsque nous exposons à la chaleur un corps solide, non décomposable par elle, ce corps, après s'être échauffé plus ou

moins, change d'état : il fond. Pendant ce phénomène, la température reste constante. Si, ensuite, on continue de chauffer, la température, après avoir monté plus ou moins encore, reste de nouveau constante ; le corps éprouve un second changement d'état, il se vaporise, il devient gazeux. Pendant ce phénomène aussi, la température redevient invariable, pourvu que la pression externe à laquelle est soumise la vapeur naissante le soit aussi.

On a appelé *calorique latent* de fusion ou de vaporisation la chaleur, en quantité souvent très-grande, qu'il faut fournir à un corps pour le faire ainsi passer de l'état solide à l'état liquide, et puis de celui-ci à l'état gazeux.

Nous savons maintenant que la chaleur fournie ainsi aux corps sans modification de température n'est autre chose que celle qui est consommée en travail par suite de l'effort nécessaire pour séparer les molécules, ou pour leur faire prendre d'autres positions d'équilibre. La dénomination de calorique latent est en toute hypothèse impropre ici. Il ne viendra jamais à l'esprit d'aucun physicien d'appeler calorique latent celui que le frottement, par exemple, *peut* développer, mais n'a pas encore développé, dans deux corps appuyés et glissant l'un sur l'autre. Or il n'y a pas la moindre différence entre cette chaleur que le travail, qui se dépense en frottement, développe entre les surfaces glissantes, et cette chaleur insensible au thermomètre qu'une vapeur aussi rendra, *en partie,* quand elle se condensera. Toutes les hypothèses qu'on pourra poser sur la nature du calorique sont tenues désormais d'expliquer en même temps ces deux modes d'existence d'une même force.

J'ai montré ailleurs comment s'acquittent de cette explication les diverses hypothèses admises jusqu'ici ; mais ce qui est clair, c'est que le terme *latent,* qui n'explique d'ailleurs

rien, est absolument impropre. On pourrait essayer de dire, à la vérité, que la dénomination importe peu, pourvu qu'on ait toujours présent à l'esprit son véritable sens; mais nous allons voir que, même dans cette acception restreinte, le terme de calorique latent est aussi incomplet que l'est celui de capacités calorifiques qu'on donne aux nombres bruts portés sous ce titre dans les Tables de Physique.

J'ai dit que les conditions imposées par la nature même des choses à la production, positive ou négative, du travail externe et à celle du travail interne sont assez différentes pour qu'une différence dans la dénomination des phénomènes devienne indispensable. Le fait sur lequel repose cette assertion est très-facile à saisir. Il ne nous est pas plus possible de modifier l'action qu'exercent les uns sur les autres les atomes ou les molécules, qu'il ne l'est, par exemple, de modifier la pesanteur d'un corps (1). Il s'ensuit que quand deux parties matérielles,

---

(1) Si jamais la science parvient à réaliser ce dernier résultat, nous pouvons être certains à l'avance qu'il ne sera obtenu que moyennant une dépense d'action constituant un travail. C'est, je pense, ce qu'il n'est pas inutile de démontrer déjà.

Lorsque nous laissons descendre lentement une masse pesant 425 kilogrammes de 1 mètre de hauteur, en rendant le mouvement uniforme à l'aide d'un frein, il se développe, comme nous savons, 1 calorie dans la matière du frein. Supposons maintenant qu'il nous soit possible d'enlever à cette masse son poids, de façon à la remonter ensuite à 1 mètre sans travail et à recommencer l'opération, il est clair que nous aurons résolu le problème de créer continuellement de la chaleur sans dépense; mais, comme ceci est absurde, nous sommes autorisés à affirmer que l'acte par lequel nous priverions un corps de son poids nous coûterait précisément le travail que représenterait la chaleur que nous pensions développer gratis.

Ce qui nous est connu déjà nous permet de juger à coup sûr de l'inconnu supposé (à tort probablement) réalisable. A l'aide d'une bobine d'induction, nous aimantons et nous désaimantons à volonté une barre de fer, et nous pouvons combiner les choses de manière à obtenir ainsi un travail mécanique externe; mais nous savons qu'à ce travail répond une dépense équivalente d'électricité. Il en sera absolument ainsi des autres forces, de la gravitation par exemple, si, contre toute probabilité, nous parvenons jamais à la faire varier.

après s'être, par une cause ou par une autre, écartées entre elles, se rapprochent de nouveau de manière à reprendre rigoureusement leur position première, elles passent nécessairement, mais en sens contraire, par les mêmes phases d'action réciproque, de telle sorte que le travail d'abord produit pendant leur séparation est ensuite intégralement restitué, mais en sens contraire, pendant qu'elles se rapprochent. Il suit de là tout aussi immédiatement que la chaleur que coûte d'abord le travail interne est ensuite intégralement restituée quand ce travail est lui-même reproduit en sens contraire. Cette chaleur, nous le verrons à l'instant, se manifeste à nous soit telle quelle, soit en partie sous forme de travail externe et de chaleur libre.

Ce que nous disons de l'impossibilité où nous nous trouvons de modifier quantitativement le travail interne quand un corps, après avoir subi tous les changements possibles, revient à son état initial, n'est point vrai quant au travail externe. Nous sommes maîtres de faire varier celui-ci dans des limites étendues, mais très-bien définies par la théorie.

Je pense qu'un exemple bien choisi est ici utile pour faire nettement ressortir ce qui précède, quoique, pour le donner. je sois obligé de rompre la marche naturelle de notre exposition et d'anticiper beaucoup.

Concevons un cylindre vertical, de 1 mètre carré de section, indéfiniment haut, ouvert par le haut, fermé par le bas. dont les parois, à l'exception de celles du fond, soient imperméables au calorique, et dans lequel se meuve sans frottement un piston hermétique dont nous puissions à volonté faire varier le poids. Dans ce cylindre, il se trouve 1 kilogramme d'eau à 100 degrés, et le poids du piston, qui d'abord repose sur l'eau, est de 10333 kilogrammes.

Cette charge, répondant à une pression de 1 atmosphère.

fera juste équilibre à la tendance qu'a l'eau à passer à l'état de vapeur; et si nous fournissons du calorique au liquide par le bas du cylindre, il bouillira à la température constante de 100 degrés et soulèvera le piston. Le volume de 1 kilogramme d'eau à 100 degrés est de $0^{mc},00104315$ (DESPREZ). Le volume de la vapeur saturée à 1 atmosphère est, comme nous verrons, de $1^{mc},65374$. Le piston s'élève donc pendant l'évaporation de $(1^{m},65374 - 0^{m},00104315)$ et exécute un travail externe de

$$(1,65374 - 0,00104315)\,10\,333 = 17\,077^{kgm}.$$

Pour évaporer ainsi l'eau, il faut lui fournir 536,5 calories (REGNAULT). Sur ce nombre $\frac{17077}{425} = 40^{cal},205$ sont consommés pour le travail externe produit. Les

$$536,5 - 40,205 = 496^{cal},295$$

en sus sont donc employées exclusivement en travail interne à surmonter les actions moléculaires et à écarter les parties constituantes de l'eau.

Si, maintenant, sans rien changer à la charge du piston, nous soustrayons du calorique par le bas du cylindre, la vapeur se condensera de nouveau. Il est ici évident, par soi-même, que le piston rendra le travail externe de 17 077 qu'il avait d'abord produit, et par suite les $40^{cal},205$ qu'avait coûtées ce travail. Il est évident de plus qu'avec cette manière d'opérer les molécules subissent identiquement, mais en sens contraire, les actions qu'elles avaient exercées les unes sur les autres, et que par suite le même travail interne s'opère en sens contraire. Lorsque toute la vapeur est condensée en eau 100 degrés, elle nous a donc rendu nécessairement les 536,5 calories dépensées.

Mais procédons autrement. Le piston reposant toujours sur l'eau, portons son poids de 10 333 à 51 665 kilogrammes, ce qui répond à une pression de 5 atmosphères. L'eau éprouvera ainsi une diminution réelle, mais excessivement faible, de volume : nous pouvons la négliger. Dans ces nouvelles conditions, l'eau ne bouillira plus à 100 degrés. Il faudra pour la porter à l'ébullition élever sa température à $152^{\circ},22$ (REGNAULT) et lui fournir encore $(153,22 - 100,5) = 52^{\text{cal}},72$. Le volume de l'eau passera de 0,0010432 à 0,0010816; il s'exécutera par suite un travail externe de

$$(0,0010816 - 0,0010432)\,51665 = 1^{\text{kgm}},984,$$

qui coûtera $\frac{1,984}{425} = 0^{\text{cal}},00467$. Ces nombres sont très-petits, sans doute, en raison de la très-faible dilatabilité de l'eau; mais, théoriquement, nous devons en tenir compte, et nous voyons déjà que nous sommes libres de les faire varier en augmentant la charge du piston.

Le liquide étant porté à $152^{\circ},22$, continuons d'ajouter de la chaleur. Il bouillira à température constante et, quand tout sera évaporé, le volume occupé sera à très-peu près, comme nous verrons plus tard, $0^{\text{mc}},36364$. Le piston s'élève donc de $(0,36364 - 0,001082)$ et fournit un travail externe de

$$0,36255 \,.\, 51665 = 18731^{\text{kgm}},14.$$

Pour évaporer l'eau à 5 atmosphères et $152^{\circ},22$, il faut dépenser $499^{\text{cal}},19$ (REGNAULT). Pour la porter de 100 à $152^{\circ},22$, il nous a fallu $52^{\text{cal}},72$. La dépense totale est donc $551^{\text{cal}},92$.

Avant d'aller plus loin, arrêtons-nous un instant sur un fait qui de prime abord peut sembler bizarre, mais qui est des plus significatifs. Nous voyons que, pour évaporer l'eau à $152^{\circ},22$, il nous faut $(536,5 - 499,19)$ ou $36^{\text{cal}},31$ de moins

que pour l'évaporer à 100 degrés, et cependant nous produisons (18 731 — 17 087) = 1644^{kgm} de travail externe de plus. Ces 18 731 kilogrammètres coûtent 44^{cal},09. Le travail interne ne coûte donc que 455^{cal},10 au lieu de 495^{cal},92. La raison de cette différence est très-simple : 1° en portant l'eau de 100 à 152°,22, nous écartons déjà ses molécules, et nous exécutons à l'avance une partie du travail interne qui s'opère pendant son passage direct du volume 0,0010432 à à 1,6537 : ce travail ne nous coûte donc plus rien pour réduire ensuite en vapeur; 2° sous 5 atmosphères, le volume de la vapeur est de (1,6537 — 0,3636) = 1,2901 moindre que sous 1 atmosphère : le travail interne opéré par l'écartement des molécules est donc moindre aussi dans cette vapeur. Ce fait, loin d'être bizarre, nous montre très-bien, au contraire, l'existence, l'origine et l'influence du travail interne.

Revenons à notre vapeur à 152°,22 à 5 atmosphères et 0^{mc},36364 de volume. Il est bien clair ici encore que si nous lui soutirions du calorique de façon à la condenser sous la pression constante de 5 atmosphères, et que si ensuite nous ramenions l'eau à 100 degrés, nous retrouverions rigoureusement ce que nous avons dépensé. Mais procédons tout autrement : diminuons graduellement et par degrés infinitésimaux le poids du piston jusqu'à ce que son poids soit tombé de 51 665^{kg} à 10 333^{kg}. En vertu de son élasticité, la vapeur va soulever lentement ce piston à mesure que nous l'allégerons, et produire ainsi un travail externe dont nous disposerons à volonté. La connaissance des lois de cette détente constitue, comme nous le verrons plus tard, un des plus grands et des plus remarquables progrès que la Thermodynamique ait pu introduire dans la Physique mécanique. Nous savons aujourd'hui que si, pendant la détente de la vapeur saturée (de l'eau), on n'ajoute pas continuellement de la chaleur, une portion de cette

vapeur se condense. Nous pouvons donc ici procéder de deux façons distinctes, qui vont nous conduire à des résultats distincts et caractéristiques aussi, au point de vue du travail interne.

1° Supposons d'abord que, pendant la détente de la vapeur de 5 à 1 atmosphère, on ajoute sans cesse assez de chaleur pour que la vapeur reste juste au point de saturation. Il est clair, d'après cet énoncé seul, que quand la vapeur sera arrivée à 1 atmosphère elle sera à 100 degrés, et occupera un volume de $1^{mc},6537$, comme celle que nous avions produite directement, et que, par conséquent, quand, par une soustraction de calorique, nous la condenserons sous 1 atmosphère et à 100 degrés, elle nous rendra les $536^{cal},5$ qu'elle avait coûté pour se produire sous 1 atmosphère. Bien que notre marche ait été très-différente, puisque nous avons commencé par porter l'eau de 100 à $152°,22$, et qu'ensuite nous ayons laissé la pression descendre graduellement de 5 à 1 atmosphère, il est clair pourtant que, au point de vue du travail interne, les deux opérations sont identiques. En effet, quand nous évaporons l'eau sous une pression constante (1 atmosphère par exemple), les molécules passent une à une, mais d'un coup, de la distance qui répond au volume 0,0010431 5 au volume 1,6537. Quand nous l'évaporons sous 5 atmosphères, par exemple, nous commençons par écarter les molécules graduellement, mais toutes à la fois, de la distance qui répond au volume de l'eau à 100 degrés à celle qui répond au volume à $152°,22$; puis, pendant l'évaporation, elles passent une à une, mais d'un coup, de la distance qui répond au volume $0^{mc},0010816$ à celle qui répond au volume $0^{mc},36364$. Puis enfin, pendant la détente, les molécules passent graduellement, mais toutes à la fois, de la distance qui répond à $0^{mc},36364$ à celle qui répond à $1^{mc},6537$. Les distances par-

courues et les résistances surmontées sont nécessairement les mêmes dans ces deux cas; d'où il suit que, quand nous condenserons sous 1 atmosphère la vapeur obtenue avec de l'eau portée de 100 à 152°,22 et détendue en vapeur de 5 à 1 atmosphère, la chaleur consommée d'abord en travail interne sera intégralement restituée par le travail inverse. Entre le travail externe produit et puis dépensé, il y a toutefois une différence considérable.

Lorsque nous évaporons l'eau sous 5 atmosphères, nous obtenons d'abord un travail externe de 18731 kilogrammètres; nous verrons que, dans les conditions où nous avons opéré, la détente nous donne 27051 kilogrammètres, soit en tout 45782 kilogrammètres. Pour obtenir ce travail externe, nous avons dépensé d'abord $551^{cal},92$; puis, comme nous verrons, 51,68 autres calories qu'il a fallu ajouter pendant la détente pour empêcher la vapeur de se condenser, soit en tout $603^{cal},60$. Lorsque nous condenserons ensuite la vapeur sous 1 atmosphère, nous n'aurons à dépenser que 17087^{kgm}; nous aurons donc gagné $(45782 - 17087) = 28695^{kgm}$ et, comme de raison, nous retrouvons seulement 536 calories ou $603,61 - \frac{28695}{425}$.

2° Laissons maintenant la vapeur tomber de 5 à 1 atmosphère, sans addition de chaleur. Il en reviendra, phénomène remarquable, $0^{kg},0921$ à l'état liquide; et par conséquent il n'en restera que $0^{kg},9079$ à la fin de la détente : d'où il suit que, quelle que soit d'ailleurs la valeur absolue du travail interne, il n'y en aura cette fois de restitué en chaleur que les 0,9079, ou environ les 91 centièmes, quand nous condenserons la vapeur sous 1 atmosphère à 100 degrés. Il semble donc que cette fois le travail interne lui-même a varié. Il n'en est pourtant nullement ainsi, et la seule différence qu'il y ait entre

nos deux manières d'opérer, c'est que dans la dernière la restitution du travail interne est déjà opérée en partie pendant la détente elle-même. Les $0^{kg},0921$, qui se sont condensés, ont rendu sous forme de chaleur le travail interne qu'ils avaient d'abord produit, et cette chaleur a contribué à échauffer la masse de vapeur restante et à lui faire rendre plus de travail externe.

Celui-ci est facile à évaluer. En s'évaporant sous 5 atmosphères, ou 51 665 kilogrammes de pression par mètre carré, notre liquide nous a donné 18 731 kilogrammètres de travail; maintenant nous allons condenser $0^{kg},9072$ de vapeur sous 1 atmosphère ou 10 333 kilogrammes. Un kilogramme de vapeur nous coûterait 17 087 kilogrammètres; nos $0^{kg},9072$ ne nous coûteront donc que 17 087 . 0,9072 ou 15 501 kilogrammètres; nous gagnons par suite déjà

$$18\,731 - 15\,501 = 3230^{kgm}.$$

Mais nous avons dépensé $552^{cal},43$; la condensation nous donnera 536,5 . 0,9072 ou $486^{cal},71$: nous avons ainsi dépensé en tout

$$552,43 - 486,71 = 65^{cal},72.$$

Nous avons par suite obtenu un travail externe total

$$425 \,.\, 65,72 = 27\,927^{kgm}.$$

Sur cette somme, $(27\,927 - 3230) = 24\,697^{kgm}$ sont donc dus à la détente.

Il est facile de trouver pour combien le travail interne restitué par la condensation des $0^{kg},0921$ d'eau a contribué à ce résultat. Nous avons vu que, pour évaporer l'eau à $152°,22$, il faut $499^{cal},19$; cette évaporation donne 18 731 kilogrammètres de travail externe, lequel consomme $44^{cal},07$; le travail in-

terne a donc coûté 499,19 — 44,07 = 455^{cal},12. Mais, pour porter 1 kilogramme d'eau de 100 à 152°,22, il nous a fallu 53^{cal},24. La condensation de 0^{kg},09208 de vapeur et le retour de ce poids de 152°,22 à 100 degrés ont donc rendu aux 0,90792 de vapeur restante

$$(455,12 + 53,24)\,0,9208 = 46^{cal},81,$$

et c'est cette quantité de chaleur qui, avec celle que représente l'abaissement de température de la masse de vapeur 0^{kg},90792, nous a donné le travail externe de la détente, et le travail interne produit par l'accroissement de volume du gaz aqueux.

En résumé, nous voyons :

1° Que le travail externe que rend ou plutôt que peut rendre un corps par telle ou telle opération qu'il subit est une variable dont nous disposons dans des limites assez étendues;

2° Qu'au contraire le travail interne est un élément invariable, c'est-à-dire que celui qui est produit par tel ou tel changement dans un corps se restitue intégralement, soit sous forme de chaleur, soit sous forme de travail externe, quand le corps revient à son état initial;

3° Qu'une différence dans les dénominations est non-seulement légitime, mais indispensable;

4° Que ce qu'on appelait *calorique latent* n'est autre chose que la chaleur employée dans les corps à produire du travail externe ou du travail interne, ou tous les deux à la fois. Quand un gaz, l'air par exemple, se dilate par la chaleur, le travail interne y est presque nul; quand un liquide ou surtout un solide se dilate par la chaleur, le travail externe produit est, au contraire, presque nul; pendant la vaporisation d'un liquide, il se produit à la fois du travail externe et du travail interne.

§ V.

Triple emploi de la chaleur dans les corps.

Nous voyons ainsi, d'après tout ce qui précède, que la chaleur que nous communiquons à un corps est employée, en thèse générale, de trois façons fort différentes :

1° A produire un certain travail externe, variable selon les conditions où se passe le phénomène ;

2° A produire un certain travail interne qui, pour une même modification produite dans un même corps, est au contraire constant ;

3° Enfin à échauffer le corps, à faire varier ce que nous appelons sa température.

Cette dernière partie est la seule qui reste présente telle quelle dans le corps. Toutefois, comme le travail interne produit pendant l'échauffement est toujours et nécessairement restitué lorsque, d'une façon ou d'une autre, le corps revient à son état initial, nous pouvons considérer la chaleur qu'il représente comme présente tout au moins à l'*état potentiel*. Dans la plupart des ouvrages qui traitent de la Thermodynamique, on réunit en une même somme ces deux quantités, et l'on désigne cette somme sous le nom de *chaleur interne*. Ainsi que l'a très-bien fait remarquer M. Clausius, cette dénomination n'est pas correcte, puisqu'elle implique la somme de deux choses qui sont distinctes de nature, en toute hypothèse sur la nature intime du calorique.

Dans tout le cours de cet Ouvrage, je désignerai la chaleur réellement présente par la dénomination très-claire et très-simple de *chaleur des corps*, terme qui ne peut, je crois, donner lieu à aucune méprise. Je désignerai sous le nom d'*énergie* ou

de *chaleur potentielle* la chaleur représentée potentiellement par le travail interne opéré entre deux états donnés d'un corps.

Une même unité servira tout naturellement de mesure à ces deux espèces d'éléments : ce sera la calorie telle que l'ont depuis longtemps employée les physiciens, et dont nous nous sommes servi jusqu'ici nous-même sans définition. Bien que, comme je le montrerai, peut-être à l'étonnement de beaucoup de mes lecteurs, la chaleur que nous communiquons à 1 kilogramme d'eau à zéro pour le porter à 1 degré soit pour les six dixièmes employée en travail interne, et que les quatre autres dixièmes seulement restent sous forme de chaleur, la somme de ces deux quantités peut pourtant, en raison de son invariabilité absolue, servir de mesure rigoureuse à tous les phénomènes thermiques.

Je désignerai par la lettre C la chaleur présente dans l'unité de poids d'un corps entre deux limites de température données, par AH l'énergie ou la chaleur potentielle que représente le passage d'un corps d'un état donné à un autre. J'emploierai, comme c'est l'usage général, la lettre U pour désigner la somme C + AH, ou ce qu'on a appelé improprement *chaleur interne*.

De toutes les considérations qui précèdent, et de l'application de la proposition I et de son corollaire, découlent maintenant deux *sous-propositions* qui jouent le rôle le plus capital en Thermodynamique. Je les désignerai par les signes I_a et I_b.

Puisque tout travail externe rendu en plus ou en moins coûte une quantité de chaleur qui a pour valeur le quotient du travail par l'équivalent mécanique, il s'ensuit :

1° Que quand un corps, par une opération quelconque, produit ou coûte un travail externe F, il faut nécessairement que la somme de chaleur et d'énergie U diminue ou s'ac-

croisse d'une quantité F : 425, de telle sorte qu'on ait

$$\frac{F}{425} = (U_1 - U_0).$$

Les deux sommes U_1 et U_0 étant remplacées par leurs composantes, on a

$$\frac{F}{425} = C_1 - C_0 + AH_1 - AH_0.$$

Les relations qui existent entre les valeurs C_1 et AH_1 dépendent des propriétés des corps. Rien ne nous fait connaître *a priori* la loi qui lie C_1 à AH_1....

2° Que, quelles que soient les modifications que subit un corps, la somme U reste constante, si aucun travail externe définitif ne résulte de ces modifications, bien que les deux composantes C et AH puissent varier considérablement par suite de ces changements dans le corps. Dans la belle expérience de M. Joule, dont la discussion a servi en quelque sorte d'introduction à ce Chapitre, C et AH restent à très-peu près constants pour des gaz très-éloignés de leur point de liquéfaction (air, hydrogène, etc.); au contraire, pour des gaz liquéfiables comme l'acide carbonique, on a

$$C_1 < C_0, \quad \text{et par suite} \quad AH_1 > AH_0 ;$$

d'où il résulte que la température du corps s'abaisse, tandis que l'énergie s'accroît.

L'étude des relations qui existent entre C et AH formera un des Chapitres les plus intéressants de notre travail; elle nous permettra de pénétrer jusqu'aux propriétés fondamentales des corps dans leurs parties les plus intimes.

Le corollaire dont l'examen a formé le sujet de ce Chapitre nous apparaît maintenant nettement et sous son vrai jour.

Quels que soient les phénomènes qui se passent dans un corps, la quantité de chaleur réelle et virtuelle présente reste invariable, si ces phénomènes sont tels qu'il ne se produise aucun travail externe, positif ou négatif, définitif; c'est-à-dire si à chaque quantité de travail qui se produit ou qui tend à se produire en répond une autre égale, mais de signe contraire. Mais pour que, dans ces conditions, la température reste aussi invariable, il faut de plus que le travail interne lui-même soit nul, ou que celui qui se produit soit compensé continuellement et dans toute l'étendue du corps par un autre de signe contraire.

Ainsi énoncé, notre corollaire prend un caractère tout à fait général et toujours rigoureux. Il s'étend alors jusqu'aux résultats des phénomènes chimiques eux-mêmes. Un mélange de 1 volume d'oxygène et de 2 volumes d'hydrogène donne lieu, lorsqu'on l'enflamme, à un développement considérable de chaleur et à une élévation de température qui s'approche de 3000 degrés. Il n'y a ici aucun travail externe, positif ou négatif, produit; car le phénomène peut avoir lieu dans un récipient inextensible. Il semble que notre corollaire n'a même rien de commun avec le phénomène dont nous sommes témoins. En y regardant de plus près cependant, nous reconnaissons que le corollaire s'applique dans toute son intégrité. La combinaison chimique, ou le rapprochement et l'association d'atomes différents, donne lieu à un travail interne : à ce travail répond nécessairement l'apparition d'une quantité équivalente de chaleur réelle. Dans notre mélange gazeux, avant comme après la combustion, notre somme U reste invariable : les deux termes C et AH changent de grandeur relative par suite du phénomène chimique.

§ VI.

Exemple de l'une des méprises commises au sujet du corollaire examiné dans ce Chapitre.

Si je me suis arrêté quelque temps sur un corollaire qui est en quelque sorte évident, c'est parce que c'est celui qui a donné lieu aux plus nombreuses méprises, aux plus fausses applications de la Thermodynamique. Il ne sera pas inutile d'en signaler une comme exemple entre mille, pour terminer ce Chapitre. Je rentre pour cela dans l'ordre des faits familiers ou du moins à la portée de chacun.

On sait qu'une arme à feu s'échauffe moins quand elle est chargée à balle ou à boulet que quand elle ne l'est qu'à poudre seule. Ce phénomène a été étudié avec soin et à fond par M. P. de Saint-Robert (1). J'ai fait récemment moi-même quelques expériences concluantes sur ce sujet; il n'est, je pense, pas inutile de les citer.

Un pistolet de tir de Lepage (diamètre interne $0^m,015$; longueur $0^m,15$) a été chargé successivement : 1° avec une balle légèrement forcée, pesant $22^{gr},1$; 2° avec une balle de $16^{gr},2$, entourée d'un linge gras; 3° avec un bouchon de liége forcé de $0^{gr},5$; 4° sans balle ni bourre. Le poids de la poudre (française, dite *fine de chasse*) était de 2 grammes chaque fois. Un thermomètre était plongé dans le canon avant et après

(1) Paul de Saint-Robert, *Principes de Thermodynamique*. Turin, 1865. — Le chapitre III (Mouvement des projectiles dans les armes à feu) est un travail en quelque sorte *ex professo* et remarquable à tous égards. En examinant le phénomène dont il est parlé dans le texte, l'auteur rejette et réfute l'interprétation de Rumford et celle qu'on a prétendu y substituer. Celle qu'il donne s'approche en certains points de la mienne, et s'en écarte beaucoup en d'autres.

l'explosion, jusqu'à ce qu'il restât fixe et indiquât la température t_0 initiale et la température t_1 finale des parois. Cela posé, on a eu : 1° avec la balle de 22gr,1,

$$t_0 = 23°,2, \quad t_1 = 24°,8,$$

d'où

$$\delta t = 1°,6;$$

2° avec la balle de 16gr,2,

$$t_0 = 19°,55, \quad t_1 = 21°,49,$$

d'où

$$\delta t = 1°,94;$$

3° avec la bourre de liége,

$$t_0 = 23°,35, \quad t_1 = 25°,81,$$

d'où

$$\delta t = 2°,57;$$

4° enfin, sans bourre aucune,

$$t_0 = 20°,45, \quad t_1 = 23°,25,$$

d'où

$$\delta t = 2°,8.$$

Le résultat de ces expériences est très-net dans le sens que j'ai indiqué : l'arme s'échauffe d'autant moins que le projectile à pousser est plus lourd. Ce résultat est plus marqué avec une arme à canon allongé (DE SAINT-ROBERT); il deviendrait appréciable sans le secours du thermomètre, et à la main seule, si au lieu d'un seul coup on en faisait partir rapidement une dizaine de même charge chaque fois. C'est Thompson, comte de Rumford, qui le premier a signalé ce singulier phénomène; sans l'observer à l'aide du thermomètre, il l'a pourtant étudié et décrit avec sa sagacité habituelle. Voici

l'interprétation qu'il en donne; je ne ferai que résumer son opinion, développée très au long et d'ailleurs avec une grande netteté dans son Mémoire ([1]). « La durée de l'explosion dans une arme à feu est beaucoup trop courte, dit-il, la quantité de gaz enflammé qui séjourne, après la détonation, est trop petite, pour que la chaleur du canon puisse être due à la combustion de la poudre. D'un autre côté, ce n'est point au frottement de la balle que peut être attribuée cette chaleur, car la balle dans ce cas s'échaufferait elle-même. Or on sait qu'une balle, après le tir, n'est chaude que quand elle frappe un corps dur. Le métal des fusils, des canons, ne s'échauffe que par suite du choc et de la distension violente qu'il éprouve par l'explosion : il s'échauffe par la même raison qu'une lame métallique qu'on martelle sur une enclume. »

Les personnes qui auront entre les mains la superbe édition des *Œuvres complètes du comte de Rumford*, que publie l'Académie américaine des Arts et des Sciences à Boston, seront certainement étonnées du nombre de faits variés, toujours utiles ou intéressants, parfois des plus importants, qu'a découverts, étudiés et souvent analysés à fond le grand observateur. Si la plupart de ses travaux sont inconnus même au public instruit, si plus d'un a été refait depuis, à la plus grande renommée du *répétiteur*, c'est, je le pense, parce que la vie si active et si féconde de l'infatigable chercheur s'est écoulée successivement dans quatre pays différents, à une époque de grandes convulsions sociales. Esprit sagace et pénétrant, expérimentateur hors ligne, Rumford, on le sait aujourd'hui, a aperçu le premier la relation directe qui existe entre le travail que coûte, et la chaleur que déve-

---

([1]) *Exposé de quelques expériences sur la poudre*, t. I des *Œuvres complètes de Rumford*, publiées par l'Académie de Boston.

loppe le frottement. A ce dernier titre, le large tribut d'admiration que nous payons ici à sa mémoire ne semblera déplacé à personne dans un ouvrage de Thermodynamique.

L'éminent savant, toutefois, a visiblement échoué dans l'explication qu'il donne du phénomène de l'échauffement, plus ou moins grand, des armes à feu. Un métal qui s'échauffe par la flexion ou la distension de ses fibres ne *reste chaud* qu'à la condition que ces dérangements relatifs de ses parties soient définitifs aussi. Un métal qu'on martelle sur l'enclume s'échauffe d'autant plus qu'il est moins élastique, et qu'il conserve plus définitivement le changement de forme que produit le choc. Le plomb s'échauffe; l'acier trempé au bleu fait rebondir le marteau et s'échauffe fort peu : je n'ai plus besoin de dire le pourquoi. Il est évident d'ailleurs que l'ébranlement du métal par l'explosion de la poudre devrait être bien plus fort quand on tire à balle que quand on ne tire qu'à poudre ; dans le premier cas, en effet, les fibres sont souvent distendues au point de se rompre ; avec une simple charge de poudre, jamais une arme n'éclate.

Depuis que la Thermodynamique a été vulgarisée et a été mise à la portée du plus grand nombre, on n'a pas manqué de l'invoquer pour rendre compte du phénomène signalé par Rumford. Que dis-je? on a été bien plus loin : on a voulu tirer du phénomène une preuve de plus en faveur de la vérité des principes de notre grande doctrine : « Si une arme à feu qui tire à boulet s'échauffe moins que celle qui tire à poudre seule, c'est tout simplement, dit-on, parce que dans la première la chaleur développée par la combustion de la poudre *se transforme* en mouvement de translation du projectile, et disparaît pour les parois du métal, tandis qu'une pareille métamorphose ne peut avoir lieu dans l'arme où les gaz enflammés n'ont rien à pousser en avant. Quelle plus belle preuve

peut-on donner en faveur de ce principe . que la chaleur disparaît toujours en proportion du travail produit! »

Il n'est ni inutile ni difficile de montrer qu'il s'agit ici d'une application vicieuse et mal entendue d'un principe qui n'a plus besoin d'aucune preuve à son appui.

En tout premier lieu, chacun peut observer que l'explosion d'un fusil est non-seulement plus forte, mais tout autre, quand on tire à balle que quand on tire à poudre : une oreille exercée reconnaît de fort loin l'*espèce* de charge d'une arme. La pression des gaz dans une arme qui tire à boulet est incomparablement supérieure à celle que produit la poudre brûlant sans éprouver de résistance. De quel droit affirme-t-on alors *a priori* que la température, *seule cause de la pression des gaz,* est moindre dans le premier cas que dans le second? Car, dans cette hypothèse, ce n'est qu'une température moindre qui peut déterminer un échauffement moindre aussi du métal. Mais ce que je signale ici n'est encore que la plus faible partie de l'erreur commise.

Le côté réellement saillant et antiscientifique de l'erreur consiste à admettre ici implicitement que nous sommes libres de faire qu'un corps, qu'on suppose se dilater de la *même quantité dans le même temps, rende* ou *non* du travail. Cette erreur a été commise par un grand nombre de personnes, d'ailleurs fort intelligentes, dans l'interprétation de la mémorable expérience de M. Joule, que j'ai citée plus haut. On a dit que s'il ne se produit point d'échauffement dans l'eau du calorimètre où se trouvent les deux réservoirs, l'un vide, l'autre chargé d'air comprimé, c'est parce qu'il ne se produit aucun travail; tandis que, comme l'a fort bien démontré le grand physicien de Manchester lui-même, la raison véritable en est qu'il se produit autant de travail dans l'un des réservoirs qu'il s'en dépense dans l'autre. Dans le réservoir à air com-

primé, il s'exécute au moment de l'écoulement un travail considérable, qui consiste à *lancer* avec une vitesse très-grande, à *tirer* les molécules du gaz dans le réservoir vide; c'est ce travail qui coûte de la chaleur dans le réservoir où s'opère la détente. Il ne nous serait pas difficile d'employer la pression du gaz à *lancer* un nombre considérable de balles de plomb; mais rien ne serait pour cela changé à la grandeur du travail exécuté par suite de l'expansion du gaz; rien non plus ne serait changé aux indications égales à zéro données par le calorimètre, supposé unique et assez grand : les balles, en allant frapper les parois du réservoir vide, s'échaufferaient, et rendraient exactement toute la chaleur qu'a coûtée leur projection dans le réservoir où le gaz était comprimé. La seule différence qui résulterait de cette manière d'opérer, c'est que le gaz lui-même, arrivant dans le réservoir vide avec une vitesse moindre, s'y échaufferait moins; et ce déficit de chaleur compenserait exactement le bénéfice de chaleur acquise par les balles au moment du choc.

S'il était possible que la combustion se fît *aussi vite* dans une arme chargée à poudre seule que dans une arme chargée à balle, il est de toute évidence qu'il n'y aurait absolument rien de changé au travail, interne à l'arme, exécuté par la détente. Le travail serait alors employé à *pousser* avec une vitesse excessive, hors de l'arme, les molécules du gaz lui-même, au lieu de l'être à pousser avec une vitesse bien moindre la masse du boulet et des gaz; et le refroidissement des gaz enflammés, dû à ce travail, serait alors absolument le même qu'avec balle; l'arme ne s'échaufferait pas davantage.

Mais la phrase conditionnelle qui commence l'alinéa précédent énonce une condition capitale qu'il est impossible de remplir, et elle renferme la vraie explication de la différence

thermique du tir à balle et du tir à poudre. La combustion est infiniment plus lente dans l'arme chargée à poudre seule, ou avec bourre, que dans l'arme chargée à balle : c'est ce que prouvent le peu d'intensité de la détonation et la durée, *visiblement plus grande*, de la flamme dans le premier cas. C'est surtout ce que nous démontre directement l'analyse raisonnée du phénomène : dans l'arme chargée d'un projectile pesant, il se produit au moment même de l'inflammation une pression considérable dans toute l'étendue de la chambre à combustion ; et cette pression subite produit nécessairement l'échauffement et l'inflammation presque simultanée des parties non encore atteintes directement par le feu.

En un mot, les gaz incandescents résident plus longtemps dans une arme chargée à poudre que dans celle qui est chargée de projectiles ; et c'est uniquement pour cela que les parois de l'arme s'échauffent plus. Par la même raison, elles s'échauffent plus avec de mauvaise poudre humide ou avec de la composition de fusée volante, par exemple, qu'avec de bonne poudre bien sèche.

Rumford pensait que la combustion de la poudre est beaucoup trop rapide pour qu'on puisse, même de loin, attribuer l'échauffement du métal à la chaleur qu'elle produit. Les belles expériences de M. de Saint-Robert ont démontré au contraire que, même dans le tir à balle, près du tiers de la chaleur due au phénomène chimique est absorbée par les parois.

La durée du phénomène, si courte qu'elle soit, est donc ici l'élément principal, peut-être unique, à considérer. Cette durée ne fût-elle que de *un* deux-centième de seconde dans le tir à balle, si elle vient à s'élever à *deux* deux-centièmes, je suppose, dans le tir à poudre seule, l'échauffement de l'arme sera double en ce dernier cas.

L'explication qu'on a voulu tirer de la Thermodynamique

est, on le voit, non-seulement complétement fausse, mais absolument superflue.

Si je me suis arrêté quelque temps sur une réfutation, c'est parce que rien ne me semble plus funeste aux progrès d'une science que les applications incorrectes qu'on essaye souvent d'en faire à la hâte et sous prétexte de la consolider.

LIVRE II.

SECONDE PROPOSITION DE LA THERMODYNAMIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

La seconde proposition fondamentale de la Thermodynamique, dont la démonstration, la discussion et l'examen approfondi feront l'objet de ce Livre II, établit une dépendance caractéristique entre le travail mécanique et la température convenablement définie à laquelle ce travail a lieu. Cette proposition est loin d'être aussi facile à saisir que la première, dans son principe et dans ses applications, bien que son importance ne le lui cède en rien. Quoique, au fond, elle relève aussi de l'expérience, elle ne peut être démontrée par une voie expérimentale directe; mais, tout au contraire aussi de la première, elle peut l'être en partant de celle-ci et en s'appuyant seulement sur quelques principes accessoires dont l'exactitude est incontestable.

Mais, avant d'essayer même d'aborder cette démonstration, il convient de bien faire saisir le sens des termes qu'elle renferme. Le premier d'entre ceux-ci, celui dont le physicien se sert à chaque instant, c'est le terme de *température*.

§ I.

Température. Sa définition, sa mesure. Zéro absolu ; sa définition provisoire.

Qu'est-ce que la température d'un corps ou de l'espace ?

Si nous examinons, non-seulement les idées que s'en font les personnes étrangères aux sciences, mais même les définitions qu'en donnent la plupart des ouvrages de Physique, nous sommes amenés à conclure que le sens de ce terme est en général plutôt senti que nettement compris. Mais ici, contrairement à ce qui a lieu ordinairement, nous reconnaissons aussi que le résultat du sentiment pur et simple est plus correct que bien des expressions rigoureuses qu'on a essayé d'y substituer.

Lorsque nous exposons un corps solide à une source de chaleur (corps en combustion, rayons solaires concentrés par une lentille convexe ou un miroir concave, etc.), il nous est aisé de nous assurer qu'il commence par se dilater ; puis nous le voyons, plus ou moins tôt (selon l'espèce de corps), se fondre, bouillir, se vaporiser et disparaître en quelque sorte sous forme de gaz. Ces phénomènes généraux sont accompagnés d'autres phénomènes particuliers tout aussi frappants : lorsque nous essayons de nous opposer à la dilatation, nos faibles efforts sont promptement vaincus par la force qui, sous forme de chaleur, semble pénétrer le corps ; les vases solides dans lesquels nous renfermons un liquide soumis à l'action d'une chaleur croissante éclatent finalement, si forts qu'ils soient. De plus, à toutes ces manifestations dynamiques correspondent des sensations spéciales dans notre organisme ou à sa périphérie : *sensation de froid,* lorsque la

chaleur paraît faire défaut ; de *chaud,* lorsqu'elle est présente en quantité convenable ; de *brûlure,* lorsqu'elle est en excès ; de *lumière,* lorsqu'elle domine encore plus.

La grandeur de tout cet ensemble de phénomènes très-divers dépend visiblement de la quantité relative, du *degré* de la chaleur présente dans le corps que nous considérons, et c'est ce degré qui constitue la température du corps. Sauf la rigueur dans les détails, sauf des erreurs parfois criantes à éliminer, le jugement de l'homme le plus inculte coïncide ici avec celui du savant. Il n'est pas difficile de trouver une définition qui réponde sous forme scientifique à ce sentiment presque intuitif de la vérité chez tous les hommes.

Nous dirons que la température n'est autre chose que *l'intensité de la* FORCE CALORIQUE *dans un corps ou dans l'espace.*

Nous verrons peu à peu que cet énoncé est l'expression correcte des faits, en toute hypothèse, sur la nature du calorique. Acceptons-le provisoirement comme une définition pure et simple, et cherchons comment nous devons et pouvons mesurer correctement l'*intensité* de la FORCE CALORIQUE.

Le thermomètre à mercure ou à alcool est pour tout le monde aujourd'hui l'instrument de mesure de la température. L'homme du peuple, l'homme de lettres, l'homme de science discutent ses indications. Pour les deux premiers cependant, celles-ci répondent plutôt à des sensations qu'à la mesure de quelque chose de comparable, quoique absolument insaisissable pour eux ; et en raison du point arbitraire d'où nous comptons les degrés, le froid commence au-dessous de zéro, le chaud commence au-dessus, et l'intensité de l'un ou l'autre, par rapport à notre organisme, se mesure d'après le nombre de degrés où se tient la colonne au-dessous ou au-dessus de ce

zéro, ou point de congélation de l'eau. Pour le physicien, les indications de ce genre de thermomètres n'ont plus qu'une valeur relative, complétement subordonnée au but spécial qu'il poursuit. Il sait qu'il ne peut les accepter sans un contrôle à tout moment répété, et sans une comparaison avec un instrument donnant une mesure certaine et absolue de la température. Tout le monde sait en effet que, quand on construit des thermomètres avec plusieurs espèces de liquides (mercure, alcool, eau, huiles, etc.) et qu'on les plonge dans un même bain dont on fait varier graduellement la température, ils ne marchent nullement de front; chacun réclame une division spéciale, dont les degrés sont fort inégaux entre eux, et vont en général en croissant en longueur, à mesure que la température s'élève, de telle sorte que si l'on ne connaissait que ce genre de thermomètres, on ne saurait lequel *a raison*. Et nous allons voir qu'en réalité aucun ne peut avoir raison. Si tout le monde connaît ces singularités, il s'en faut bien que tout le monde aussi en connaisse l'origine, qui pourtant est fort simple.

Notre définition même nous fait connaître l'espèce de thermomètre qui seule peut donner des indications exactes et toujours semblables à elles-mêmes.

Nous n'avons qu'une manière de déterminer l'intensité d'une force, c'est de commencer par en isoler parfaitement les effets, et puis de les comparer aux effets rigoureusement mesurables d'une autre force dont nous disposons. Mais, comme je l'ai montré longuement dans le dernier Chapitre du Livre I, nous ne sommes point libres de modifier en quoi que ce soit les forces moléculaires qui, dans l'intérieur des corps, font en tout ou en partie équilibre au calorique, et qui échappent à tout moyen direct de mesure. Pour isoler l'action de la FORCE CALORIQUE, nous ne pouvons donc que choisir les

corps où ces forces sont, sinon nulles, du moins très-faibles et négligeables dans leurs effets. De cette catégorie sont, non point tous les gaz, comme on le pensait autrefois, mais certains gaz très-éloignés de leur point de liquéfaction ou, ce qui est plus correct, de leur point de saturation : l'oxygène, l'azote, l'air atmosphérique, l'hydrogène. La belle expérience de M. Joule (p. 147) nous a appris que pour ces gaz l'attraction moléculaire est très-faible comparativement. L'action de la FORCE CALORIQUE s'y manifeste donc sous forme tout à fait prédominante et se traduit pour nous par la pression externe que ces corps exercent en tous sens sur les vases qui les renferment, pression qu'à l'aide de nos manomètres nous évaluons en poids. Le principe posé ci-dessus est ainsi réalisé au moins à fort peu près; avec un thermomètre à air, nous comparons les effets de la force calorifique seule avec les effets parfaitement mesurables de la cause de la pesanteur, de la FORCE GRAVIFIQUE.

Les expériences de M. Regnault ont montré que, pour l'intervalle de température compris entre le point de fusion de la glace et celui de l'ébullition de l'eau sous la pression de $0^m,76$ de mercure, les indications du thermomètre à mercure diffèrent très-peu de celles du thermomètre à air. Le thermomètre centigrade (celui à mercure où cet intervalle est divisé en 100 degrés) est à peu près exclusivement employé aujourd'hui. Cette échelle revient, quant au thermomètre à air, à diviser en 100 la différence des pressions (corrigées convenablement) que marque ce thermomètre dans la glace fondante et dans la vapeur d'eau bouillant sous $0^m,76$. Ces deux points de départ sont des plus commodes, en raison de leur constance et de la facilité avec laquelle le physicien les obtient expérimentalement.

Ce mode de division, bien que tout à fait arbitraire d'ail-

leurs en lui-même, n'a nul inconvénient, pourvu qu'on se rappelle toujours bien sa signification. Il n'est, je pense, pas inutile de nous arrêter sur ce sujet.

Nous disons que la température est l'*intensité* de la FORCE CALORIQUE dans un corps. Mais, d'après un principe de Physique mécanique en quelque sorte supérieur à l'expérience. l'intensité d'une force est toujours nécessairement proportionnelle à la *quantité* de force présente (je n'ai pas besoin de dire que le mot *quantité* doit ici être compris dans son acception la plus large et la plus élevée). Il résulte de ce principe que, si un thermomètre à gaz donne réellement l'*intensité* de la force calorique, des accroissements égaux entre eux d'intensité (de pression, au cas particulier) y représentent nécessairement des additions égales entre elles aussi de chaleur. Cet énoncé est pleinement confirmé par les travaux de M. Regnault, qui nous ont appris que la capacité calorifique de l'air n'est nullement fonction de la température, c'est-à-dire qu'un intervalle de 1 degré représente dans ce gaz la même quantité de chaleur, qu'il soit pris de zéro à 1 degré, ou de 100 à 101 degrés, par exemple.

En un mot, dans un thermomètre à air bien construit, chaque différence de 1 degré représente une addition ou une soustraction constante de chaleur faite au gaz, quelle que soit d'ailleurs la valeur absolue de cette addition ou de cette soustraction. Le thermomètre à air est par conséquent un instrument rationnel et partout comparable à lui-même, quels que soient d'ailleurs la valeur des divisions et leurs points de départ.

Occupons-nous cependant de l'un au moins de ces derniers. De notre énoncé même, et si nous supposons que les qualités de l'air sont absolument *invariables,* il résulte que si, au-dessous du zéro arbitraire que nous avons choisi, nous

continuons de soustraire les quantités égales entre elles de chaleur qui répondent à une différence de 1 degré, il arrivera un terme où l'intensité calorifique, représentée par la pression, deviendra *nulle*. Ce sera donc là le *vrai zéro* de la température, et nous pourrons appeler TEMPÉRATURE ABSOLUE celle qui sera mesurée à partir de ce point. Nous verrons quel rôle remarquable joue cette température en Thermodynamique. Ce zéro est facile à déterminer par rapport à notre zéro conventionnel. L'équation fondamentale d'un thermomètre à gaz parfait est

$$p = P(1 \pm \alpha t).$$

En y posant $p = 0$, on a

$$t_0 = \frac{1}{\alpha}.$$

M. Regnault a trouvé pour l'air $\alpha = 0{,}003665$; il vient donc $t_0 = \frac{1}{0{,}003665} = 272^\circ{,}85$ pour la distance, en degrés C., du zéro absolu au point de fusion de la glace. Je désignerai désormais par la lettre T la température centigrade comptée à partir de ce zéro, et par t les degrés ordinaires.

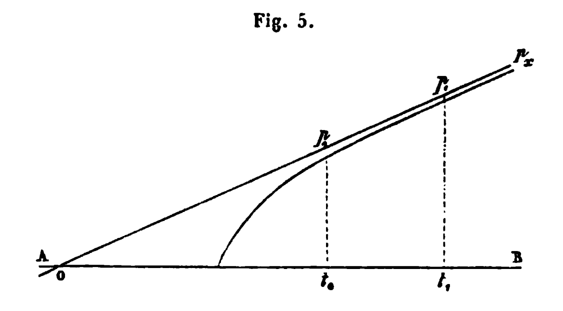
Mais, se seront déjà dit tous mes lecteurs, de quel droit supposer *invariables* les qualités de l'air? Ce gaz, comme bien d'autres qu'on appelait permanents, ne se liquéfierait-il pas par un froid suffisant? et puis peut-on admettre que α reste constant jusqu'à 272°,85 au-dessous du zéro ordinaire? Quelle signification, quel sens gardent alors ce zéro absolu et ce terme de température absolue?

J'irai, tout de suite, bien plus loin encore que mes lecteurs, et je dirai que α n'est probablement pas même rigoureusement constant dans les limites cependant resserrées où a opéré

M. Regnault. Mais je vais montrer en même temps que ceci ne fait que donner, et tout à fait temporairement, un autre caractère à la distance 272,85.

Représentons par la ligne AB (*fig.* 5) l'échelle, quelconque d'ailleurs, des températures, et par les ordonnées $p_0 t_0$, $p_1 t_1$, ... les pressions qui répondent aux températures t_0, t_1. Si α était rigoureusement constant et égal à 0,003665 et si p_0 et p_1 sont les pressions répondant aux points de la glace fondante et de la vapeur d'eau à $0^m,76$, il est clair que

Fig. 5.



la ligne $p_0 p_1$ irait couper l'échelle des températures en un point o séparé par 272°,85 divisions de t_0, la distance t_0 à t_1 étant de 100 divisions. Il en serait de même pour deux autres pressions initiale et finale p'_0 et p'_1, répondant aussi à $t_0 = 0°$ et $t_1 = 100°$. Je dis que, dans la réalité des choses et rigoureusement parlant, α n'est pas même constant de zéro à 100 degrés; mais, dans cette même réalité, nous pouvons dire que l'accroissement des pressions en fonction de la température est représenté par une courbe dont la concavité regarde la ligne AB, et qui, vers l'extrémité (arbitraire) B, converge, sans jamais l'atteindre, vers une droite p_x o qui devient ainsi son *asymptote*. Cela posé, appelons *provisoirement* ZÉRO ABSOLU le point de rencontre de l'asymptote avec la ligne des tempéra-

tures, et TEMPÉRATURE ABSOLUE la température en degrés C. comptée à partir de ce point de rencontre.

Sous cette forme, ces termes ne sont plus que les résultats d'une définition absolument indépendante des qualités qu'affecte le gaz entre t_0 et le zéro absolu. Ils gardent le même sens, quelle que soit de zéro à t_0 la forme de la courbe des pressions.

Lorsque nous verrons ces valeurs de T, combinées avec trois autres éléments tout différents entre eux, nous conduire aux nombres rigoureux de la densité, par exemple, d'une vapeur saturée quelconque, nous serons bien obligés de reconnaître que T représente toute autre chose qu'une température conventionnelle reposant sur une hypothèse (¹).

§ II.

De la capacité calorifique des corps.

Après avoir convenablement défini la température et avoir indiqué quels sont les seuls moyens rigoureux de la déterminer, nous avons à examiner un autre terme qui se présentera à tout moment à nous.

Qu'est-ce que la capacité calorifique d'un corps?

(¹) Il me sera permis d'être indiscret à l'égard de la mémoire d'un savant éminent que la mort est venue, il y a quelques années déjà, enlever, à la fleur de l'âge, à la science et à ses amis.

Mon bien regretté ami, Ed. Bour, me parlait un jour des doutes qu'il conservait quant à l'existence même, et surtout quant à la valeur du zéro absolu. J'essayai en vain plusieurs moyens de démonstration, qui me semblaient convaincants, quand l'idée me vint de tracer la figure que je discute dans le texte. « Votre figure, s'écria alors Bour, me convainct plus que tous vos raisonnements de physicien et de philosophe; la discussion est close! »

Cette saillie du grand géomètre m'apprit que j'avais pris cette fois la bonne route.

J'ai déjà discuté sommairement cette question dans le Chapitre III du Livre I; j'ai donné une définition de la capacité calorifique réelle; j'ai montré que la définition, telle qu'elle est employée dans la plupart des Traités de Physique, est nécessairement inexacte. Pour nous en convaincre d'un coup, il nous suffit de nous rappeler comment on détermine cette valeur expérimentalement. Nous échauffons à une température connue un poids connu du corps que nous voulons étudier; nous échauffons, par exemple, à 100 degrés 1 kilogramme de platine, puis nous plongeons ce corps dans un poids connu d'eau à une température connue, dans 1 kilogramme d'eau à zéro, par exemple; au cas particulier, cette eau et le platine prennent alors très-sensiblement une température de 3°,141. Désignant par c_e la capacité calorifique de l'eau, et par c_p celle du platine, nous posons

$$c_e(3^\circ,141 - 0^\circ) = c_p(100 - 3^\circ,141),$$

d'où nous tirons

$$\frac{c_p}{c_e} = 0,03243,$$

ou, en prenant c_e pour unité,

$$c_p = 0,03243.$$

Mais, en échauffant le platine, la FORCE CALORIQUE a surmonté toutes les résistances internes d'où dérivent en définitive la solidité, la dureté, la malléabilité, etc., etc. du métal; elle a produit un travail qu'il nous est impossible de mesurer directement. Le métal a donc reçu plus de chaleur qu'il n'en contient une fois échauffé; cet excès de chaleur a simplement augmenté l'*énergie*. Lorsque ensuite nous refroidissons le métal dans l'eau, le travail interne s'opère en sens inverse; l'*é-*

nergie s'abaisse et se manifeste à nous, comme *chaleur,* avec celle que contenait réellement le corps; le platine rend donc plus de chaleur qu'il n'en contenait. Il est évident que pour l'eau, qui nous sert de mesure, les choses se passent de même, mais en sens inverse : la chaleur qu'y abandonne le métal en s'y refroidissant y produit tout à la fois un échauffement et un travail interne; elle accroît à la fois la température et l'énergie.

Si, maintenant, nous partons du sens littéral et rigoureux du terme de capacité calorifique, qui signifie : valeur de l'aptitude d'un corps à contenir de la chaleur, il est évident que nous commettons non-seulement un contre-sens grammatical, mais une erreur flagrante de physique, en mettant en rapport la totalité de la chaleur qu'il faut pour échauffer de 1 degré 1 kilogramme de platine avec la totalité de chaleur qu'il faut pour échauffer de même 1 kilogramme d'eau.

C'est pour avoir mal interprété les phénomènes, ou plutôt c'est pour n'avoir pas compris les principes précédents, devenus élémentaires en Thermodynamique, que plusieurs physiciens en sont venus à mettre en doute, non-seulement la précision, mais l'existence même de quelques-unes des plus belles lois de la Physique, de la Chimie, et par contrecoup de la Mécanique. C'est ce que chacun va saisir de plus en plus clairement.

D'après le sens littéral et vrai du terme, la capacité calorifique d'un corps est la quantité de chaleur présente dans l'unité de poids, que représente un intervalle d'une unité de température ou de 1 degré.

L'unité que nous prenons pour constituer les quantités de chaleur est indifférente. Les physiciens ont avec raison adopté l'eau comme terme général de comparaison et ont pris pour unité de chaleur ce qu'il faut ajouter à 1 kilogramme de ce

liquide pour le porter de zéro à 1 degré. En raison de la facilité que nous avons de nous procurer toujours de l'eau pure, en raison de l'inaltérabilité de ce liquide, et surtout en raison de la variabilité très-faible de la quantité de chaleur totale qu'il faut pour l'échauffer de 1 degré, lorsqu'on s'élève au-dessus de zéro, le choix de ce corps est excellent. L'unité de chaleur que représente ainsi 1 degré de température communiqué à 1 kilogramme d'eau renferme bien aussi tout à la fois la chaleur et l'énergie; mais pourvu qu'on ne dise pas, comme c'est l'habitude, que la capacité calorifique de l'eau est 1, on ne risque aucun inconvénient réel, en conservant cette unité.

D'après la définition que nous donnons de la température et de la capacité calorifique, celle-ci est nécessairement constante pour un même corps et variable seulement d'un corps à l'autre. De ce que la température est l'*intensité* de la FORCE CALORIQUE et de ce que cette intensité est proportionnelle à la quantité de chaleur présente, il s'ensuit évidemment qu'à des accroissements égaux de température correspondent des accroissements égaux de la quantité de chaleur présente, et cette dernière égalité ne peut avoir lieu que si la capacité est invariable. Nous nous étendrons ailleurs, comme il convient, sur ce beau sujet, et nous verrons que, étant connue la capacité calorifique absolue d'un corps, il est aisé de déterminer celle de tous les autres corps dont la composition chimique est bien connue.

Mais si la capacité calorifique est nécessairement constante pour un même corps, l'énergie est tout aussi nécessairement une variable et une fonction de la température. La grandeur du travail interne pour chaque cas donné dépend naturellement, et entre autres choses, de la position relative et réciproque des parties constituantes des corps, et, comme cette

position change avec la température, le travail interne varie aussi avec elle. C'est cette dernière circonstance qui a fait admettre à peu près par tous les physiciens que la capacité calorifique est une variable.

Quoi qu'il en soit, et pour conserver la méthode la plus rationnelle et la plus indépendante de toute hypothèse, au lieu de faire dériver l'invariabilité de la capacité absolue soit d'un principe supérieur à l'expérience, soit d'un fait physique à expliquer, je dirai provisoirement qu'elle constitue en quelque sorte en elle-même une simple définition.

Dès ce moment, il n'y a plus lieu de la discuter ni surtout de la mettre en doute : il s'agit seulement de nous en servir de telle façon, qu'il ne puisse en résulter aucune faute dans nos équations.

Pour plus de clarté, désignons par q la quantité de chaleur qu'il faut pour élever de 1 degré la température de l'unité de poids d'un corps, par K un nombre invariable, par H l'énergie à la température t. Nous pouvons toujours écrire

$$dq = \mathrm{K}dt + d\mathrm{H},$$

en choisissant convenablement K, et attribuer au seul terme $\frac{d\mathrm{H}}{dt}$ toutes les variations qu'éprouve le rapport $\frac{dq}{dt}$ dans l'équation dérivée

$$\frac{dq}{dt} = \mathrm{K} + \frac{d\mathrm{H}}{dt}.$$

L'étude directe et expérimentale des phénomènes nous convaincra bientôt que cette convention provisoire n'a rien d'arbitraire et qu'elle répond bien positivement à la réalité des faits. Et il suffit de voir l'équation précédente pour reconnaître que c'est le rapport $\frac{dq}{dt}$ qu'on a toujours et à tort appelé la *capacité calorifique* d'un corps.

Je désignerai désormais sous le nom de CAPACITÉ CALORIFIQUE ABSOLUE et par la lettre K le nombre invariable introduit ici. Cette capacité, comme on voit, n'a rien de commun, rationnellement, avec ce qu'on a désigné en Physique sous le nom de *capacité calorifique*, soit à pression constante, soit même à volume constant. Je conserverai à ces deux dernières les désignations c_p et c_v presque généralement admises.

§ III.

Du travail fourni par un moteur thermique. Condition formelle de la continuité de ce travail.

Dans tout le Livre I nous n'avons considéré le travail que dans son rapport immédiat avec la chaleur. Nous avons reconnu qu'à tout travail produit ou consommé en actions moléculaires répond une quantité équivalente de chaleur disparue ou apparue. En d'autres termes déjà plus mathématiques, nous disons qu'au signe + pour le travail répond le signe — en chaleur, et réciproquement. A ce titre et à cette inversion des signes près, nous n'avons eu à constater absolument aucune différence entre les deux phénomènes contraires : production ou disparition de travail, disparition ou production de chaleur.

Une différence radicale et des plus remarquables s'établit lorsque, introduisant la notion de continuité, et par suite indirectement celle de temps, dans la question, nous cherchons à obtenir soit continuellement de la chaleur par une dépense continue de travail, soit au contraire du travail à l'aide d'une dépense continue aussi de chaleur.

A l'aide d'une multitude de machines, il serait plus correct de dire, dans toutes nos machines employées directement ou

indirectement à modifier l'état des corps, nous produisons continuellement de la chaleur à l'aide d'une dépense continue de travail. Comme exemple, je citerai l'un de ceux dans lesquels la chaleur produite n'a même aucune part directe dans l'œuvre qui est le but de la machine ou des machines. Dans nos établissements industriels, aujourd'hui si admirablement perfectionnés, où la laine, la soie, le coton entrent à l'état complétement brut pour y être ouvrés et pour en sortir finalement sous forme de fils ou de tissus de tous genres, tout le travail mécanique qui, *en quantité énorme*, que l'on me passe ces termes, s'y *engouffre* continuellement, est complétement employé de fait à développer de la chaleur dans le rapport rigoureux de 1 calorie produite par 425 kilogrammètres dépensés, chaleur dont l'industriel ne s'occupe pas et ne s'aperçoit pas même. Le lecteur, à première vue, trouvera cet énoncé baroque; en y réfléchissant, il reconnaîtra promptement qu'il est très-juste : je crois inutile d'entrer dans le moindre détail à cet égard.

Il en est tout autrement des machines puissantes dans lesquelles la FORCE CALORIQUE donne lieu au développement du travail mécanique nécessaire à ces industries, par exemple; il en est tout autrement de la continuité du travail fourni par un *moteur thermique* en un mot. Ici une partie, et une partie très-grande de la chaleur disponible chèrement achetée, est sacrifiée. Pour obtenir le travail, il faut non-seulement que nous disposions d'une source de chaleur, mais encore d'une source *de froid*, en d'autres termes, d'une différence de température; et une grande partie de la chaleur produite tombe de la source de chaleur à la source de froid, en pure perte. On a coutume de dire que ce sacrifice dérive tout entier de l'imperfection de nos moteurs. C'est là une grande erreur; erreur qui, chose fort curieuse, a été au début produite chez

quelques physiciens par la Thermodynamique même, alors que les principes fondamentaux de cette science eussent dû l'empêcher même de naître.

Avant d'aller plus loin, je crois, afin de mieux accentuer encore, devoir citer un autre exemple reposant cette fois sur une expérience de Physique des plus originales.

Dans une cuve pleine d'eau froide (calorimètre), fixons un cylindre vertical, fermé par le bas, ouvert par le haut, s'élevant un peu au-dessus du niveau du liquide, dans lequel se meut sans frottement un piston hermétique : cet ensemble de conditions est des plus faciles à réaliser aujourd'hui. Dans l'eau de notre cuve, plaçons un thermomètre très-sensible. Le piston étant tout au haut de sa course, supposons le cylindre rempli d'air atmosphérique à $0^m,76$ ou *une* atmosphère de pression. Cela posé, opérons de deux manières :

1° Forçons notre piston à descendre, mais très-lentement et graduellement. La pression de l'air va s'augmenter; sa température tendra à s'augmenter proportionnellement, comme nous verrons ailleurs, au travail dépensé à faire descendre le piston; mais, en raison de la lenteur du mouvement, le gaz, au lieu de s'échauffer, cédera sans cesse sa chaleur aux parois du cylindre et à l'eau du calorimètre. Si la cuve est spacieuse, l'accroissement de température sera très-petit, négligeable; le gaz comprimé sans variation de température suivra (à bien peu près) la loi de Mariotte. Lorsque son volume sera réduit au cinquième, par exemple, sa pression se sera élevée à 5 atmosphères.

Laissons maintenant remonter le piston, mais très-lentement et graduellement aussi. Le gaz va tendre à se refroidir, et proportionnellement au travail qu'il nous rend cette fois; mais comme le mouvement est très-lent, sa température ne changera pas, car il reprendra aux parois du cylindre et à l'eau

la chaleur qu'il leur avait d'abord cédée. Il se détendra suivant la loi de Mariotte et nous rendra évidemment tout le travail que nous avait coûté la compression.

Nous pourrons répéter cent fois, mille fois ces deux opérations contraires, et la température de la cuve ne variera point, car la dépense finale du travail externe sera toujours nulle.

2° Mais introduisons dans notre manière d'opérer une différence insignifiante en apparence. Au lieu de faire descendre le piston lentement, faisons-le descendre vivement, quoique graduellement aussi, puis arrêtons-nous quand le volume sera réduit au cinquième, par exemple. Le gaz n'ayant, cette fois, plus le temps de céder toute la chaleur produite aux parois du cylindre et à l'eau, s'échauffera; sa pression croîtra beaucoup plus rapidement que selon la loi de Mariotte; elle sera de bien plus de 5 atmosphères quand le volume sera réduit au cinquième; le travail dépensé sera beaucoup plus considérable aussi que premièrement, et par conséquent la quantité de chaleur cédée à la cuve, pendant l'*arrêt suffisant* du piston, sera plus grande aussi, et encore proportionnelle au travail dépensé.

Au lieu de laisser le piston remonter lentement, laissons-le remonter vivement, quoique toujours graduellement. L'air qui s'était refroidi à la température légèrement accrue de la cuve n'aura pas le temps de prendre de la chaleur aux parois du cylindre; il se refroidira donc fortement, sa pression diminuera beaucoup plus rapidement que la première fois; lorsque le piston sera revenu au haut de sa course, la pression sera bien moindre que 1 atmosphère. Le travail rendu sera, par conséquent, bien moindre, non-seulement que celui que nous venons de dépenser, mais même que celui qui avait été dépensé et restitué dans la première expérience. Le piston étant arrêté suffisamment longtemps au haut de sa course, l'air se

réchauffera aux dépens de la chaleur de la cuve; mais il est évident qu'il en reprendra moins qu'il n'en avait donné, puisque le travail restitué est moindre que le travail dépensé. Au bout d'un certain nombre de répétitions, nous verrons le thermomètre de la cuve monter, et monter indéfiniment si nous continuons l'opération.

Voilà donc, en somme, une expérience bien étrange, dans laquelle, rien qu'en changeant la vitesse du mouvement d'un piston, nous sommes libres de faire reproduire autant de travail que nous en dépensons et de réduire à zéro la production de la chaleur, ou de faire diminuer le travail restitué et accroître le travail depensé de manière à produire continuellement de la chaleur et à déterminer une élévation, une différence indéfinie de température.

Toutefois, là s'arrêtent nos ressources expérimentales. Non-seulement nous ne pouvons *produire* un travail continu sans une différence de température, mais, étant même donnée cette différence que nous avons créée tout à l'heure, il nous est absolument impossible de faire revenir en travail toute la chaleur dont nous disposons, et une partie tombe, en pure perte pour nous, *au bas de la chute* dont nous disposons. C'est maintenant là ce que je vais présenter sous une forme plus scientifique, plus précise, mais, je l'espère, très-claire.

Étant données une différence de température et une certaine quantité de chaleur disponible, voyons tout d'abord quelles sont les autres conditions d'un travail maximum externe dans un moteur thermique.

Au lieu de généraliser sous forme algébrique, ou tout au contraire de préciser sous forme numérique, je reste dans le langage ordinaire et je développe deux exemples très-différents et des plus familiers : je décris de suite une machine à vapeur (d'eau) et une machine à gaz, *parfaites*. Ce dernier

caractère est des plus faciles à obtenir théoriquement, comme on va voir.

1° Revenons à notre cylindre vertical, indéfiniment haut, fermé par en bas, ouvert par en haut, à parois imperméables au calorique, à l'exception de celle de la base, dans lequel se meut sans frottement un piston hermétique dont la charge p peut être variée à volonté. Dans ce cylindre se trouve un poids quelconque d'eau à la température t_0 ; au début le piston repose sur cette eau, et sa charge p_0 est telle qu'elle fait précisément équilibre à la tension de la vapeur qui tend à se former.

Mettons le bas du cylindre, perméable au calorique, en rapport avec une source de chaleur indéfinie : nous n'avons point encore à nous occuper de la température de cette source; mais il est évident qu'il faut qu'elle soit au moins $(t_0 + dt)$. L'eau va se mettre à bouillir à la température constante t_0 ; sa vapeur soulèvera lentement le piston, et fournira ainsi un travail externe disponible, dont la valeur sera le produit du chemin parcouru et de la charge constante p_0 du piston.

Désignons par F_0 le travail externe total produit et par Q_0 la quantité totale de chaleur fournie à l'eau, quand tout sera évaporé. Étant donnés le poids de l'eau et sa température, il serait aujourd'hui très-facile de déterminer exactement F_0 et Q_0 ; mais cela est inutile ici.

Il est clair que si, sans changer la charge p_0, nous mettions le bas du cylindre en rapport avec une source de froid, la vapeur se condenserait sous la pression constante p_0 et à la température t_0 ; elle nous restituerait exactement Q_0 et nous reprendrait F_0. Mais procédons autrement : ne soustrayons ou n'ajoutons pas de calorique, mais diminuons graduellement la charge du piston. La vapeur va se détendre, soulever graduellement aussi le piston, fournir un nouveau travail ex-

terne et se refroidir par suite de ce travail externe et du travail interne (inconnu) qui s'y produit en même temps. Arrêtons l'opération quand la charge du piston a été réduite à $p_1 = \frac{1}{5}p_0$ (par exemple, et peu importe). Désignons par F_1 le travail externe produit par cette détente de p_0 à p_1.

Laissons la charge p_1 d'abord constante et mettons le bas du cylindre en rapport avec une source de froid, avec un courant d'eau par exemple. Nous n'avons pas non plus encore à nous occuper de la température de cette source; mais il est clair qu'il faut qu'elle soit au plus $(t_1 - dt)$ si nous voulons condenser à la température t_1 répondant à la charge p_1. Le piston va descendre lentement et nous *coûtera* un travail externe dont la valeur sera le produit de p_1 par l'abaissement de cette charge. Ne condensons toutefois pas la masse entière de vapeur; laissons-en une certaine partie dont nous allons reconnaître la valeur en termes généraux; il nous suffira pour cela d'isoler le bas du cylindre d'avec notre courant d'eau froide. Désignons par F_2 le travail externe que nous a coûté la descente partielle du piston, et par Q_1 la quantité de chaleur que la vapeur a rendue à la source de froid. Si, dans cet état de choses, nous chargeons graduellement le piston, la vapeur se trouvant de plus en plus comprimée *s'échauffera*, et, comme elle se trouve dès lors en contact avec l'eau déjà condensée à une température moindre, elle se condensera en partie de telle sorte, que toute la masse aura toujours une température t répondant à la charge actuelle p du piston. Il est clair d'après cela que nous pourrons combiner les choses de telle sorte que, quand la charge du piston sera redevenue p_0, la masse de vapeur que nous avions laissée subsister sous p_1 sera entièrement condensée, et que la masse d'eau sera revenue à t_0 : il nous suffira d'enlever à un moment *convenable* la source de froid. Désignons par F_3 le travail externe que

nous a coûté cette compression graduelle et cette condensation de la vapeur sans soustraction ni addition de chaleur.

Le travail externe définitif que nous aurons gagné ou perdu quand tout sera revenu à l'état primitif aura visiblement pour valeur

$$F_e = F_0 + F_1 - F_2 - F_3.$$

Nous allons voir que F_e est nécessairement positif, c'est-à-dire que nous avons nécessairement gagné plus de travail que nous n'en avions dépensé.

Pour évaporer l'eau sous la charge p_0, nous avons dépensé Q_0 calories; la détente s'étant opérée sans addition de chaleur a coûté à la vapeur une quantité de chaleur $\frac{F_1}{425}$; cette quantité ne peut plus se retrouver quand nous condensons sous la pression p_1. Il manquera donc au moins $\frac{F_1 - F_2}{425}$ à la quantité Q_1 restituée; je dis au moins : il serait en effet facile de faire voir que c'est là un minimum. Or il est aisé de voir que F_2 est nécessairement plus petit que F_1; le travail F_1, en effet, a été obtenu par la détente de toute la masse de vapeur passant de p_0 à p_1; le travail F_2, au contraire, n'a été dépensé que pour ramener une partie seulement de cette masse de p_1 à p_0.

Nous avons en un mot Q_0 plus grand que Q_1. Or la première proposition nous apprend que dès lors nous avons gagné $(Q_0 - Q_1)\,425$ de travail externe, et nous avons par suite

$$(Q_0 - Q_1)\,425 = F_0 + F_1 - F_2 - F_3.$$

Il est clair que nous pourrons répéter indéfiniment notre même série d'opérations. La source de chaleur cédera continuellement Q_0, la source de froid recevra Q_1, et nous gagnerons un travail externe F_e. Il est clair de plus que nous avons

placé notre machine à vapeur dans les conditions d'un maximum de rendement. En effet, l'ébullition de l'eau a lieu sous la pression constante : la chaleur Q_0 est donc employée tout entière à produire du travail externe et interne, et ne saurait par conséquent être mieux employée. Pendant la détente, nous n'avons rien dépensé; la vapeur nous a donné par suite, spontanément, tout ce qu'elle pouvait donner. Pendant la condensation sous la charge constante p_1, tout le travail dépensé a encore servi à reproduire de la chaleur et non une élévation de température : l'opération nous a coûté par suite un minimum de travail externe; puis, pendant la compression, nous n'avons rien soustrait ni ajouté, le travail dépensé a été encore utilisé le plus complétement possible à détruire la différence de température $t_0 - t_1$, et de telle sorte que nous n'ayons pas ensuite à dépenser inutilement de chaleur pour ramener l'eau à p_0 et pour recommencer. Dans nos machines à vapeur les choses se passent à peu près de même quant aux deux premières périodes : production de travail à charge constante et puis par détente, mais les deux dernières phases y sont tout autres et *très-imparfaites*. Nous lâchons, en effet, la vapeur dans le condenseur, où sa pression tombe sans résultat utile de p_1 à une autre pression bien plus faible, et là nous la condensons complétement sans compression finale : c'est donc le foyer qui est obligé de ramener l'eau condensée non de t_1, mais de $t'_1 < t_1$ à t_0, et cela sans produire aucun travail.

Notre série d'opérations ci-dessus ne pouvait, avons-nous dit, nous donner plus de travail externe.

Mais, objectera-t-on, ce sacrifice de la quantité de chaleur Q_1 envoyée en pure perte au condenseur n'est-il pas dû au corps employé? Ne dérive-t-il pas de l'énorme quantité de chaleur (jadis appelée latente) que coûte la formation même de la vapeur sans aucun bénéfice de travail externe pour nous?

Avant de nous occuper de répondre à cette question, passons à l'exemple d'un moteur d'une tout autre espèce.

2° Au lieu d'eau, supposons qu'il se trouve dans notre cylindre de l'air atmosphérique à la pression p_0 et à la température t_0.

Pour fixer simplement les idées, supposons qu'il s'y trouve 1 mètre cube d'air à 250 degrés et à 5 atmosphères. Le cylindre ayant 1 mètre carré de section, la charge du piston devra être 51 665 kilogrammes.

Diminuons graduellement la charge : notre gaz va *tendre* à se refroidir; mais fournissons-lui, par le bas du cylindre, assez de chaleur pour que la température reste *parfaitement stable*.

Le gaz, dans ces conditions, se détend à bien peu près selon la loi de Mariotte, et comme, d'après les travaux de M. Regnault, sa capacité calorifique ne varie point avec la pression, il est clair que toute la chaleur que nous aurons à fournir sera employée à produire le travail de la détente.

Désignons cette quantité par Q_0 et le travail par F_0. La pression étant tombée à p_1 (2 atmosphères par exemple), cessons de fournir de la chaleur et diminuons de nouveau graduellement la charge du piston jusqu'à ce que la pression descende à 1 atmosphère (la charge en kilogrammes descendra de 20 666 à 10 333 kilogrammes). Dans ces nouvelles conditions, le gaz se refroidira uniquement par suite du travail externe produit, car le travail interne est ici sensiblement nul. Désignons par F_1 le travail fourni par cette seconde détente et par t_1 la température finale de l'air. Comprimons de nouveau graduellement le gaz en augmentant lentement la charge du piston : le gaz va tendre à s'échauffer; mais mettons le bas du cylindre en rapport avec une *source de froid*, de telle sorte que la température de l'air ne varie point. Arrêtons l'opéra-

tion quand la charge du piston sera p_2. Désignons par F_2 le travail dépensé pour cette compression et par Q_1 la quantité de chaleur donnée à la source de froid : il est clair, comme ci-dessus, que cette quantité sera directement proportionnelle à F_2, puisque la capacité calorifique est invariable. Enlevons la source de froid et comprimons lentement le gaz, de façon à le ramener à sa pression initiale p_0 (5 atmosphères). Il est clair que, si nous avons arrêté l'opération à température constante à une *pression convenable*, non-seulement nous obtiendrons par la quatrième compression la pression p_0, mais aussi la température t_0, et par conséquent le volume initial (ou 1 mètre cube). Désignons par F_3 le travail que coûte cette dernière opération.

Sans faire ici aucune espèce de calcul relativement aux valeurs respectives ou absolues de F_0, F_1, $-F_2$, $-F_3$, il est visible que $(F_0 + F_1)$ sera plus grand que $(F_2 + F_3)$, puisqu'en somme les deux dernières compressions se sont faites à des pressions en moyenne plus faibles que celles des deux premières détentes, et que nous sommes, seulement en tout dernier lieu, remontés à p_0. Nous gagnerons donc un travail externe définitif et positif

$$F_e = (F_0 + F_1) - (F_2 + F_3).$$

La chaleur consommée sera $\frac{F_e}{425}$, et l'on aura

$$(Q_0 - Q_1) = \frac{F_e}{425},$$

d'où

$$Q_1 = Q_0 - \frac{F_e}{425}$$

Il est ici en quelque sorte évident par soi-même que notre cycle fermé a été décrit de manière à donner un travail *maxi-*

mum. La chaleur cédée par la source a été employée uniquement à produire du travail : celui-ci est donc un maximum. La chaleur envoyée à la source de froid a été développée aussi économiquement que possible, puisque le travail n'a donné aucune variation de température. Les deux autres opérations n'ont eu pour but que de faire tomber et puis de faire remonter la température et la pression.

Nous voyons pourtant qu'en dépit de ce rendement *maximum* nous dépensons en pure perte une somme de chaleur Q_1.

Il résulte de tout ce qui précède que, ainsi que je l'ai dit :

Il est impossible d'obtenir un travail continu sans une différence de température et sans le sacrifice continu aussi d'une certaine quantité de chaleur.

Étant données une différence de température $t_0 - t_1$ et une quantité de chaleur disponible Q_0 à t_0, nous avons

$$(Q_0 - Q_1)425 = F_e,$$

et il est impossible que Q_1 devienne nul.

J'ai dit que, par suite d'une fausse interprétation des principes de la Thermodynamique, ou bien plutôt parce qu'on ne saisissait que la moitié de ces principes, plusieurs ingénieurs ou physiciens avaient attribué à l'imperfection de la machine à vapeur entre autres l'énorme déchet de chaleur Q_1 qu'on rejette sans profit dynamique. Une calorie, disait-on, rend 425 kilogrammètres; or, dans nos moteurs actuels, un dixième au plus de la chaleur fournie à l'eau est employé en travail; les neuf dixièmes restants ne donnent que de l'eau tiède. Que de perfectionnements ne reste-t-il pas à obtenir! De là l'enthousiasme et les espérances qu'a fait naître l'apparition des machines à gaz, de la machine Ericson entre autres. Dans ces machines, pensait-on, nulle perte par suite de ce

déplorable calorique latent, qui enlève tout bénéfice dans les machines à vapeur! Dans ces moteurs, et grâce aux *régénérateurs* ou *respirateurs*, toute la chaleur disponible va être convertie en travail! Cet enthousiasme, ces espérances cependant n'ont pas tardé à tomber. J'ajoute, pour rester juste, que l'intelligence des constructeurs de ces machines n'a pas peu contribué à ce résultat; nous verrons ailleurs que les moteurs à gaz, s'ils ne peuvent donner, comme on l'espérait, $Q_0 \times 425 = F_e$, pourraient du moins donner des résultats économiques plus satisfaisants et surtout plus durables que ceux qu'on en a tirés.

La raison physique et mécanique en vertu de laquelle il faut nécessairement sacrifier une certaine quantité de chaleur Q_1 est très-simple. Pour obtenir un travail continu, il faut que nous fassions décrire au corps soumis à l'action alternative du chaud et du froid (¹) un *cycle fermé*, c'est-à-dire que nous le fassions revenir à son état primitif de pression, de volume et de température. La chaleur, en dilatant le corps, nous donne sans doute de suite du travail externe; mais ce travail ne peut devenir définitif que si nous faisons baisser la pression moyenne grâce à laquelle ce travail avait été produit. Or cet abaissement ne peut être obtenu que par une soustraction de la FORCE même qui avait donné lieu à la dilatation et à la pression. De plus, cette soustraction ne peut jamais devenir telle que la pression s'abaisse à zéro : pour ramener le corps à sa forme initiale, nous avons donc à surmonter encore une résistance et à dépenser un travail.

Le sacrifice d'une certaine quantité de chaleur et de travail est donc un fait naturel et nécessaire dans la production

(¹) Il va sans dire que je ne me sers de cette expression de *froid* que par abréviation.

du travail à l'aide d'un moteur thermique. La question est seulement de savoir si ce sacrifice est le même pour tous les corps que nous pouvons employer comme moyens d'utilisation de la FORCE CALORIQUE disponible.

Cet examen va faire l'objet du Chapitre suivant, et il nous conduira immédiatement à la proposition II de la Thermodynamique.

CHAPITRE II.

ÉNONCÉ ET DÉMONSTRATION DE LA SECONDE PROPOSITION.

Étant données une source de chaleur et une source de froid (source de chaleur négative) différant entre elles de $(t_1 - t_0)$, nous pouvons, comme on a vu, toujours obtenir un travail externe F_e qui a pour valeur

$$(Q_0 - Q_1)425 = F_e,$$

Q_0 étant la quantité de chaleur cédée au corps qui nous sert d'intermédiaire et Q_1 étant la quantité rendue.

Une question très-naturelle se pose à nous. Pour deux mêmes valeurs t_0 et t_1, et par suite aussi pour la même différence $(t_0 - t_1)$, est-il possible, en employant diverses espèces de corps, de faire varier Q_0 et par suite Q_1, tout en obtenant le même travail F_e? En d'autres termes, pouvons-nous avoir

$$Q_0 - Q_1 = AF_e,$$
$$Q'_0 - Q'_1 = AF_e,$$

ou

$$(Q_0 - Q_1) = (Q'_0 - Q'_1)$$

et par suite

$$Q_0 >< Q'_0, Q_1 <> Q'_1,$$

les corps employés rendant toujours, bien entendu, le travail maximum?

Avant de chercher la réponse réelle, faisons bien ressortir la singularité des conséquences, si cette réponse était affirmative.

Reprenons l'exemple de notre machine à vapeur parfaite citée d'abord; mais, au lieu de fournir du calorique à l'eau à t_0 du cylindre soumise à la charge P_0 du piston, n'ajoutons rien, et diminuons de suite graduellement cette charge jusqu'à ce qu'elle soit devenue P_1. Il est clair que notre liquide va bouillir en vertu de sa chaleur propre; il se refroidira en même temps que sa vapeur déjà produite, et cela par suite du travail interne et externe qui s'engendre.

Lorsque la pression sera tombée à P_1, il est visible que nous aurons produit un travail F'_0 juste égal au travail F_3 que nous avions dépensé pour comprimer et amener de t_1 à t_0 notre mélange final d'eau et de vapeur dans la quatrième période de notre première expérience. Sans changer la charge P du piston, fournissons maintenant à l'eau une quantité de chaleur Q'_0 juste égale à la quantité Q_1 que nous avons soustraite dans cette même expérience. Notre eau va s'évaporer en partie et nous donner un travail F'_1 juste égal au travail F_2 que nous avait coûté la condensation à pression constante P_1.

Sans ajouter ni retrancher de chaleur, chargeons le piston peu à peu jusqu'à ce que sa charge soit redevenue P_0. Toute notre masse sera dès lors en vapeur à t_0, *comme elle l'était à la fin de l'évaporation sous la charge* P_0. La compression nous aura coûté un travail $F'_2 = F_1$.

Sans changer la charge P_0, soustrayons une quantité de chaleur Q'_1 qui sera naturellement égale à Q_0 : toute la vapeur va se condenser, et nous aurons finalement notre masse primitive d'eau sous la charge P_0 et à la température t_0.

En procédant ainsi, il est visible que nous n'avons fait absolument que renverser d'un bout à l'autre notre première manière d'opérer. Nous avons pris à la source de froid une quantité de chaleur Q_1, nous avons dépensé un travail F_e égal à celui que nous avions obtenu par la première mé-

thode, et nous avons donné à la source de chaleur une quantité de chaleur Q_0 égale à celle qu'elle nous avait cédée. Nous avons, comme la première fois, décrit un cycle fermé dans les conditions d'un rendement maximum; mais c'est le travail qui cette fois a été dépensé à produire une quantité de chaleur $\frac{F_e}{425}$ et à l'ajouter à Q_1, de façon à donner $AF + Q_1$ à la source de chaleur.

Il est évident qu'en unissant deux machines supposées parfaites comme celles que nous venons de décrire, mais identiques sous tous les rapports, travaillant entre deux mêmes températures t_0 et t_1 et avec le même liquide, il y aurait équilibre continu entre le travail produit par l'une et le travail dépensé par l'autre, et l'une rendrait continuellement à la source de chaleur ce que l'autre lui aurait pris. Ces deux machines, toujours supposées parfaites, ne marcheraient qu'en vertu d'une impulsion que nous aurions donnée au volant.

Je n'ai pas besoin d'ajouter qu'au point de vue expérimental je n'ai décrit ici qu'une *fiction*. Supposons cependant que l'hypothèse

$$Q_0 - Q_1 = Q'_0 - Q'_1, \quad Q_0 >< Q'_0, \quad Q_1 <> Q'_1$$

soit juste et que nous puissions avoir, par exemple,

$$Q'_1 = 10 Q_1,$$

selon que nous soumettons à l'action alternative de la chaleur et du froid de l'*eau* ou un *liquide* X. Employons la *machine à vapeur d'eau* à nous donner du travail et la machine à liquide X à en dépenser. Il est clair qu'avec une dépense de travail juste égale à celle que produit la machine à vapeur d'eau, la machine à liquide X portera continuellement à la

source de chaleur $(10Q_1 + AF_e) = Q'_0$, et nous aurons assez de chaleur pour faire marcher continuellement neuf machines à vapeur d'eau donnant chacune F_e sans dépense aucune de combustible. De l'ordre des fictions nous serons descendus dans celui des réalités, car, avec notre quantité disponible $10Q_1$, nous aurions de quoi surmonter les frottements et les résistances de tous genres des plus mauvaises machines à vapeur.

Au premier abord, il semble que nous avons obtenu le *mouvement perpétuel* et que ceci seul suffit pour réduire à l'absurde l'hypothèse d'où nous sommes partis. Il n'en est rien pourtant. Le travail en excès que nous obtiendrions ainsi, en effet, coûterait de la chaleur, mais une quantité AF_e seulement, et non AF plus une quantité Q_1, qui, pour n'avoir pas disparu, n'en est pas moins devenue une pure perte au point de vue dynamique.

La supposition de la possibilité

$$Q_0 >< Q'_0, \quad Q_1 <> Q'_1$$

conduit en un mot à des conséquences bizarres, mais non à une absurdité évidente. Pour montrer que, étant donnés t_0, t_1 et F_e, on a nécessairement pour tous les corps imaginables

$$Q_0 = Q'_0 \quad \text{et} \quad Q_0 = Q'_1,$$

il faut donc recourir à une démonstration spéciale. On voit au premier abord qu'elle aura un caractère très-différent de celle de la première proposition. Elle ne peut en aucune façon être tentée par une voie expérimentale directe, car il serait de toute impossibilité de placer l'un quelconque de nos moteurs thermiques dans les conditions du maximum de rendement, telles que nous les avons établies. Dans nos machines à vapeur, par exemple, comme je l'ai déjà fait remar-

S_0 et S_1 étant le travail total, interne et externe, produit pendant que le corps se détend à la température constante T_0 ou est comprimé à T_1 constant. Il en résulte :

Second corollaire.

$$\frac{S_1}{S_0} = \frac{T_1}{T_0}, \quad \text{d'où} \quad \frac{S_0}{T_0} = \frac{S_1}{T_1};$$

c'est-à-dire que *le travail total que peut rendre un corps est exclusivement proportionnel à la température absolue où s'opère ce travail.*

Tel est l'énoncé de la proposition II de la Thermodynamique sous sa forme la plus simple, la plus claire et la plus frappante.

Je vais essayer de démontrer son exactitude et sa généralité sous deux formes distinctes, en nous plaçant surtout au point de vue de la réalité physique des choses, et puis en raisonnant surtout au point de vue de la Mécanique pure. Un examen préalable toutefois est nécessaire quant à la manière selon laquelle se produit un travail continu.

§ I.

Conditions générales du cycle fermé, quelle que soit l'espèce de corps qui le subit.

Commençons par admettre un corps : 1° dans lequel l'attraction moléculaire et par suite le travail interne soient absolument nuls; 2° dont la capacité calorifique soit absolument constante; 3° enfin qui procède rigoureusement selon les lois de Mariotte et de Gay-Lussac quant aux relations des

pressions, volume et température. Un tel corps ne saurait exister et ne constitue qu'un être idéal; mais nous verrons quelles modifications s'introduisent dans les conséquences, lorsque de l'ordre idéal et fictif nous descendrons dans la réalité.

Reprenons encore notre cylindre vertical tel qu'il a été défini plus haut (p. 159) et supposons qu'il se trouve dans ce cylindre un poids M du corps idéal dont la pression et le volume soient P_0 et V_0 au zéro ordinaire de nos thermomètres et dont la température soit t_0. Pour faire équilibre à la pression du corps (exprimée en kilogrammes par mètre carré), il faudra que la charge du piston (de *un* mètre carré) soit

$$p = P_0(1 + \alpha t_0) = \alpha P_0\left(\frac{1}{\alpha} + t_0\right) = \alpha P_0 T_0,$$

si le volume est maintenu à V_0; pour tout autre volume v, nous aurons, comme chacun sait,

$$p = \frac{P_0 V_0}{v}(1 + \alpha t_0) = \alpha P_0 T_0 \frac{1}{v},$$

en posant $T = \frac{1}{\alpha} + t$.

Faisons maintenant décrire à notre corps le cycle fermé de rendement maximum.

1° Diminuons graduellement la charge du piston de manière à le faire descendre de P_0 à P_1; mais ajoutons de la chaleur de façon à rendre t_0 et par suite T_0 rigoureusement constants. Le gaz va se détendre suivant la loi de Mariotte; lorsque la pression sera devenue P_1, son volume sera

$$V_1 = V_0 \frac{P_0}{P_1}.$$

Le travail externe rendu sera, comme tout le monde sait,

$$F_0 = \alpha P_0 V_0 T_0 \int_{V_0}^{V_1} \frac{dv}{v} = \alpha P_0 T_0 V_0 \log\left(\frac{V_1}{V_0}\right).$$

Comme la capacité calorifique est absolument constante par hypothèse et comme T_0 ne varie pas, la quantité de chaleur Q_0 qu'il aura fallu fournir pour maintenir T_0 constant sera rigoureusement

$$Q_0 = AF_0 = \frac{F_0}{425}.$$

2° Cessons d'ajouter de la chaleur, mais diminuons encore graduellement la charge du piston de façon à la faire descendre à P_2. Pour un moment quelconque de cette nouvelle détente, la pression p aura pour valeur

$$p = \alpha P_0 \left(\frac{V_0}{V_1}\right) T \left(\frac{V_1}{v}\right) = \alpha P_0 V_0 T \frac{1}{v},$$

le volume étant v et la température étant $T = \frac{1}{\alpha} + t$. Le travail rendu à chaque instant étant f, l'abaissement de température pendant cette détente sans addition de chaleur sera exactement proportionnel à f, puisque le travail se fait exclusivement aux dépens de la *chaleur* C du corps. On a donc

$$df = -425 MK\, dT,$$

et comme nous avons aussi

$$df = \alpha P_0 V_0 T \frac{dv}{v},$$

il vient

$$-425 MK \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \alpha P_0 V_0 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dv}{v} = \alpha P_0 V_0 \log\left(\frac{V_1}{V_2}\right).$$

Nous n'avons ici pas même besoin, comme nous allons voir, d'achever l'intégration, très-simple d'ailleurs, du premier terme.

3° Le volume, la pression et la température étant devenus V_2, P_2 et T_1, recommençons à charger le piston de manière à faire croître p jusqu'à P_3 ; mais soustrayons continuellement juste ce qu'il faut de chaleur pour maintenir T_1 invariable. Cette compression va se faire suivant la loi de Mariotte et coûter un travail dont la valeur, facile à trouver comme ci-dessus, sera

$$F_2 = P_2 V_2 \log \frac{V_3}{V_2},$$

V_3 étant le volume où nous arrêtons la compression. Mais nous avons

$$P_2 = \frac{P_0 V_0}{V_2}(1 + \alpha t_1) = \alpha P_0 V_0 \frac{T_1}{V_2}.$$

On a donc

$$F_2 = \alpha P_0 V_0 T_1 \log\left(\frac{V_3}{V_2}\right).$$

Ce travail aura rendu une quantité de chaleur

$$Q_1 = AF_2 = \frac{F_2}{425}.$$

4° Cessons de soustraire de la chaleur et continuons de charger lentement le piston jusqu'à ce que la pression se soit élevée de P_3 à P_0. D'après les conditions mêmes du cycle fermé et du rendement maximum, il faut que la température T_1 se relève jusqu'à T_0 et que par suite aussi le volume passe de V_3 à V_0. Mais dans cette quatrième opération, comme dans la deuxième, les variations de température sont rigoureusement proportionnelles au travail produit ou dépensé. La température est descendue d'abord de T_0 à T_1 ; mainte-

nant il faut qu'elle remonte de T_1 à T_0 ; le travail dépensé sera donc égal au travail d'abord gagné et l'on aura $F_3 = F_1$. Dans cette dernière période, l'expression générale du travail est, comme ci-dessus,

$$df = \alpha P_0 V_0 T \frac{dv}{v} \quad \text{et} \quad -df = 425 \text{KM} dT,$$

d'où

$$-425\text{MK} \int_{T_1}^{T_0} \frac{dT}{T} = \alpha P_0 V_0 \int_{V_3}^{V_0} \frac{dv}{v} = \alpha P_0 V_0 \log\left(\frac{V_0}{V_3}\right).$$

Il résulte de là

$$\log\left(\frac{V_3}{V_0}\right) = \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right),$$

et par conséquent

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_0},$$

d'où

$$\frac{V_2}{V_3} = \frac{V_1}{V_0}.$$

La valeur de F_2 devient ainsi

$$F_2 = \alpha P_0 V_0 T_1 \log\left(\frac{V_1}{V_0}\right);$$

comme $F_1 = - F_3$, il est évident que le travail externe gagné sera

$$F_0 - F_2 = \alpha P_0 V_0 (T_0 - T_1) \log \frac{V_1}{V_0},$$

et, si nous divisons par F_0, on a

$$\frac{F_0 - F_2}{F_0} = \frac{T_0 - T_1}{T_0} = 1 - \frac{T_1}{T_0}.$$

Mais nous avons

$$Q_0 = AF_0, \quad Q_1 = AF_2,$$

d'où

$$\frac{F_0 - F_2}{F_0} = \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} = 1 - \frac{Q_1}{Q_0},$$

et par conséquent

$$\frac{Q_1}{Q_0} = \frac{T_1}{T_0}.$$

Ainsi donc, pour un corps gazeux idéal quelconque, l'existence de notre rapport *universel* se vérifie très-facilement. Je dis un corps *quelconque;* les propriétés particulières du corps ont en effet disparu de nos équations : capacité calorifique, densité ou poids à des volumes, pression et température donnés, etc.

Le fait saillant ici, c'est que, dans les conditions du cycle fermé et du rendement maximum, les quantités de chaleur données Q_0 et reprises Q_1 sont proportionnelles aux grandeurs de ce que nous avons déjà provisoirement appelé la *température absolue.* Mais l'une de ces conditions de rendement maximum, c'est que, pendant l'addition Q_0 comme pendant la restitution Q_1, toute la chaleur donnée ou reprise réponde à du travail.

Nous avons, en un mot, $Q_0 = AF_0$ et $Q_1 = AF_2$. Il vient donc

$$\frac{F_1}{F_0} = \frac{T_1}{T_0};$$

c'est-à-dire que c'est en réalité le travail produit et restitué qui est proportionnel à la température.

Nous venons de prendre pour exemple un corps gazeux quelconque, mais dans l'*ordre idéal :* un corps qui n'existe et ne peut pas exister. Il semble que d'un tel corps nous ne puissions rien conclure du tout pour ce qui se passe dans l'ordre réel. Prenons cependant parmi les corps réels l'exemple le plus compliqué, celui d'un corps qui change d'état, qui

de liquide devient vapeur (gaz fort imparfait par rapport à notre type), se dilate encore plus, puis revient partiellement à l'état liquide, est comprimé et redevient complétement liquide. Nous verrons que cette complication, agrandie encore par l'application spéciale que je vais faire, ne change absolument rien à la question.

Reprenons terme par terme notre expérience première (décrite p. 213) sur l'eau. Supposons toujours que dans notre cylindre vertical il se trouve 1 kilogramme d'eau à la température $T_0 = \frac{1}{\alpha} + t_0$, et que la charge P_0 du piston (de 1 mètre carré) soit telle, qu'il fasse équilibre à la tension du liquide. Dès que nous fournirons de la chaleur à ce liquide, il bouillira et soulèvera lentement le piston. Lorsque tout sera évaporé, nous aurons fourni une quantité de chaleur Q_0 qui, au cas particulier, aura pour valeur r_0 ou la chaleur d'évaporation déterminée par les travaux de M. Regnault.

Nous aurons obtenu un travail externe f_0; mais ce ne sera pas, et même à beaucoup près, tout le travail produit. L'ébullition a eu lieu à température constante; toute la chaleur Q_0 a donc été employée *le plus utilement possible* et à ne donner que du travail. Désignons par h_0 le travail interne dû aux résistances moléculaires surmontées. La somme $f_0 + h_0$ sera le travail total réellement produit, et nous aurons

$$EQ_0 = 425 Q_0 = f_0 + h_0.$$

Cessons d'ajouter de la chaleur et diminuons graduellement la charge P jusqu'à P_1. Le piston va s'élever lentement, par suite de l'expansion du gaz aqueux; la température tombera de T_0 à $T_1 = \frac{1}{\alpha} + t_1$. Le travail externe dû à la détente sera f_1; mais ce n'est pas non plus à beaucoup près le seul

qui s'opère. J'ai déjà dit que dans ces conditions une partie notable du gaz aqueux se condense en eau qui a sans cesse la température de la vapeur restante; cette vapeur rend donc toute l'énergie qu'elle représentait entre T_0 et T_1; en même temps les molécules du gaz s'écartent et produisent un travail qui coûte de la chaleur. Désignons par h_1 la somme de travail représentée par tous les termes positifs et négatifs de travail interne. La somme $f_1 + h_1$ sera le véritable travail produit par la détente.

Mettons maintenant le bas du cylindre en rapport avec une *source de froid,* de façon à condenser une quantité m de vapeur sous la pression constante P_1. La source de froid va recevoir une quantité de chaleur Q_1, qui au cas particulier aura pour valeur

$$Q_1 = mr_1,$$

r_1 étant la chaleur d'évaporation du liquide répondant à la température T_1.

Comme la condensation a lieu sans changement de température, toute la chaleur Q_1 sera due au travail externe et interne que j'appellerai $(f_2 + h_2)$. Cessons de soustraire de la chaleur et faisons passer la charge du piston de P_1 à P_0. Ainsi que je l'ai dit, la température de toute la masse va s'accroître; quand elle sera devenue T_0, toute la vapeur devra être condensée. Une remarque importante est à faire ici. Nous pouvons, comme il nous plaît, évaporer la totalité ou une partie seulement de l'eau, sous la pression P_0; nous pouvons ensuite détendre en donnant telle valeur finale qui nous plaît à P_1; mais, une fois P_1 et T_1 choisis, les deux opérations suivantes ne dépendent plus de notre volonté. Pour chaque valeur arbitraire que nous adoptons quant à P_1, il n'y a qu'une seule valeur de m et par suite qu'une seule

valeur de Q_1 qui nous permette de n'avoir plus que de l'eau à T_0 quand nous comprimons la vapeur mêlée d'eau et quand la pression est redevenue P_0. Entre les deux premières opérations, il existe en un mot une relation, nécessaire au rendement maximum, qui élimine tout arbitraire dans la marche du cycle fermé. Nous allons l'établir très-aisément.

Appelons F_e le travail externe que nous avons gagné par nos quatre opérations. Il vient tout d'abord

$$F_e = f_0 + f_1 - f_2 - f_3.$$

Mais nous avons vu ailleurs déjà que, quelles que soient les opérations et les transformations que nous faisons subir à un corps, la somme de travail interne qui se dépense pour les accomplir est toujours et totalement restituée quand le corps revient à son état initial. Nous avons donc aussi

$$h_0 + h_1 - h_2 - h_3 = 0.$$

Mais le travail externe gagné est égal à la différence des chaleurs dépensées et retrouvées, multipliée par E ou 425. Nous arrivons ainsi à cinq équations très-simples :

(1) $$f_0 + f_1 - f_2 - f_3 = F_e.$$

(2) $$h_0 + h_1 - h_2 - h_3 = 0.$$

(3) $$E(Q_0 - Q_1) = F_e.$$

(4) $$E(Q_0 - Q_1) = f_0 + h_0 - f_2 - h_2.$$

(5) $$f_0 + h_0 - f_2 - h_2 = F_e.$$

Si nous ajoutons l'une à l'autre (1) et (2) et si nous retranchons (5), il vient

(6) $$f_1 + h_1 = f_3 + h_3.$$

Ainsi, absolument comme nous l'avions trouvé pour notre

corps idéal, il faut que le travail total des deux détentes contraires, sans addition ni soustraction de chaleur, soit nul; ces deux opérations ne servent, la première qu'à abaisser la température de la masse de T_0 à T_1, la seconde (détente négative ou compression) qu'à ramener la température de T_1 à T_0. Elles ne servent, en un mot, *qu'à nous permettre d'user de la différence* $T_0 - T_1$ *dont nous disposons.*

Nous voyons clairement que, étant une fois donnée une dépense Q_0 et par suite étant accompli un travail total $(f_0 + h_0)$, c'est la grandeur $(f_1 + h_1)$ ou l'étendue de la détente sans addition de chaleur qui détermine la grandeur de son égale $(f_3 + h_3)$ ou compression sans soustraction de chaleur; et c'est la grandeur de celle-ci qui, par contre-coup, détermine la valeur que nous devons donner à $f_2 + h_2$ ou à Q_1 ou au cas particulier à m, puisque $Q_1 = mr_1$).

Il est visible que $f_2 + h_2$ est une fonction de $f_3 + h_3$ ou de $f_1 + h_1$, et, comme l'abaissement de température est directement proportionnel à $f_1 + h_1$, il est tout aussi visible que $f_2 + h_2$ est fonction de T. La question est de savoir quelle est l'espèce de ces fonctions. Nous pouvons discuter cette question comme physiciens, au point de vue de la température, ou comme mécaniciens, au point de vue du travail, et cette double discussion va nous conduire au même résultat.

§ II.

Démonstration de la proposition II au point de vue de la Physique.

Plaçons-nous d'abord au premier point de vue.

Si nous considérons le rapport général

$$\frac{F_2}{F_0} = \frac{T_1}{T_0} \quad \text{ou} \quad \frac{F_0 - F_2}{F_0} = \frac{F_e}{F_0} = \frac{T_0 - T_1}{T_0},$$

pour un corps quelconque de l'ordre idéal, nous reconnaissons tout d'abord que des termes $\frac{F_2}{F_0}$ ou $\frac{F_e}{F_0}$ a disparu toute trace d'une loi quelconque présidant au travail total F_0, F_2 et au travail externe $F_e = (F_0 - F_2)$. Ce travail, sans doute, est le résultat de l'intégration $\int p dv$ d'une fonction qui relie d'une manière définie p et v (pression et volume); mais cette fonction s'est éliminée d'elle-même du résultat final. Nous n'avons donc aucune raison plausible pour admettre que le rapport $\frac{F_2}{F_0}$ change avec la nature du travail; ou, pour mieux dire, il nous est démontré que ce rapport est absolument indépendant du *mode* de travail, que F_0 et F_2 consistent tout entiers en travail externe, comme cela a lieu naturellement pour un corps où nous supposons nulles toutes les attractions moléculaires, ou qu'ils constituent de fait la somme d'un travail externe et d'un travail interne, comme il en arrive pour les corps réels : rien absolument ne nous autorise à dire que l'on n'ait pas

$$\frac{F_2}{F_0} = \frac{f_2 + h_2}{f_0 + h_0}.$$

Le rapport, en passant de l'ordre idéal $\frac{F_2}{F_0}$ à l'ordre réel $\frac{f_2 + h_2}{f_0 + h_0}$, ne change que *pour nous*, en ce sens que nous ne connaissons pas directement les valeurs de h ou du travail interne. Pour établir maintenant l'exactitude de l'égalité

$$\frac{F_2}{F_0} = \frac{f_2 + h_2}{f_0 + h_0} = \frac{T_1}{T_0},$$

il nous suffirait, à la rigueur, d'en revenir à notre seule définition de la température. Si l'on appelle température l'*intensité* de la FORCE CALORIQUE dans un corps, il en découle

en effet immédiatement que le travail qu'est capable de rendre ce corps en vertu de cette force est *nécessairement proportionnel à la température*. L'égalité universelle

$$\frac{F_2}{F_0} = \frac{f_2 + h_2}{f_0 + h_0} = \frac{T_1}{T_0},$$

en un mot, devient, en quelque sorte, une nécessité première. Toutefois, pour me conformer à l'esprit général auquel je m'astreins dans cet Ouvrage, pour ne sortir qu'aussi peu que possible de l'ordre expérimental, je pense bien faire en recourant ici à d'autres considérations, et cela n'est pas difficile. Un des faits les mieux acquis en Physique depuis les travaux de M. Regnault, c'est que le coefficient de dilatation des gaz, des vapeurs quelles qu'elles soient, quoique plus ou moins variable, converge vers une valeur constante, commune à tous les corps. Que l'on veuille donc considérer de suite T comme une température absolue, comptée à partir d'un zéro commun, ou que l'on se borne à considérer la valeur $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{0,003665} = 272^\circ,85$ comme la distance qui sépare notre zéro ordinaire du point où l'asymptote de la courbe de dilatation de tous les corps gazeux coupe la ligne sur laquelle nous comptons les températures, toujours est-il que cette distance est la même pour tous les corps, et que, par conséquent, le rapport $\frac{T_1}{T_0}$ est général aussi.

En tenant compte de la diminution qu'éprouve le travail total F_0 ou F_2 par suite de la production d'un travail interne, et en écrivant par conséquent $f_0 + h_0$ et $f_2 + h_2$ au lieu de F_0 et F_2, en nous rappelant de plus que l'emploi de notre terme T n'implique pas du tout que la pression externe exercée par un corps quelconque varie en effet proportionnellement à la température absolue, mais seulement qu'elle

varierait ainsi ***si les actions moléculaires***, et par conséquent le ***travail interne étaient nuls***, nous voyons que l'égalité

$$\frac{(f_0+h_0)-(f_1+h_1)}{(f_0+h_0)}=\frac{T_0-T_1}{T_0},\qquad \text{d'où}\qquad \frac{f_1+h_1}{f_0+h_0}=\frac{T_1}{T_0},$$

s'applique à n'importe quel corps réel, tout comme l'égalité

$$\frac{F_0-F_1}{F_0}=\frac{T_0-T_1}{T_0}$$

s'appliquait seulement à un corps *gazeux idéal*. L'égalité que nous avons reconnue pour un corps idéal subsiste donc rigoureusement dans l'ordre réel.

§ III.

Démonstration de la proposition II, au point de vue de la Mécanique.

Au lieu de discuter comme physiciens, plaçons-nous maintenant au point de vue de la Mécanique pure d'abord.

Dans notre cycle fermé, c'est le travail positif et puis négatif de la détente qui détermine exclusivement l'abaissement et puis l'élévation de température $T_0 - T_1$, ou la différence dont nous disposons pour obtenir le travail externe F_e; si notre rapport

$$\frac{F_e}{EQ_0}=\frac{F_e}{f_0+h_0}=\frac{\Delta T}{T_0}$$

est correct et universel, nous devons avoir

$$\frac{F_e}{f_0+h_0}=\frac{f_1+h_1}{f_m+h_m}=\frac{f_2+h_2}{f_m+h_m},$$

(f_m+h_m) désignant un certain travail de détente capable de

donner la différence totale $T_0 - o = T_0$. C'est donc en réalité l'universalité du rapport

$$\frac{(f_0+h_0)-(f_2+h_2)}{f_0+h_0} = \frac{F_e}{f_0+h_0} = \frac{f_3+h_3}{f_m+h_m}$$

qu'il s'agit de démontrer.

Nos cinq équations

(1) $$f_0+f_1-f_2-f_3 = F_e,$$

(2) $$h_0+h_1-h_2-h_3 = o,$$

(3) $$E(Q_0-Q_1) = F_e,$$

(4) $$E(Q_0-Q_1) = (f_0+h_0)-(f_2+h_2),$$

(5) $$(f_0+h_0)-(f_2+f_2) = F_e$$

sont correctes en toute hypothèse sur la nature du corps soumis à l'action de la chaleur, sur les transformations qu'il éprouve dans son état, passât-il de l'état liquide à l'état de vapeur saturée, puis surchauffée, puis partiellement à l'état solide (détente de la vapeur, par exemple, au-dessous de $0^m,004$ de pression externe en mercure), puis enfin de nouveau à l'état liquide. Le terme h, qui y représente la valeur du travail interne, est loin d'être nécessairement simple comme f : il représente, en général, une somme de termes positifs ou négatifs. Lorsque, par exemple, la vapeur d'eau saturée se condense partiellement pendant qu'elle détend, il s'y opère deux travaux internes tout à fait contraires : l'un positif, donnant lieu à une consommation de calorique et résultant de l'accroissement de distance des parties ; l'autre négatif, donnant lieu à une production de calorique, et résultant du rapprochement considérable des parties qui se résolvent en liquide. L'emploi d'un terme unique représentant la

somme de tous ces travaux, si variés qu'ils soient, est correct. parce qu'à ces travaux répond toujours réellement une production ou une disparition de chaleur, et que la quantité effective de cette chaleur peut, à son tour, être traduite en un travail interne équivalent.

Cela posé, *il est toujours possible de concevoir un corps idéal, homogène, qui réponde rigoureusement aux formes réelles les plus complexes que peut affecter un corps réel, homogène (gaz) ou hétérogène (eau et vapeur) pendant son passage par le cycle fermé du travail maximum ; et si, dans la suite des équations que nous construisons, nous n'introduisons aucune hypothèse, aucune loi particulière arbitraire, les résultats finaux auxquels elles nous conduisent répondront à la réalité d'une façon aussi fidèle que si nous avions opéré effectivement sur tel ou tel corps particulier.*

En partant de ce principe dont, au cas particulier, la légitimité ressortira de plus en plus, nous pouvons représenter nos quatre sommes

$$(f_0+h_0),\quad (f_1+h_1),\quad (f_2+h_2),\quad (f_3+h_3)$$

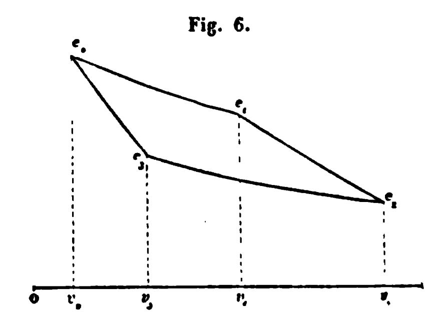
par quatre intégrales

$$\int_{e_0}^{e_1} e\,dv,\quad \int_{e_1}^{e_2} e\,dv,\quad \int_{e_2}^{e_3} e\,dv,\quad \int_{e_3}^{e_0} e\,dv,$$

dans lesquelles : 1° v représente, non pas du tout le *volume apparent* du corps, mais un certain volume, d'ailleurs inconnu pour le moment, répondant aux distances moyennes des molécules et pouvant, à la rigueur, *diminuer* quand le volume apparent *s'accroît ;* 2° e représente la somme moyenne des résistances externes et internes qui s'opposent aux variations de v et que surmonte la force calorique, quand v s'accroît. Il importe expressément de se rappeler ces définitions. Par

concision, et provisoirement, j'appellerai v *volume interatomique* des corps, et e *pression totale*. Nous verrons dans un autre Chapitre ces dénominations justifiées et passer du provisoire au définitif. On m'a objecté que ces définitions reposent sur une hypothèse; je ferai remarquer ici déjà qu'on pose, au contraire, une hypothèse en admettant *a priori* que, quand un corps change de volume apparent, toutes ses parties *à la fois* croissent ou décroissent; il n'y aurait d'hypothétique que la valeur particulière qu'on voudrait dès à présent adjuger à v par rapport au volume apparent V. En ce

Fig. 6.



qui concerne la résistance moyenne e, il n'y a rien qui ressemble, même de loin, à une hypothèse, lorsque je la traduis, comme dénomination et comme nombre, en une pression qui s'exerce uniformément en tous sens, comme celle des gaz et des liquides.

Pour plus de clarté encore, rapportons (*fig.* 6) nos diverses grandeurs à un système de coordonnées rectangulaires, dans lequel les e sont les coordonnées, et les v les abscisses, de telle sorte qu'on ait

$$o\,v_0 = v_0,\quad o\,v_1 = v_1,\quad o\,v_2 = v_2,\quad o\,v_3 = v_3,$$
$$v_0 e_0 = e_0,\quad v_1 e_1 = e_1,\quad v_2 e_2 = e_2,\quad v_3 e_3 = e_3.$$

Les courbes $e_0 e_1$, $e_1 e_2$, $e_2 e_3$, $e_3 e_0$ répondant chacune aux

lois qui relient e et v pendant les quatre périodes du cycle, les quatre intégrales du travail répondront aux surfaces des quatre quadrilatères $v_0 e_0 e_1 v_1$, $v_1 e_1 e_2 v_2$, $v_2 e_2 e_3 v_3$, $v_3 e_3 e_0 v_0$; et la somme de ces surfaces prises avec leurs signes convenables sera la surface $e_0 e_1 e_2 e_3$, répondant au travail externe gagné.

Pour légitimer cette manière idéale de représenter les phénomènes, il suffira de discuter son application à un cas où, à première vue, elle semble impossible, absurde, au cas d'un liquide qui, dans la première période, passe à l'état de vapeur, au cas de nos machines à vapeur en un mot.

C'est à la période d'admission dans le cylindre que répond ici la première période du cycle fermé. Le corps qui se dilate (et énormément au cas particulier) reste à la même température selon les conditions du maximum de rendement; mais il reste de plus à la même *pression externe*. Tant que l'eau est à l'état liquide, et dès qu'elle est à l'état de vapeur, il ne s'y opère plus aucun changement de volume (dans la chaudière s'entend); chacune des parties infinitésimales qui composent la masse de vapeur consommée par un coup de piston passe *successivement* en vapeur, mais semble y passer *subitement;* elles subissent, les unes après les autres, et *brusquement* en apparence, un changement d'état, phénomène que beaucoup de physiciens encore considèrent comme un *saut brusque* ne laissant plus la moindre analogie entre les propriétés antérieures et postérieures du corps qui le subit. On ne voit pas le moins du monde, à première vue, comment nous pouvons assimiler ce phénomène à celui de l'expansion à température constante d'un gaz parfait ou même d'un de nos gaz quelconques, employé dans les machines appelées *caloriques;* on ne voit pas comment, à la pression constante de notre chaudière, nous pouvons sans contre-sens substituer une variable e

représentant une force à intensité décroissante, comme le suppose et le montre explicitement la courbe $e_0 e_1$.

Il va cependant nous être facile de reconnaître que ces différences si grandes entre les deux phénomènes ne reposent que sur des apparences et, j'ajoute, que sur une erreur de Physique qu'on devrait pouvoir considérer comme surannée.

Lorsque nous chauffons graduellement un corps solide quelconque (non chimiquement décomposable par la chaleur), il commence par se dilater, puis il fond, il passe à l'état liquide : sa température pendant toute la durée de ce phénomène reste en général constante. Le liquide à son tour se dilate et de plus en plus rapidement, à mesure que sa température s'élève ; puis arrive un moment où il bout, où il se gazéifie, sans changer désormais de température. Ce moment, comme on sait, dépend, pour chaque corps en particulier, de la pression externe à laquelle le corps est soumis. A mesure que la pression augmente, le point d'ébullition s'élève ; mais ce phénomène est accompagné de deux autres : le liquide se dilate de plus en plus avant d'atteindre le point d'ébullition, le volume de l'unité de poids augmente ; en même temps la densité de la vapeur produite s'accroît, et en général très-rapidement, le volume de l'unité de poids de cette vapeur diminue. En d'autres termes, à mesure que la pression externe grandit et que la température d'ébullition s'élève, les volumes de l'unité de poids du liquide et de l'unité de poids de la vapeur *se rapprochent*, et *pour une certaine pression ils deviennent égaux*. Les expériences de Cagniard-Latour ont mis hors de doute qu'il existe pour chaque liquide une pression telle, que le corps suffisamment chauffé, au lieu de bouillir et de se gazéifier subitement par parties, passe dans toute sa masse à l'état de vapeur. Le saut brusque, en un mot, est aboli. Il n'y a aucune raison plausible pour ad-

mettre que, dans ces conditions particulières de pression tout au moins, la dilatation du liquide n'a pas lieu suivant une même loi parfaitement régulière, à partir du volume initial (quelconque) jusqu'à v, *volume maximum* où le corps est tout aussi bien un gaz qu'un liquide. Si, à partir de cet état de température, de volume et de pression totale, nous diminuons graduellement la pression externe, soit en ajoutant assez de chaleur pour maintenir la température constante, soit en ajoutant ou retranchant ce qu'il faut de chaleur pour maintenir la vapeur à l'état saturé, l'expansion se fera encore suivant des lois parfaitement régulières. Dans le second cas, par exemple, dans celui où la température correspond toujours à l'état de saturation, le volume de la vapeur, en grandissant, passera nécessairement par toutes les valeurs qu'il aurait si le liquide s'évaporait aux pressions externes et aux températures constantes, répondant à ces valeurs.

Qu'y aura-t-il de changé si des conditions particulières où nous avions placé le liquide nous passons au cas infiniment plus général où l'évaporation se fait sous l'une quelconque de ces pressions externes et de ces températures constantes bien inférieures à celles qui répondent au *volume maximum?* Désignons ce dernier par v_m; désignons par v_0 le volume interatomique du corps à l'état liquide et par V_0 celui qu'il a à l'état de vapeur.

1° En premier lieu, il est visible que le chemin parcouru par les atomes est absolument le même, soit qu'ils franchissent *les uns après les autres*, mais d'*un coup*, l'intervalle qui répond à la différence de volume $V_0 - v_0$, comme il arrive pendant l'évaporation, soit qu'ils franchissent *tous à la fois*, mais graduellement, l'intervalle qui répond à la différence $(v_m - v_0)$, et puis celui qui répond à $(V_0 - v_m)$.

2° En second lieu, ni la pression externe qui s'exerce sur un

corps, ni la température ou la quantité de chaleur présente dans un corps ne peuvent changer quoi que ce soit à l'intensité des forces (quelconques d'ailleurs) qui tendent à rapprocher ou à éloigner les parties. La pression externe ne fait que s'ajouter à ces forces, la chaleur ne fait que les surmonter, lorsque le volume change.

De quelque manière que le corps passe du volume interatomique v_0 au volume interatomique V_0 qu'il représente à l'état de vapeur, le travail interne est donc nécessairement le même pour chaque molécule considérée isolément. La seule différence qu'il y ait absolument entre l'évaporation ordinaire et celle de l'expérience de Cagniard-Latour, c'est que dans la dernière le même travail a lieu pour toutes les parties à la fois et graduellement, tandis que dans la première il a lieu successivement et subitement pour chaque partie distincte.

Une même loi de continuité (quelconque d'ailleurs) régit, en un mot, les corps à l'état solide, à l'état liquide et à l'état gazeux : c'est ce qui ressortira de mieux en mieux de notre exposition; et si un saut brusque semble exister entre ces trois états, il faut simplement en conclure qu'il existe, en général, pour chaque corps, trois distances atomiques pour lesquelles la *force calorique* fait exactement équilibre à tout l'ensemble des autres forces qui sollicitent les parties à se rapprocher. Je dis en général : le fait n'est pas, il s'en faut, sans exception; il existe un grand nombre de corps qui, avant de se liquéfier, se ramollissent et passent à l'état de *fluidité pâteuse*. Il est bien probable que, lorsqu'on étudiera de très-près le passage de l'état liquide à l'état gazeux, on trouvera aussi des exceptions de ce genre.

Des considérations précédentes il résulte clairement que nous pouvons, comme je l'ai dit, remplacer, sans aucune erreur possible, un corps réel, dont les parties passent les

unes après les autres et *d'un coup* de l'état liquide à l'état gazeux, par *un corps idéal,* dont le volume initial interatomique est égal à celui du liquide, et qui passe *dans toute sa masse à la fois* à un volume interatomique égal à celui de la vapeur du corps réel, en surmontant les mêmes résistances que chaque particule, considérée isolément, du corps réel. Cette représentation, toujours correcte théoriquement, tire de l'examen attentif que nous avons présenté des phénomènes un caractère de réalité physique qui a ici une très-grande valeur.

Mais ce que nous venons de dire de la première période du cycle fermé s'applique, à plus forte raison, aux trois autres. Reprenons donc nos quatre équations

$$f_0 + h_0 = \int_{e_0}^{e_1} e\,dv, \quad f_1 + h_1 = \int_{e_1}^{e_2} e\,dv,$$

$$f_2 + h_2 = \int_{e_2}^{e_3} e\,dv, \quad f_3 + h_3 = \int_{e_3}^{e_0} e\,dv.$$

Plusieurs remarques très-claires se présentent d'elles-mêmes à l'esprit :

1° Les deux dernières intégrales, qui répondent nécessairement à un travail négatif, peuvent être prises en sens inverse et s'écrire

$$f_2 + h_2 = \int_{e_3}^{e_2} e\,dv, \quad f_3 + h_3 = \int_{e_0}^{e_3} e\,dv,$$

pourvu que nous les affections du signe —. Il vient ainsi

$$\int_{e_0}^{e_1} e\,dv - \int_{e_3}^{e_2} e\,dv = F_e = E(Q_0 - Q_1),$$

et, comme nous avons séparément aussi

$$\int_{e_0}^{e_1} e\,dv = EQ_0, \quad \int_{e_3}^{e_2} e\,dv = + EQ_1,$$

il vient, en divisant membre à membre,

$$\frac{\displaystyle\int_{e_0}^{e_1} e\,dv - \int_{e_1}^{e_2} e\,dv}{\displaystyle\int_{e_0}^{e_1} e\,dv} = \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0}.$$

2° L'intensité totale des forces internes et externes qui, à chaque instant, agissent sur les parties sont des fonctions, *quelconques* d'ailleurs pour le moment, du *volume interatomique* que représente à chaque instant aussi le corps. Je dis *quelconques :* ceci ne peut cependant pas être pris dans un sens aussi général qu'il semble d'abord. Si nous raisonnons, en effet, comme physiciens, nous voyons que e est toujours assujetti à *diminuer* quand v *s'accroît;* nous voyons de plus qu'il s'agit ici d'une fonction qui lie deux rapports et non deux grandeurs prises absolument. On a, en un mot,

$$e = e_0 \varphi_0 \left(\frac{v_0}{v}\right),$$

e_0 étant la somme totale des intensités des forces répondant au volume v_0.

Il résulte de là

$$f_0 + h_0 = \quad e_0 \int_{v_0}^{v_1} \varphi_0 \left(\frac{v_0}{v}\right) dv, \quad f_1 + h_1 = \quad e_1 \int_{v_1}^{v_2} \varphi_1 \left(\frac{v_1}{v}\right) dv,$$

$$f_2 + h_2 = -e_3 \int_{v_3}^{v_2} \varphi_2 \left(\frac{v_3}{v}\right) dv, \quad f_3 + h_3 = -e_0 \int_{v_0}^{v_0} \varphi_3 \left(\frac{v_0}{v}\right) dv.$$

Je suppose, pour toute la généralité possible, que les quatre fonctions φ_0, φ_1, φ_2, φ_3 sont différentes entre elles. Nous allons voir bientôt ce qui en est.

3° Posons

$$\left(\frac{v_n}{v}\right) = \frac{1}{z},$$

d'où

$$v_n z = v \quad \text{et} \quad dv = v_n dz.$$

Il en résulte généralement

$$\varphi\left(\frac{v_n}{v}\right) dv = v_n \int \varphi\left(\frac{1}{z}\right) dz = v_n \varphi' \frac{1}{z} + c.$$

En remettant à la place de $\frac{1}{z}$ ses diverses valeurs successives $\frac{v_0}{v}$, $\frac{v_1}{v}$, $\frac{v_3}{v}$, $\frac{v_0}{v}$, et prenant les intégrales entre les limites indiquées, on a

$$f_0 + h_0 = \quad a e_0 v_0 \left[\varphi'_0\left(\frac{v_1}{v_0}\right) - \varphi' \, 1\right],$$

$$f_1 + h_1 = \quad b e_1 v_1 \left[\varphi'_1\left(\frac{v_2}{v_1}\right) - \varphi'_1 \, 1\right],$$

$$f_2 + h_2 = - c e_3 v_3 \left[\varphi'_2\left(\frac{v_2}{v_3}\right) - \varphi'_2 \, 1\right],$$

$$f_3 + h_3 = - d e_0 v_0 \left[\varphi'_3\left(\frac{v_3}{v_0}\right) - \varphi'_3 \, 1\right],$$

a, b, c, d étant quatre coefficients qui dépendent de la nature des fonctions.

Cherchons maintenant les points de communauté de ces quatre systèmes d'équations.

Par la nature et les conditions du cycle fermé, deux des quatre termes v_0, v_1, v_2, v_3 ou e_0, e_1, e_2, e_3 sont connus, quand une fois nous avons choisi les valeurs des deux autres. Dès que nous avons adopté les valeurs de v_0 et v_1 ou de e_0 et e_1 par exemple, v_2, v_3, e_2, e_3 ne peuvent plus avoir chacun qu'une seule valeur qui satisfasse aux conditions du phénomène complet ; mais, en ce qui concerne les deux termes dont nous disposons, nous pouvons leur donner toutes les valeurs qui nous conviennent.

Si, pour plus de clarté, nous revenons à notre représentation graphique du cycle fermé (*fig.* 6), nous pouvons, sur la courbe de détente sans addition de chaleur $e_1 e_2$, arrêter l'opération aussi près ou aussi loin qu'il nous plaît de la courbe de détente, avec addition de chaleur $e_0 e_1$; et de même, étant une fois adoptée une détente $e_1 e_2$, nous pouvons la commencer aussi loin ou aussi près qu'il nous plaît de l'origine e_0; nous pouvons faire que $e_1 e_2$ ne soit qu'à une distance infiniment petite de $e_0 e_3$. La condition formelle partout imposée, c'est que l'on ait $(v_0 e_0 e_3 v_3) = (v_1 e_1 e_2 v_2)$. En d'autres termes plus clairs encore, nous pouvons, entre $e_0 e_1$ et $e_3 e_2$ tout comme entre $e_0 e_3$ et $e_1 e_2$, mener une infinité de courbes qui diffèrent les unes des autres par gradation infinitésimale. La courbe $e_3 e_2$ est donc de même espèce que $e_0 e_1$, quelque étendue que nous donnions à $e_1 e_2$; et la courbe $e_1 e_2$ est de même espèce que $e_0 e_3$, quelque étendue que nous donnions à $e_0 e_1$.

Les fonctions φ_0 et φ_2 sont donc semblables; il en est de même de φ'_0 et φ'_2, de φ_1 et φ_3, de φ'_1 et φ'_3. Par conséquent, dans nos quatre intégrales définies, on a

$$a = c, \quad b = d,$$

et il vient

$$\left.\begin{aligned} f_0 + h_0 &= \, a e_0 v_0 \left[\varphi'_0\left(\frac{v_1}{v_0}\right) - \varphi'_0\, 1\right], \\ f_2 + h_2 &= \, a e_3 v_3 \left[\varphi'_0\left(\frac{v_2}{v_3}\right) - \varphi'_0\, 1\right], \end{aligned}\right\} \text{1}^{\text{re}} \text{ et 3}^{\text{e}} \text{ période;}$$

$$\left.\begin{aligned} f_1 + h_1 &= + b e_1 v_1 \left[\varphi'_1\left(\frac{v_2}{v_1}\right) - \varphi'_1\, 1\right], \\ f_3 + h_3 &= + b e_0 v_0 \left[\varphi'_1\left(\frac{v_3}{v_0}\right) - \varphi'_1\, 1\right], \end{aligned}\right\} \text{2}^{\text{e}} \text{ et 4}^{\text{e}} \text{ période.}$$

Voyons maintenant si, entre v_0, v_1, v_2, v_3, il n'existe pas

aussi une relation forcée qui nous permette de simplifier plus encore.

La condition formelle du cycle fermé, c'est qu'à la fin de la quatrième opération (compression sans soustraction de chaleur) le corps revienne sous tous les rapports à son état primitif. Ainsi que je l'ai déjà dit, nous pouvons prendre arbitrairement v_0 et v_1; mais ces *volumes interatomiques* (ou écartements moléculaires) une fois choisis, il n'y a plus pour v_2, tout comme pour v_3, qu'une seule valeur qui puisse satisfaire à la condition indiquée. Pour plus de généralité, nous avons admis

$$e = e_0\varphi_0\left(\frac{v_0}{v}\right),\ 1^{\text{re}}\ \text{période};$$

$$e = e_1\varphi_1\left(\frac{v_1}{v}\right),\ 2^{\text{e}}\ \text{période};$$

$$e = e_2\varphi_2\left(\frac{v_2}{v}\right),\ 3^{\text{e}}\ \text{période};$$

$$e = e_3\varphi_3\left(\frac{v_3}{v}\right),\ 4^{\text{e}}\ \text{période}.$$

Nous avons trouvé φ_2 identique à φ_0 et φ_3 à φ_1. Les conditions du cycle fermé nous donnent maintenant, en outre :

$$\left.\begin{array}{ll}(a) & e_1 = e_0\varphi_0\left(\frac{v_0}{v_1}\right),\\ (b) & e_2 = e_3\varphi_0\left(\frac{v_3}{v_2}\right),\end{array}\right\}\ 1^{\text{re}}\ \text{et}\ 3^{\text{e}}\ \text{période};$$

$$\left.\begin{array}{ll}(c) & e_2 = e_1\varphi_1\left(\frac{v_1}{v_2}\right),\\ (d) & e_3 = e_0\varphi_1\left(\frac{v_0}{v_3}\right),\end{array}\right\}\ 2^{\text{e}}\ \text{et}\ 4^{\text{e}}\ \text{période}.$$

Divisons (a) par (d) et (b) par (c); il en résulte

$$\frac{\varphi_0\left(\frac{v_0}{v_1}\right)}{\varphi_1\left(\frac{v_0}{v_3}\right)} = \frac{\varphi_0\left(\frac{v_3}{v_2}\right)}{\varphi_1\left(\frac{v_1}{v_2}\right)}.$$

Pour que cette égalité subsiste, il faut et il suffit qu'on ait séparément

$$\varphi_0\left(\frac{v_0}{v_1}\right)=\varphi_0\left(\frac{v_3}{v_2}\right) \quad \text{et} \quad \varphi_1\left(\frac{v_0}{v_3}\right)=\varphi_1\left(\frac{v_1}{v_2}\right).$$

Supposons, en effet, $\frac{v_0}{v_1} <$ ou $> \frac{v_3}{v_2}$, et posons

$$\frac{v_3}{v_2}=a\frac{v_0}{v_1},$$

a étant un coefficient plus petit ou plus grand que 1. Il vient, en divisant par v_3 et en multipliant par v_1,

$$\frac{v_1}{v_2}=a\frac{v_0}{v_3},$$

d'où

$$\frac{\varphi_0\left(\frac{v_0}{v_1}\right)}{\varphi_1\left(\frac{v_0}{v_3}\right)}=\frac{\varphi_0\left[a\left(\frac{v_0}{v_1}\right)\right]}{\varphi_1\left[a\left(\frac{v_0}{v_3}\right)\right]},$$

ce qui est absurde pour tout autre cas que $a=1$, puisque cela suppose que $\varphi_0\left(a\frac{v_0}{v_1}\right)$ et $\varphi_1\left(a\frac{v_0}{v_3}\right)$ conservent le même rapport, si l'on fait varier $\frac{v_0}{v_1}$ et $\frac{v_0}{v_3}$ dans un rapport commun. On a donc, comme je l'ai dit,

$$\varphi_0\left(\frac{v_0}{v_1}\right)=\varphi_0\left(\frac{v_3}{v_2}\right) \quad \text{et} \quad \varphi_1\left(\frac{v_0}{v_3}\right)=\varphi_1\left(\frac{v_1}{v_2}\right),$$

d'où

$$\frac{v_0}{v_1}=\frac{v_3}{v_2}.$$

De cette égalité il résulte

$$f_0+h_0=ae_0v_0\left[\varphi_0\left(\frac{v_0}{v_1}\right)-\varphi_0 1\right],$$

$$f_2+h_2=a_0e_3v_3\left[\varphi_0\left(\frac{v_0}{v_1}\right)-\varphi_0 1\right],$$

et, par conséquent, en retranchant l'une de l'autre et divisant par la première,

$$\frac{(f_0 + h_0) - (f_2 + h_2)}{(f_0 + h_0)} = \frac{e_0 v_0 - e_3 v_3}{e_0 v_0}.$$

Mais nous avons vu que

$$\frac{(f_0 + h_0) - (f_2 + h_2)}{(f_0 + h_0)} = \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} = \frac{AF_e}{Q_0};$$

il en résulte

$$\frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} = \frac{AF_e}{Q_0} = \frac{e_0 v_0 - e_3 v_3}{e_0 v_0}.$$

Occupons-nous maintenant de l'une ou de l'autre des périodes *équivalentes* de détente ou de compression sans addition ni soustraction de chaleur. La quatrième, par exemple, a pour expression

$$f_3 + h_3 = -\, b e_0 v_0 \left[\varphi'_1 \left(\frac{v_3}{v_0}\right) - \varphi'_1 1\right].$$

Nous pouvons en changer complétement la forme, sans rien altérer au fond.

1° Puisque l'on a

$$e = e_0 \varphi_1 \left(\frac{v_0}{v}\right) \quad \text{ou} \quad \frac{e}{e_0} = \varphi_1 \left(\frac{v_0}{v}\right),$$

nous pouvons d'abord remplacer $\varphi'_1 \left(\frac{v_3}{v_0}\right)$ par une réciproque φ_2, et il vient

$$f_3 + h_3 = -\, b e_0 v_0 \left[\varphi_2 \left(\frac{e_3}{e_0}\right) - \varphi_2 1\right].$$

2° Au lieu de comprimer de e_3 à e_0, laissons, au contraire, détendre de e_0 jusqu'à $e = 0$, et puis de e_3 jusqu'à $e = 0$. En

désignant par X_0 et X_1 le travail positif donné par ces deux opérations, il vient

$$X_0 = be_0 v_0 \left[\varphi_2\left(\frac{0}{e_0}\right) - \varphi_2 1\right],$$

$$X_1 = be_3 v_3 \left[\varphi_2\left(\frac{0}{e_3}\right) - \varphi_2 1\right].$$

Il est clair tout d'abord qu'on a

$$-(f_3 + h_3) = -(X_0 - X_1)$$

ou

$$be_0 v_0 \left[\varphi_2\left(\frac{0}{e_0}\right) - \varphi_2 1\right] - be_3 v_3 \left[\varphi_2\left(\frac{0}{e_3}\right) - \varphi_2 1\right].$$

En divisant par X_0 la différence $X_0 - X_1$, on a

$$\frac{X_0 - X_1}{X_0} = \frac{e_0 v_0 \left[\varphi^2\left(\frac{0}{e_0}\right) - \varphi_2 1\right] - e_3 v_3 \left[\varphi_2\left(\frac{0}{e_3}\right) - \varphi_2 1\right]}{e_0 v_0 \left[\varphi_2\left(\frac{0}{e_0}\right) - \varphi_2 1\right]}$$

ou, plus simplement,

$$\frac{X_0 - X_1}{X_0} = \frac{e_0 v_0 - \alpha e_3 v_3}{e_0 v_0}.$$

En posant

$$\alpha = \frac{\varphi_2\left(\frac{0}{e_3}\right) - \varphi_2 1}{\varphi_2\left(\frac{0}{e_0}\right) - \varphi_2 1},$$

je dis qu'on a toujours et nécessairement $\alpha = 1$.

Remarquons que e_0 et e_3 sont des valeurs finies et déterminées; on a donc en tout cas

$$\frac{0}{e_0} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{0}{e_3} = 0.$$

Il résulte de là

$$\alpha = \frac{\varphi_2 0 - \varphi_2 1}{\varphi_2 0 - \varphi_2 1};$$

il y a donc égalité tout au moins *apparente* entre le numérateur et le dénominateur. La question est de savoir s'il ne s'agit, en effet, que d'une apparence, et s'il est possible d'aboutir à une indétermination telle que celle des rapports

$$\alpha = \frac{0}{0}, \quad \alpha = \frac{\infty}{\infty},$$

lorsqu'on y considère zéro et ∞ à un point de vue tout à fait général.

1° En premier lieu, et si dans la discussion nous restons *physiciens,* il est clair pour nous qu'on ne saurait avoir $\varphi_2 0 - \varphi_2 1 = 0$, car il viendrait

$$be_0 v_0 = 0 \quad \text{et} \quad be_1 v_1 = 0,$$

d'où

$$f_1 + h_1 = -b(e_0 v_0 - e_1 v_1) = 0,$$

résultat absurde, puisqu'il en découlerait qu'un corps peut ne pas donner de travail lorsqu'il se détend en surmontant un effort fini e.

2° Mais la nature de nos zéros $\frac{0}{e_0}$ et $\frac{0}{e_1}$ ne peut être douteuse; nos deux paires de fractions

$$\frac{0}{e_0} \text{ et } \frac{e_0}{e_0}, \quad \frac{0}{e_1} \text{ et } \frac{e_1}{e_1}$$

dérivent, en effet, de deux paires de rapports

$$\frac{e_0 - e}{e_0} \text{ et } \frac{e}{e_0}, \quad \frac{e_1 - e}{e_1} \text{ et } \frac{e}{e_1},$$

dans lesquels e a passé par toutes les grandeurs possibles, depuis $e = 0$ jusqu'à $e = e_0$ et $e = e_1$. Les zéros $\frac{e = 0}{e_0}$ et $\frac{e = 0}{e_1}$ sont donc ici des limites aussi bien déterminées que l'unité $\frac{e_1}{e_1}$

et $\frac{e_3}{e_3}$. Le zéro est identiquement le même dans $\varphi_2\left(\frac{o}{e_0}\right)$ que dans $\varphi_2\left(\frac{o}{e_3}\right)$, et l'on a, par suite, l'égalité absolue

$$\varphi_2\left(\frac{o}{e_0}\right) - \varphi_2\left(\frac{e_0}{e_0}\right) = \varphi_2\left(\frac{o}{e_3}\right) - \varphi_2\left(\frac{e_3}{e_3}\right).$$

Il en résulte, comme je l'ai dit, $\alpha = 1$ et, par conséquent,

$$\frac{X_0 - X_1}{X_0} = \frac{e_0 v_0 - e_3 v_3}{e_0 v_0},$$

valeur absolument identique à celle que nous avons trouvée ci-dessus pour $\frac{AF_e}{Q_0}$, ou $\frac{F_e}{f_0 + h_0}$, ou $\frac{Q_0 - Q_1}{Q_0}$. En un mot, on a

$$\frac{X_0 - X_1}{X_0} = 1 - \frac{X_1}{X_0} = \frac{F_e}{f_0 + h_0} = \frac{(f_0 + h_0) - (f_2 + h_2)}{f_0 + h_0} = 1 - \frac{f_2 + h_2}{f_0 + h_0};$$

mais nous avons

$$\frac{X_0 - X_1}{X_0} = \frac{f_1 + h_1}{X_0} = \frac{f_3 + h_3}{X_0},$$

d'où il résulte

$$\frac{f_3 + h_3}{X_0} = \frac{f_1 + h_1}{X_0} = \frac{F_e}{f_0 + h_0}.$$

Ainsi, en langage ordinaire :

« Le travail externe gagné à la fin du cycle fermé est au travail total (interne et externe) de la première période comme le travail total (interne et externe), que donne et que recoûte la détente positive et négative des deuxième et quatrième périodes, est au travail total (interne et externe) que rendrait ou que coûterait la détente opérée de la pression totale e_0 à une pression nulle. »

Si nous nous reportons à notre *fig.* 6, nous avons, comme

il a été dit,

$$F_e = (e_0 e_1 e_2 e_3), \quad f_0 + h_0 = (v_0 e_3 e_1 v_1),$$
$$f_3 + h_3 = v_0 e_0 e_3 v_3, \quad X_0 = v_0 e_0 v_x,$$

ov_x étant le volume interatomique qui répond à $e = o$ et que nous n'avons nullement à chercher ici; et l'on a, par conséquent,

$$(e_0 e_1 e_2 e_3) : (v_0 e_0 e_1 v_1) :: (v_0 e_0 e_3 v_3) : v_0 e_0 v_x.$$

Ainsi le travail positif et puis négatif représenté par les surfaces $v_1 e_1 e_2 v_2$ et $v_0 e_0 e_3 v_3$ ne sert qu'à diminuer la surface $v_3 e_3 e_2 v_2$ par rapport à $v_0 e_0 e_1 v_1$ et à rendre *possible* la différence *définitive* $(v_0 e_0 e_1 v_1) - (v_3 e_3 e_2 v_2) = e_0 e_1 e_2 e_3$, et il y a proportionnalité pure et simple entre $v_0 e_0 e_3 v_3$, ou $v_1 e_1 e_2 v_2$ et $e_0 e_1 e_2 e_3$, $v_0 e_0 e_1 v_1$ et $v_0 e_0 v_x$ (ou le travail de la détente maximum sans addition de chaleur).

Mais, au point de vue physique des phénomènes, le travail positif $f_1 + h_1$, qui se fait exclusivement aux dépens de la *Chaleur* du corps, ne peut avoir pour résultat exclusif aussi qu'un abaissement proportionnel de température; et de même le travail négatif $f_3 + h_3$ employé à reproduire intégralement la chaleur consommée par $f_1 + h_1$ ne peut avoir pour résultat exclusif aussi qu'une élévation proportionnelle de la température.

Il suit de là qu'en toute hypothèse le travail externe gagné à la fin du cycle fermé est proportionnel à la différence des températures déterminée par le travail $(f_1 + h_1)$ et $(f_3 + h_3)$, et qu'on a

$$F_e : F'_e :: T_0 - T_1 : T_0 - T'_1.$$

La discussion ne peut porter que sur la validité du terme X_0 qui suppose nécessairement fini le travail total que peut

donner un corps qui se détendrait sans addition ni soustraction de chaleur de e_0 à $e = 0$, c'est-à-dire depuis une somme de résistance finie jusqu'à un degré où toute résistance externe et interne est devenue nulle. Ce qui est évident déjà par soi-même, c'est que e ne peut devenir réellement nul que pour une température nulle aussi. Il s'ensuit que, si X_0 est une grandeur finie, ce travail répondra à une différence de température finie : il répondra à $T_0 = T_0 - 0$, température qui ne sera autre chose que la distance de t au zéro absolu ; et réciproquement, si $t + x = T_0$ est une température finie, X_0 aura une valeur finie aussi.

§ IV.

Conclusion.

En partant de deux points de vue, l'un exclusivement physique, l'autre purement mécanique, et en raisonnant sur un corps idéal homogène, nous sommes arrivés à un seul et même résultat. Mais, en substituant un corps idéal à un corps réel, nous avons fait abstraction de toute propriété particulière qui aurait pu *particulariser* aussi les résultats, et nous avons vu finalement disparaître des équations jusqu'aux dernières traces de ce qu'on aurait pu regarder comme des lois conçues *a priori* : nous pouvons donc considérer le résultat obtenu comme vrai généralement, comme universel.

Les rapports, au fond tous équivalents,

$$\frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} = \frac{AF_e}{Q_0} = \frac{F_e}{f_0 + h_0} = \frac{\Delta T}{T_0},$$

$$\frac{Q_1}{Q_0} = \frac{f_1 + h_1}{f_0 + h_0} = \frac{T_1}{T_0},$$

$$\frac{f_1 + h_1}{X_0} = \frac{F_e}{f_0 + h_0},$$

qui constituent la seconde proposition de la Thermodynamique, peuvent être, dans leur existence universelle, admis comme aussi bien démontrés que n'importe laquelle de nos lois de Physique ou de Mécanique.

Le seul côté sur lequel peut se porter encore la discussion, c'est de savoir si T, ou ce que nous avons appelé la température absolue, constitue quelque chose de réel et n'est pas simplement un être hypothétique. C'est par ici que la seconde proposition rentre sur le terrain expérimental. Nous avons reconnu aisément que cette proposition n'est pas susceptible d'une vérification directe. Il est tout aussi clair que jamais, par aucun procédé direct, nous ne pourrons nous assurer de l'existence d'un zéro absolu; mais lorsque, comme je l'ai déjà dit bien plus haut, nous verrons que la Thermodynamique nous permet de déterminer rigoureusement la densité des vapeurs, toutes les lois de la détente et de la compression, etc., etc., à l'aide d'équations dans lesquelles les valeurs assignées à la température absolue entrent comme facteurs principaux, nous en conclurons immédiatement que l'existence de cette température est une réalité, et nous conclurons aussi, par contre-coup, que la seconde proposition est démontrée expérimentalement d'une manière tout à fait suffisante, quoique indirecte.

CHAPITRE III.

DIGRESSION SUR LE CARACTÈRE PARTICULIER DE LA PROPOSITION II ET SUR LES DIVERSES DÉMONSTRATIONS QUI EN ONT ÉTÉ DONNÉES.

Par la forme comme par le fond, la PROPOSITION II diffère singulièrement de la PROPOSITION I. Celle-ci est facilement saisissable dans son énoncé et dans ses conséquences ; elle établit un rapport défini et unique entre la chaleur et le travail, entre deux choses dont, il est vrai, nous pouvons ignorer la nature intime, mais que tout le monde conçoit du moins à titre de grandeurs susceptibles de variation et de mesure précise. Celle-là renferme un élément de plus, la température; élément qui, déjà assez difficile à bien définir en lui-même, a pris dans la science moderne un caractère nouveau, par l'épithète d'*absolue* qu'il faut y ajouter. Par des raisons supérieures, la démonstration de l'une ne peut être qu'expérimentale, mais elle est directe; par des raisons en quelque sorte matérielles, la démonstration expérimentale de l'autre ne saurait être qu'indirecte. L'une est complétement moderne et trace une ligne de démarcation précise entre deux périodes du développement des sciences physiques; l'autre, au contraire, établit un trait d'union entre les deux périodes.

Dans l'ancienne Physique, et alors que les impondérables étaient considérés comme des substances assimilables à la matière, mais seulement plus rares, plus ténues, plus subtiles qu'elle, la quantité de calorique (par exemple) présente dans l'espace et dans la totalité des corps était nécessairement ré-

putée invariable ; il ne pouvait y avoir entre les divers corps que des échanges de chaleur, et, par suite, des transports de chaleur d'un point à un autre. On admettait, en outre, sans qu'il fût à la vérité possible de dire pourquoi, que la quantité de chaleur contenue dans chaque corps est inépuisable.

Dans la Thermodynamique des plus remarquables, que Carnot et Clapeyron ont fondée sur ces principes, il est clair que la chaleur qui donne le travail dans un moteur thermique ne pouvait être considérée que comme *traversant* la machine, dans toute son intégrité. La différence de température disponible, à l'aide de laquelle s'obtient la continuité du travail, jouait alors le seul rôle essentiel. Cette différence était, d'une façon très-expressive, assimilée à une *chute*. Une quantité de chaleur donnée, tombant d'une *certaine hauteur*, d'une certaine température, à une autre inférieure, produisait par cette chute, et uniquement en vertu de cette chute, un certain travail déterminé. Carnot et puis Clapeyron avaient très-bien compris la singularité des résultats auxquels on arrive si l'on admet que la valeur de ce travail dépend des corps qu'on soumet à l'action de la chaleur, et ils en avaient conclu que la grandeur absolue de ce travail ne doit relever que de la différence de chute et de la hauteur absolue des deux températures, et nullement des propriétés du corps qui sert de véhicule à la chaleur.

Toutefois, en raison des idées que l'on s'était faites *a priori*, et sans fondement réel, sur la quantité de chaleur présente dans les corps, Clapeyron a considéré le travail comme une fonction universelle de température, dont l'espèce et la forme restaient à déterminer. Les développements analytiques qu'il a fondés sur ces considérations sont connus de chacun : je n'ai pas à m'y arrêter ici.

Ce qui dans la Thermodynamique actuelle forme la PROPO-

SITION II constituait de fait la proposition principale et unique de la théorie de Carnot et de Clapeyron.

La température joue encore un rôle essentiel dans notre proposition II; mais elle y a pris un caractère autre et peut-être plus frappant encore. Ainsi que le lecteur a pu le remarquer, la démonstration, quelle qu'elle soit, de cette proposition est formée de deux parties : dans l'une, on a à faire voir que quand, moyennant une différence de température disponible, une quantité de chaleur donnée rend, sous forme continue, un maximum d'effet, cet effet ne dépend plus en aucune façon du corps employé, mais seulement des deux températures auxquelles le corps est alternativement soumis; dans l'autre partie, on a à établir la relation précise qui existe entre le maximum de travail et les deux températures disponibles. Dans la première partie, on ne s'occupe qu'accessoirement de la température, en ce sens qu'on considère les corps comme placés dans les mêmes conditions, pourvu que les températures soient les mêmes pour tous; dans la seconde partie, on s'occupe abstractivement de la température en elle-même dans ses rapports avec le travail.

Bien que le résultat final de toutes les démonstrations qu'on peut donner à ces deux points de vue soit naturellement le même à fort peu près, la forme de ces démonstrations, tout comme leur base, peut être, dans certaines limites, très-diverse. Et si l'on y regarde de près, on remarque en effet que toutes celles qu'ont essayées les physiciens ou les géomètres portent l'empreinte de l'ordre d'idées, je dirais presque de la manière de penser particulière de chacun.

Je ne m'arrêterai qu'à l'examen de deux d'entre elles. Ce sont, non-seulement les premières en date, mais ce sont les plus claires, les plus caractéristiques, et l'une d'elles surtout a été des plus riches en conséquences.

§ I.

Point de départ de la démonstration de Rankine.

Rankine démontre de la manière la plus précise que la quantité de travail externe rendu à la fin du cycle fermé par un corps homogène est uniquement dépendante de la quantité absolue de chaleur présente dans le corps initialement, et de la différence des quantités présentes au commencement et à la fin de la deuxième ou de la quatrième période. Par suite de la définition qu'il donne d'un corps homogène tel qu'il le conçoit, sa démonstration ne perd rien du tout en généralité : je reviendrai plus loin sur ce côté de la question.

Toutefois, quand il en arrive à chercher aussi une relation entre les températures et le travail, le grand géomètre pense qu'il est nécessaire d'introduire une hypothèse dans la discussion, afin d'établir nettement d'où dérive ce que nous appelons *température*. Son hypothèse porte alors directement sur la nature même de la chaleur, dont il attribue les phénomènes à des tourbillons moléculaires (*Molecular vortices*). Je reviendrai au long sur ce côté de la question, en analysant le principe sur lequel repose la démonstration que je viens de donner dans le Chapitre précédent (1).

(1) Qu'il me soit permis ici de payer mon tribut d'admiration et de regrets à la mémoire du grand et honnête savant que l'Angleterre a perdu récemment. Rankine fut non-seulement un géomètre et un penseur hors ligne, mais il fut de plus l'homme probe par excellence. Modeste jusqu'à l'excès quant à sa propre valeur, il était toujours prêt à défendre le mérite des autres savants contre les agressions de l'envie jalouse, et lorsque la calomnie s'en prenait à quelqu'un, il savait frapper sévèrement le coupable, à l'insu même de celui dont il avait pris la cause en main. Quant aux travaux de Rankine, je n'ai point à en parler : ils occuperont désormais une des belles pages de l'histoire des sciences

§ II.

Principe d'où est parti M. Clausius. Discussion critique et justification de ce principe.

Pour démontrer que la nature du corps sur lequel agit la chaleur n'intervient en aucune façon, lorsque, entre deux températures inégales disponibles, ce corps rend un travail maximum, M. Clausius s'est fondé sur un principe de physique accessoire dont on n'a point à s'occuper dans la démonstration de la PROPOSITION I, à savoir : que la chaleur ne peut passer d'elle-même d'un corps sur un autre plus chaud que lui. En ce qui concerne la relation précise qui existe entre ce travail maximum et ces températures, il part, non comme Rankine, d'une hypothèse sur la chaleur, mais de ce fait mis hors de doute par l'expérience, à savoir : « qu'un gaz permanent qui se dilate à température constante n'absorbe que tout juste la quantité de chaleur que représente le travail externe produit ».

Il me sera facile de montrer en quoi la démonstration que j'ai donnée diffère de celles de Rankine et de M. Clausius, et aussi ce qu'elle a de commun avec elles. Toutefois, bien que les Œuvres complètes de M. Clausius soient traduites aujourd'hui en français et qu'elles se trouvent probablement entre les mains de la plupart de mes lecteurs, il est, je crois, utile de nous arrêter d'abord, avec toute l'attention qu'il mérite, sur le principe qui a servi à l'éminent analyste de base pour la première partie de sa démonstration. Par les déductions qu'il a su en tirer, ce principe est devenu l'un des plus féconds de la Thermodynamique; en résultats importants et élevés; et cependant, comme le fait remarquer M. Clausius lui-même, ce

principe a été accueilli dans le monde scientifique de deux façons opposées. Il a été considéré comme évident par les uns, et au contraire comme des plus contestables par d'autres. J'ajoute de mon côté que ce principe a été tout à la fois et de divers côtés mal compris, mal interprété et mal appliqué. En ce sens toutefois, je m'imposerai dans mon examen la réserve que je me suis imposée en une autre occasion; je m'abstiendrai de critiquer tout autre que moi-même; mais, sous cette forme limitée et personnelle, la discussion critique qui suit ne paraîtra infructueuse à personne, je l'espère.

M. Clausius a donné trois formes assez différentes à l'énoncé du principe.

1° *La chaleur ne peut passer d'elle-même d'un corps sur un autre plus chaud.*

2° *La chaleur ne peut passer d'un corps sur un autre plus chaud sans une compensation* (qui s'opère, soit sous forme de travail, soit sous forme d'une chute de température).

3° *La chaleur, susceptible de se disperser spontanément, ne peut être reconcentrée sans une dépense* (soit en travail, soit en une chute de température).

Ces trois énoncés sont au fond équivalents, bien que cela ne saute nullement aux yeux, et c'est à ce titre qu'ils méritent chacun un examen attentif; car la difficulté, c'est précisément d'apercevoir cette similitude.

C'est indubitablement le premier qui, en raison de son extrême concision, a donné lieu aux méprises et aux fausses interprétations auxquelles j'ai fait allusion. En soi-même, en effet, la vérité de cet énoncé est plus qu'évidente, s'il est possible. Un corps chaud étant mis en contact ou seulement en regard (sans intermédiaire) d'un autre moins chaud, la chaleur non-seulement ne peut passer que du premier au second, mais elle y passe nécessairement jusqu'à ce que les tem-

pératures se soient égalisées. Mais, si le fait physique est évident, ou plutôt s'il n'est pour nous que l'expression d'une des propriétés fondamentales et essentielles de la chaleur, il n'en est plus du tout de même des diverses applications du principe, et il se présente bien des cas où l'on ne voit pas le moins du monde, directement et sans démonstration, que le principe se trouve en jeu. Je citerai, par exemple, le cas même qui nous a servi de point de départ dans tous nos raisonnements sur le produit ou la dépense du travail dans les conditions de rendement maximum.

Dans les deux cycles fermés décrits plus haut (p. 197 et 207), l'un direct, l'autre inverse, l'un donnant du travail externe définitif, l'autre en coûtant, nous n'avons mis nulle part le corps subissant l'action de la chaleur en contact avec un autre plus chaud ou moins chaud que lui-même. Nous avons laissé le corps se détendre à la température constante T_0, en lui fournissant une quantité de chaleur Q_0; puis nous l'avons laissé se détendre sans addition ni soustraction jusqu'à ce que sa température fût tombée à T_1 ; nous l'avons ensuite comprimé avec soustraction d'une quantité de chaleur Q_1 de façon à tenir T_1 constant et enfin par une deuxième compression, sans soustraction ni addition de chaleur, nous l'avons ramené à T_0. La dépense définitive de chaleur $Q_0 - Q_1$ nous a donné un travail positif et définitif F_e.

Dans tout le cours de ce cycle, jamais la chaleur n'a passé directement d'un corps chaud sur un autre moins chaud, et c'est même là la première condition du rendement maximum. La quantité Q_0 fournie pendant la première période au corps, à température constante T_0, a été employée tout entière au travail interne et externe. Pendant la troisième période, et lorsque le corps à température constante T_1 a restitué à la source de froid (censée à T_1 aussi) la quantité Q_1, celle-ci a

été produite tout entière par le travail interne et externe redépensé. Il n'y a, je le répète, pas eu le moins du monde *chute directe* de chaleur d'un corps chaud sur un corps froid.

Pendant le cycle inverse, nous avons laissé le corps se détendre à température constante T_1, avec addition de chaleur Q_1; nous l'avons comprimé sans addition ni soustraction, de manière à élever la température de T_1 à T_0; puis nous avons comprimé en soustrayant une quantité Q_0 de façon à maintenir T_0 constant; enfin nous avons laissé se détendre de T_0 à T_1 sans addition ni soustraction de chaleur. Cette série d'opérations nous a produit une quantité de chaleur $(Q_0 - Q_1)$ et nous a coûté un travail $-F'_e = F_e$.

Dans cette seconde opération, énoncée comme elle l'a été, la chaleur ne passe pas plus *directement* d'un corps *froid* sur un autre *plus chaud* que dans la première opération (énoncée comme elle l'a été) elle ne passe *directement* d'un corps chaud sur un autre *moins chaud*. On n'aperçoit donc pas du tout à première vue comment le principe de Physique énoncé serait contredit s'il était possible, pour

$$(Q_0 - Q_1) = (Q'_0 - Q'_1),$$

d'avoir

$$Q'_0 > Q_0, \quad Q'_1 > Q_1.$$

Il en est tout différemment des deux autres énoncés du principe. Si la température d'un corps ne peut pas être relevée, ou si la chaleur ne peut pas être reconcentrée sans une compensation, sans une dépense, il est clair par soi-même qu'on ne saurait avoir

$$Q_0 < Q'_0 \quad \text{pour} \quad Q_0 - Q_1 = Q'_0 - Q'_1;$$

mais ces deux énoncés sont loin d'être évidents de vérité comme le premier.

Je pense qu'il n'est nullement inutile de résoudre l'espèce de difficulté qui s'offre à nous, et de montrer que même le premier énoncé serait bien positivement contredit s'il était possible d'avoir

$$Q'_0 > Q_0 \quad \text{et} \quad Q'_1 > Q_1 \quad \text{pour} \quad Q_0 - Q_1 = Q'_0 - Q'_1,$$

T_0 et T_1 étant donnés. J'ai dit (p. 208) que deux machines parfaites, l'une à travail positif, l'autre à travail négatif, marcheraient indéfiniment par suite d'une impulsion du volant. Il n'est pas inutile de montrer que ceci même est une impossibilité.

Dans le cycle à travail externe positif, nous avons commencé par laisser le corps se détendre à température constante T_0, en lui fournissant pour cela sans cesse de la chaleur, dont la quantité totale s'est élevée à Q_0. Mais comment avons-nous procédé pour lui faire absorber cette chaleur? On a coutume de dire qu'il suffit pour cela de mettre le corps en contact avec un autre de masse infiniment grande à la température T_0. Une pareille assertion, cependant, est physiquement et théoriquement absurde. Pour que la source de chaleur puisse fournir au corps à T_0 la chaleur Q_0, il est indispensable qu'elle possède elle-même une température

$$(T_0 + \Delta T).$$

Physiquement, il faut que ΔT ait une valeur très-notable : l'eau dans nos chaudières ne saurait bouillir rapidement à T_0, si le foyer n'avait une température beaucoup plus élevée que T_0. Théoriquement, il *suffit*, mais en même temps il *faut* que la source soit à $T_0 + dT$. Dans la troisième période du cycle, nous avons comprimé le corps à température constante T_1, en soustrayant de la chaleur, dont la totalité s'est

élevée à Q_1. Ici encore on a coutume de dire qu'il suffit pour cela de mettre le corps en contact avec une masse infiniment grande à T_1 ; mais ceci aussi est absurde en réalité. Pour soustraire Q_1 il faut que la source de froid soit à $(T_1 - \Delta T)$. Expérimentalement, il faut que ΔT ait une valeur très-notable ; ce n'est qu'à l'aide d'eau beaucoup plus froide que la vapeur que nous obtenons une condensation pratique rapide dans nos moteurs. Théoriquement, il suffit, mais en même temps il *faut* qu'on ait $(T_1 - dT)$. Si maintenant nous passons à notre machine à travail négatif, nous reconnaîtrons qu'il *suffit*, mais aussi qu'il *faudra* que la source à température inférieure soit à $(T_1 + dT)$ et qu'au contraire la source à température élevée soit à $(T_0 - dT)$.

La double condition

$$T_0 + dT, \quad T_1 - dT,$$

pour le premier cycle, et

$$T_1 + dT, \quad T_0 - dT,$$

pour le second, laisse théoriquement intacte l'existence du rendement maximum ; elle rend seulement infinie la durée de l'opération, car Q_0 et Q_1 ne peuvent passer de la source de chaleur sur le corps à T_0, et du corps à T_1 sur la source de froid qu'en un temps infini, si les différences de température entre les sources et le corps sont infiniment petites. Mais cette double condition nous apprend que, pour que l'inégalité $Q'_0 > Q_0$, $Q'_1 > Q_1$ fût possible pour

$$Q_0 - Q_1 = Q'_0 - Q'_1,$$

T_0 et T_1 restant invariables, il faudrait bien positivement que la chaleur pût aller *directement* et *d'elle-même* sans compen-

sation d'un corps sur un autre plus chaud. Cette condition nous montre aussi que la marche de la machine conjuguée (p. 208) est impossible même théoriquement.

§ III.

Expérience qui semble contredire le principe de M. Clausius. Solution de la difficulté apparente.

Je passe à l'examen d'un autre cas fort singulier en lui-même; il se rapporte à une expérience qu'il serait à la vérité très-difficile de réaliser, mais qui est du moins théoriquement possible et discutable dans ses résultats. Ces derniers ont donné lieu, entre M. Clausius et moi, à une discussion reposant partiellement sur un malentendu dans les termes, mais partiellement aussi sur une difficulté bien réelle de la question. C'est à ce dernier point de vue seulement que je vais y revenir comme le sujet le mérite.

Je commence par décrire l'expérience fondamentale d'où je suis parti.

Concevons deux cylindres A et B (*fig.* 7) égaux en section, fermés par le bas, mis en communication par le tube tt', dans lesquels se meuvent sans frottement deux pistons dont les tiges sont commandées par une roue dentée v. Dans la partie fermée, comprise sous les deux pistons, se trouve un poids M d'un gaz quelconque, d'air atmosphérique par exemple, à pression P_0 et à une température initiale t_1. (Pour plus de simplicité, je poserai $t_1 = 0$.)

Par suite de la disposition qui vient d'être décrite, il est bien clair :

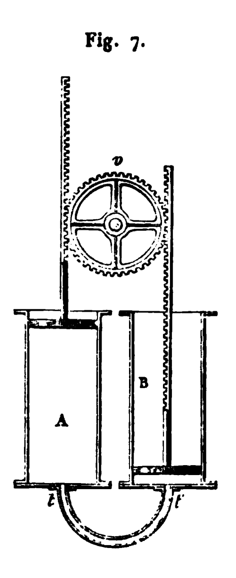
1° Que, quelle que soit la pression P_0, les pistons resteront en repos, puisque cette pression est la même des deux côtés,

et que les pistons se font réciproquement équilibre par la roue v;

2° Que, lorsque nous tournons la roue v dans un sens ou dans l'autre, l'un des pistons remontera, et l'autre descendra avec la même vitesse;

3° Que, puisque nous supposons nuls tous les frottements,

Fig. 7.



nous pourrons transvaser à volonté le gaz de A en B, et de B en A par le mouvement de la roue, *sans nulle dépense de travail :* pourvu que nous fassions marcher les pistons assez lentement pour pouvoir négliger le très-petit excès de pression qu'il faudra d'un côté pour pousser le gaz dans le cylindre opposé.

Admettons en outre que les parois de nos cylindres soient *imperméables* au calorique, ou, ce qui est absolument la même chose, qu'elles se trouvent toujours à la température moyenne actuelle du gaz qui y est contenu, de telle sorte que le gaz n'éprouve par elles ni perte ni bénéfice de chaleur.

Maintenant, le piston de A étant au haut de sa course, et le piston de B étant au bas, portons le tube tt', et rien que ce tube, à une température constante t_0, et faisons descendre très-lentement le piston de A de sorte que l'air en passant par tt' prenne toujours la température t_0.

Quelles vont être les conséquences de cette méthode d'échauffement par parties infinitésimales?

Remarquons que le volume V compris entre les deux pistons est invariable, et que chaque portion de gaz, une fois échauffée, est séparée de la source et ne reçoit ou ne perd plus de chaleur du dehors. La pression du gaz, d'abord P_0, va donc s'élever peu à peu, à mesure que le gaz passera en tt' et s'échauffera.

Les portions d'air à t_0 qui entrent en B sont ainsi soumises à une pression croissante, par suite de l'échauffement des portions suivantes : ces portions *s'échauffent* donc *au-dessus* de t_0. C'est visiblement pour les premières portions que l'accroissement de pression et, par suite, l'échauffement seront le plus considérables : pour la dernière portion, ils seront nuls, et cette portion restera à t_0. De même l'air de A se trouvant comprimé de plus en plus s'échauffera aussi au-dessus de zéro.

Si nous supposons que l'air, au lieu de s'équilibrer en température en B, reste séparé par couches, nous aurons donc, lorsque tout aura passé en B, et à partir du fond de B, une suite de couches dont la température ira en s'élevant : la couche en contact avec le piston, qui est la première entrée, aura la température maxima, puisque c'est pour elle que le changement de pression a été le plus considérable. La couche inférieure, au contraire, sera à la température minima, puisque le changement de pression a été nul pour elle, à partir de son entrée en B. Mais cette température minima

est t_0 : la température moyenne totale est donc plus grande que t_0.

En la désignant par t_m, nous avons en tous cas

$$t_m > t_0.$$

Donc, avec une source à t_0, nous avons, sans nulle dépense de travail, échauffé un autre corps à $t_m > t_0$.

Maintenant que B est plein de gaz à t_m, enlevons la source de chaleur qui entourait *tt'*, et remplaçons-la par une *source de froid,* par de l'eau et de la glace, par exemple; autrement dit, tenons *tt'* à zéro, et faisons lentement descendre le piston de B et remonter celui de A.

A mesure que le gaz passe par *tt'*, il tombe maintenant à zéro, et par suite aussi la pression, qui dans l'expérience précédente s'était élevée de P_0 à P, va baisser de plus en plus jusqu'à ce que tout le gaz ait été ramené de B en A.

Les portions de gaz, refroidies à zéro en entrant en A, sont ainsi soumises à une pression qui va en diminuant : *ces portions se refroidissent donc au-dessous de zéro*. C'est évidemment pour la première portion entrée que la diminution sera la plus considérable; c'est aussi pour elle que le refroidissement le sera le plus : il sera nul pour la dernière, puisque pour elle le changement de pression sera nul. Mais ce qui est évident aussi, c'est que, quand tout le gaz sera rentré en A, sa température sera nécessairement inférieure à zéro, puisque c'est là la température maxima, et qu'à partir du fond du cylindre, si les couches ne se mêlaient pas, nous trouverions du gaz de plus en plus froid jusqu'au piston.

Avec une source de froid à t_0, nous avons donc amené, sans dépense aucune de travail, un autre corps à une température

$$t_m < t_0.$$

Rien de plus simple que l'explication des phénomènes, en apparence si singuliers, que nous venons de produire.

Lorsque nous chauffons un gaz sans lui permettre de changer de volume, l'accroissement de chaleur interne est égal, comme nous savons, au triple produit de son poids par sa capacité à *volume constant* et par son accroissement de température.

Pour l'air, par exemple, nous avons

$$q = c_0 M(t_0 - t_1) = 0,1687 M(t_0 - 0°) = 0,1687 M t_0,$$

t_0 étant notre température finale.

Mais, dans notre expérience, chaque partie de l'air est chauffée isolément dans un *tube ouvert par les deux bouts* : elle peut donc se *dilater*, et comme elle est *infiniment petite*, ou du moins très-petite par rapport au volume total invariable V, sa dilatation ne modifie que d'un infiniment petit la pression à laquelle elle était soumise en entrant en *tt'*. L'échauffement de chaque portion isolée a donc lieu à *pression constante*, et non pas du tout à *volume constant*. Pour avoir la valeur de la quantité de chaleur cédée par la source à t_0, il faut dès lors multiplier le poids de chaque portion par la capacité à *pression constante*, et puis par l'accroissement de température; et, comme cette capacité est pour l'air 0,2377, il est évident que la somme de tous ces produits partiels sera plus grande que ne l'est le produit $0,1687 M t_0$, et si nous représentons cette somme par S, nous aurons, par conséquent,

$$S > 0,1687 M t_0 \quad \text{et} \quad S = 0,1687 M t_m,$$

d'où

$$t_m > t_0.$$

Ce n'est donc pas du tout en créant de la chaleur que nous

portons l'air de B au-dessus de t_0 : c'est tout simplement en prenant à la source plus de chaleur qu'elle n'eût pu en fournir si nous avions chauffé l'air tout à la fois. *Nous ne créons rien du tout :* nous ne faisons que reproduire ce qui avait été consommé par le travail *interne à l'appareil,* et ce phénomène évidemment ne nous coûte rien en travail.

La démonstration précédente s'applique rigoureusement, et point par point, au cas où nous faisons passer l'air chaud de B en A par le tube tt' tenu à zéro. Nous arrivons encore aisément à voir que nous ne détruisons pas du tout de chaleur, mais que nous ne faisons que transporter de la chaleur de l'air sur notre source de froid.

Traduisons sous forme mathématique exacte notre explication si simple.

Soit dm le poids de chaque portion élémentaire de gaz qui, en traversant le tube tt', gagne ou perd $(t_0 - t)$, t_0 étant la température constante du tube tt', et t celle du cylindre dont le piston descend. On a

$$dq = c_p(t_0 - t)\,dm,$$

c_p étant la capacité à pression constante.

Soient

P la pression initiale du gaz ;

p sa pression lorsqu'une quantité m de gaz a passé d'un réservoir dans l'autre ;

t_m la température moyenne du poids total M, c'est-à-dire celle qu'aurait le gaz si le poids m échauffé se trouvait mêlé avec la partie $(M - m)$ non échauffée par contact.

Nous avons ici

$$p = P(1 + \alpha t_m), \quad \text{d'où} \quad t_m = \left(\frac{P}{p} - 1\right)\frac{1}{\alpha},$$

α étant le coefficient de dilatation, et

$$t = (273 + 0^\circ)\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 273 = 273\left(\frac{p}{P}\right)^{\lambda} - 273,$$

en faisant $\frac{\gamma - 1}{\gamma} = \lambda$.

Il en résulte

$$dq = c_p\left[t_0 + 273 - 273\left(\frac{p}{P}\right)^{\lambda}\right]dm.$$

D'un autre côté, puisque l'accroissement positif ou négatif de température du gaz ne peut être dû qu'à la source de chaleur ou de froid, nous avons aussi

$$dq = Mc_v dt_m$$

et, par suite,

$$c_p\left[t_0 + 273 - 273\left(\frac{p}{P}\right)^{\lambda}\right]dm = c_v M dt_m.$$

En divisant par 273 et nous rappelant que

$$\frac{1}{273} = \alpha = 0,003665;$$

remplaçant $\left(\frac{p}{P}\right)$ par sa valeur $(1 + \alpha t_m)$, il vient enfin

$$273 c_p[(1 + \alpha t_0) - (1 + \alpha t_m)^{\lambda}]dm = c_v M dt_m,$$

d'où

$$\frac{c_p}{c_v} 273\, m = M\int \frac{dt_m}{1 + \alpha t_0 - (1 + \alpha t_m)^{\lambda}}.$$

Lorsque tout le gaz aura passé d'un cylindre dans l'autre, on aura $m = M$ et, par conséquent,

$$273 \cdot \frac{c_p}{c_v} = 273.1,42 = \int_0^{t_m} \frac{dt_m}{(1 + 0,003665\, t_0) - (1 + 0,003665\, t_m)^{\lambda}}.$$

Cette intégrale, résolue par rapport à t_m, nous donnerait

donc la température finale du gaz en fonction de t_0, et du rapport des deux capacités $\frac{c_p}{c_v}$ ou 1,42 (Dulong).

Il est plus commode et tout aussi approximatif, pour atteindre le même but, d'opérer par différences finies, en calculant la température due, par exemple, à chaque vingtième de gaz qui passe d'un réservoir à l'autre, la température du tube tt' étant donnée. Rien de plus facile, en effet, qu'un tel calcul. En conservant toutes nos notations précédentes et remplaçant l'élément *dm* par (ΔM), qui désigne alors les poids finis, mais petits par rapport à M que nous faisons passer successivement par tt' de A en B ou de B en A, on a pour la chaleur $\Delta_1 Q$ que prend à tt' la première portion $(\Delta_1 M)$

$$(\Delta_1 Q) = c_1 (t_0 - 0°)(\Delta_1 M).$$

La température *moyenne* du poids total M est, par suite

$$t_{m1} = \frac{c_p}{c_v} \frac{(\Delta_1 M)}{M} t_0.$$

La pression devient

$$p = P(1 + \alpha t_{m1}),$$

et par conséquent la température en A monte de zéro à

$$t_1 = 273 \left(\frac{p}{P}\right)^{\lambda} - 273.$$

La chaleur reçue par la seconde portion est donc

$$\Delta_2 Q = c_p (t_0 - t_1) \Delta_2 M.$$

La température moyenne devient

$$(\Delta_1 Q + \Delta_2 Q) : Mc_v = c_p \Delta M (t_0 + t_0 - t_1) : Mc_v = t_{m2}$$

En continuant ainsi jusqu'à ce qu'on ait

$$\Delta_1 M + \Delta_2 M + \Delta_3 M \ldots = M,$$

on trouve la température finale t d'autant plus exactement qu'on a pris ΔM plus petit par rapport à M.

On trouve ainsi que de l'air à zéro passant du cylindre A dans le cylindre B, à travers le tube tt' tenu à 273 degrés, aurait une température finale de 335 degrés, et une pression de 2,2278 fois la pression initiale, lorsque le piston A serait arrivé au terme de sa course; et que ce même air tomberait à — 45°,72, si on le faisait ensuite passer de B en A, le tube tt' étant tenu à zéro.

Aux deux sources, l'une de chaleur à $t = 273$ du thermomètre ordinaire ou $T_0 = 546$ de température absolue, l'autre de froid à $t = 0$ du thermomètre ou $T_1 = 273$ de température absolue, nous venons d'obtenir, sans nulle dépense de travail, un corps à $T_m = 608°$, et puis le même corps à $T = 228°$. Que découle-t-il de ce double fait en apparence paradoxal?

Il n'en résulte d'abord nullement que la chaleur puisse aller d'*elle-même* d'un corps sur un autre plus chaud; et, pour dire vrai, ce principe n'est pas même en jeu ici. C'est parce que le tube tt' est plus chaud ou plus froid que l'air qui y passe qu'il échauffe ou refroidit cet air; et c'est, de plus, évidemment à la chute $T_0 - T_1$ qu'est due l'ascension $(T_m - T_0)$.

Mais ce qui donne aux résultats de l'expérience un caractère paradoxal, ce qui semble les mettre en contradiction avec les deux dernières formes elles-mêmes du principe de M. Clausius, c'est que la chute de la quantité de chaleur $c_v M(T_m - T_0)$ de la hauteur T_0 à T_1 n'est que tout à fait temporaire, et que c'est, en définitive, le corps froid lui-même qui reçoit d'une source à T_0 une quantité de chaleur qui, sans aucune dépense ultérieure de travail, le porte à $T_m > T_0$.

Il semble, en un mot, que la chaleur peut être reconcentrée, sans dépense de travail, sans compensation définitive d'aucune sorte. Avant de montrer qu'il ne s'agit que d'une apparence, et surtout afin de faire comprendre l'utilité réelle qu'il y a de le démontrer, je dois faire ressortir plus nettement quelques-unes des conséquences du principe de M. Clausius, considéré et interprété dans son ensemble.

D'après l'ancienne Physique, la chaleur était considérée comme invariable en quantité dans l'univers; c'étaient la hauteur de la température et la grandeur de sa chute qui pouvaient seules représenter le travail dans un moteur thermique, et l'impossibilité de relever une température une fois tombée pouvait seule conduire à l'impossibilité du mouvement perpétuel. L'introduction de l'équivalent mécanique de la chaleur dans nos sciences physiques, en nous délivrant complétement de l'idée absurde du mouvement perpétuel, semblait reléguer désormais au second plan la considération de la température dans les problèmes de physique mécanique. La différence de température que l'on a toujours reconnue comme indispensable pour obtenir la continuité du travail positif devenait une condition en quelque sorte secondaire, relative seulement à nos machines, étrangère aux phénomènes qui se produisent au sein de la nature. Les deux derniers énoncés du principe de M. Clausius, les déductions remarquables qu'il en a tirées ont modifié étrangement cette manière de voir.

Si la chaleur, une fois dispersée ou *détendue,* ne peut être reconcentrée, si une température abaissée quelque peu que ce soit ne peut être relevée sans une dépense d'une espèce ou d'une autre, il est clair que la température devient quelque chose d'essentiel dans la nature; nous ne devons plus seulement considérer la chaleur dans sa quantité absolue, mais nous devons tenir compte de son espèce. Chaque température,

chaque intensité prend un caractère spécifique, qui ne peut être altéré que suivant des conditions déterminées. Tel est, en effet, le point de vue auquel s'est placé M. Clausius, et au moyen duquel il a fondé, on peut le dire sans exagération, une branche nouvelle, et des plus riches, dans la Thermodynamique.

Dans la première édition de cet Ouvrage, où j'ai pour la première fois décrit l'expérience citée plus haut, je n'ai aucunement présenté ses résultats comme contredisant le premier énoncé du principe de M. Clausius, et je n'ai aucune rectification à faire en ce sens ici. Il n'en est pas de même en ce qui concerne les conclusions que j'en avais tirées quant à la théorie de Carnot et de Clapeyron. Je disais que le point de départ même de cette théorie était inconciliable avec les résultats de mon expérience. La possibilité de *créer* une différence, une *chute* disponible de températures en quelque sorte illimitée, avec une différence très-petite donnée, et sans dépense aucune de travail, cette possibilité, dis-je, semble, en effet, ne rien laisser debout de l'ancienne théorie. En y regardant de plus près cependant, on reconnait qu'il ne s'agit que d'une apparence très-trompeuse, il est vrai. On reconnait qu'avec la chute créée par le procédé décrit on ne peut pas obtenir sous forme continue plus de travail disponible qu'avec la différence beaucoup moindre qui a servi à créer cette chute. C'est ce qu'il est à la fois important et très-intéressant de faire ressortir; nous pouvons y arriver par deux méthodes également claires et frappantes.

Remarquons tout d'abord que notre gaz à $T_1 = 273$, que nous avons échauffé à $T_m = 608^\circ$, suppose implicitement l'existence d'une source de froid à une température telle, que nous puissions continuellement ramener à $T = 273^\circ (t = 0)$ la même masse de gaz; car, en opérant toujours sur de nou-

veau gaz, la condition de cycle fermé et de continuité indéfinie ne serait plus remplie.

1° Donnons-nous donc une source de chaleur $t_0 = 273$ ou $T_0 = 546$, et une de froid à $T_1 = 0$ ou $T_1 = 273$.

D'après la PROPOSITION II, le rendement maximum d'un moteur parfait serait, dans ces conditions,

$$\frac{AF_e}{Q_0} = \frac{546 - 273}{546} = 0,5$$

ou

$$F_e = Q_0 425.0,5 = Q_0 212,5.$$

En d'autres termes, avec 1 calorie prise à la source à $T_0 = 546°$, nous ne pouvons obtenir au plus que $212^{kgm},5$, et non pas du tout 425 kilogrammètres. Une demi-calorie est employée à ce travail ; l'autre demie passe nécessairement à la source de froid. Voyons maintenant si, avec notre air porté artificiellement, mais sans dépense apparente, à $T_m = 608$, nous pouvons obtenir plus de travail.

Pour tirer de notre masse d'air tout ce qu'elle peut nous donner de travail quand elle revient à $T = 273°$ et en fermant le cycle, le moyen le plus simple et le plus direct, c'est de la laisser se détendre sans addition ni soustraction de chaleur, de telle sorte que la température tombe à $T = 273$. Comme il s'agit d'un gaz où le travail interne peut être négligé, l'abaissement de température tout entier est dû au travail externe fourni, et ce dernier a, par suite, pour valeur

$$F_0 = MKA(608 - 273).$$

Pour l'air, ainsi que nous le verrons, nous avons très-sensiblement $K = 0,1675$; il vient, par suite,

$$F_0 = M0,1675.335.425 = (23136M)^{kgm}.$$

Tel sera donc le travail total de la détente d'un poids d'air M. Voyons de combien nous disposerons sur ce travail.

La pression du gaz, primitivement de 1 atmosphère, s'était élevée à $2^{atm},225$, par suite de la température gagnée. L'équation que nous avons employée ci-dessus pour obtenir la température de l'air qui passe de P_0 à p est

$$T_1 = T_0 \left(\frac{p}{P_0}\right)^{0,291}.$$

On a donc, inversement,

$$p = P_0 \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{0,291}}.$$

Remplaçant P_0, T_1 et T_0 par leurs valeurs respectives $2^{atm},225$, 273 et 608, on a

$$p = 2,225 \left(\frac{273}{608}\right)^{\frac{1}{0,291}} = 0^{atm},14202.$$

Par la détente, la pression tombe donc à $0^{atm},14202$. Pour fermer le cycle, il faut que nous comprimions maintenant l'air de $0^{atm},14202$ à 1 atmosphère, en maintenant sa température constante, et en le mettant, par suite, en rapport avec la source de froid. La compression se faisant très-sensiblement, d'après la loi de Mariotte, on a la relation

$$p = P_0 \left(\frac{V_0}{v}\right)$$

entre les volumes et les pressions ; et il vient, par suite,

$$F_1 = \int p\,dv = -P_0V_0 \log\left(\frac{V_0}{V_1}\right) = P_0V_0 \log\left(\frac{P_1}{P_0}\right).$$

A zéro et à 1 atmosphère, le poids de notre mètre cube d'air

est $1^{kg},2932$. On a, par suite, en remarquant que $P_0 = 10333^{kg}$, et que les logarithmes sont népériens,

$$- F_1 = \frac{10333.2,3026M}{1,2932} Lg\left(\frac{1}{0,14202}\right) = 15595M.$$

Le travail externe définitif que nous pourrons gagner sera, par suite,

$$F_e = F_0 - F_1 = (23136 - 15565)M = 7541M.$$

Pour obtenir ce travail, nous avons pris à la source de chaleur

$$q = M\,0,1675.335 = 56,11M.$$

Posant $M = 1^{kg}$, il en résulte que chaque unité de chaleur nous donne

$$F = \frac{7541}{56,11} = 134^{kgm},2,$$

au lieu de $212^{kgm},5$ que nous donnerait une machine parfaite travaillant entre 546 et 273 degrés. Ainsi notre chute (608 $\equiv$ 273) nous donne, en réalité, moins que ne peut donner (546 $\equiv$ 273), parce que, par suite de la forme même de l'expérience, nous ne pouvons plus tirer de notre gaz le maximum que donne le cycle fermé parfait. Les raisons principales sont : 1° que, d'une part, le corps est ramené non à 608 degrés, mais à 273 degrés quand le cycle des opérations est terminé, et qu'il se trouve porté de 273 à 608, sans rendre aucun travail externe; 2° que, d'autre part, une partie très-petite du travail s'exécute à 608 degrés, puisque la température baisse dès que l'expansion commence.

En résumé et en un mot, nous reconnaissons que la température à 608 degrés, que nous avions créée avec celles de 546 et de 273, ne peut nous conduire à plus de travail que n'en donnerait la chute primitive 546 — 273.

2° Au lieu d'employer notre masse M d'air à 608 degrés à produire du travail, communiquons simplement une partie de cette température à d'autres corps. A l'aide d'une disposition convenable, nous pourrons élever la température d'un certain poids de mercure par exemple, non, il est vrai, à 608° ($t=335$), mais à une température intermédiaire à 608 et 548 degrés, et abaisser ainsi la température de l'air à 546 degrés; mais, pour que cette expérience puisse prendre la continuité qui seule lui donne son apparence paradoxale, il faudra ensuite que nous ramenions la masse M à 273 degrés (ou $t = 0$) pour recommencer le cycle : il faudra pour cela que nous fassions passer l'air, désormais à 546 degrés, du cylindre A dans le cylindre B, par un tube tt', à une certaine température T_x telle, qu'au lieu de 228 degrés qu'avait produit l'air à 608 degrés, avec le tube à 273 degrés, nous ayons simplement 273 degrés pour température finale de l'air. Il est inutile ici de chercher quelle serait la valeur de T_x. Remarquons seulement que, pour obtenir notre mercure à $T > 546°$, nous avons pris d'abord à l'air

$$q = \text{M}\,0,1675(608 - 546),$$

et qu'ensuite, pour rendre cette température du mercure *définitive* et pour pouvoir recommencer, nous avons dû céder à notre source à T_x une quantité

$$q = \text{M}\,0,1675(546 - 273),$$

et celle-ci est désormais perdue pour nous.

Il serait facile, dans l'exemple précédent, de déterminer des nombres précis. Je pense que cela est complétement inutile. Ce qui ressort avec évidence de la discussion, c'est que si, sans aucune dépense de travail, nous pouvons porter conti-

nuellement un corps de T_a à $T > T_a$ à l'aide de deux sources, l'une à T_a, l'autre à $T_x < T_a$, c'est uniquement parce qu'au lieu d'un sacrifice de travail nous faisons à la source à T_x un sacrifice continu et équivalent de chaleur.

En somme, nous voyons que des résultats expérimentaux, qui semblaient en contradiction formelle avec le principe de la théorie ancienne de Carnot et avec l'un au moins des énoncés du principe de M. Clausius, sont, au contraire, les plus fortes preuves à l'appui de ces principes. C'est, si je ne me fais illusion, ce qui donne à mon expérience, toute théorique d'ailleurs, un haut degré d'utilité.

§ IV.

Motifs qui m'ont porté à chercher un autre principe de démonstration. Énoncé de ce principe.

Tout l'ensemble de la discussion précédente aura fait comprendre au lecteur quel est le motif qui m'a porté à chercher, quant à la PROPOSITION II, une démonstration autre que celles qui avaient été données. Le premier énoncé du principe de M. Clausius est évident de vérité ; mais la manière dont il s'applique, dans la production continue du travail externe à l'aide d'une différence de température, est fort loin d'être évidente. L'intervention des deux autres énoncés dans ce phénomène s'aperçoit sans démonstration. Si une température ne peut être relevée sans une compensation, il est bien clair qu'on ne peut plus avoir

$$Q'_0 > Q_0, \quad Q'_1 > Q_1,$$

pour

$$Q_0 - Q_1 = Q'_0 - Q'_1.$$

Mais ces deux énoncés, contrairement au premier, ne sont

pas du tout évidents comme vérités : ils avaient besoin d'être démontrés. Cette démonstration, certes, peut être considérée aujourd'hui comme complète. M. Clausius l'a donnée sous diverses formes, soit directes, soit indirectes, qui, dans leur ensemble, constituent les travaux les plus remarquables de notre époque; mais il n'en demeure pas moins vrai que la démonstration de la PROPOSITION II repose, de la sorte, sur celle d'une autre proposition plus importante encore par le rôle qu'elle joue dans l'économie générale de l'univers, proposition qui, elle aussi, réclame une démonstration. Il m'a semblé, par cette raison, qu'il serait plus logique de renverser la question et de chercher une démonstration directe de la PROPOSITION II. Le but proposé n'était pas difficile à atteindre : il suffisait d'introduire implicitement et presque tacitement dans la discussion un principe qui fût à l'abri de toute conteste et qui se trouvât en dehors et au-dessus de toutes les hypothèses particulières possibles. Une courte digression est indispensable pour bien me faire comprendre.

J'ai dit que Rankine avait cru devoir recourir à une hypothèse spéciale sur la chaleur, lorsqu'il a essayé d'introduire la question des températures dans l'équation générale

$$\frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} = \frac{F_e}{\Phi_0},$$

tandis que M. Clausius avait, sans hypothèse proprement dite, mis hors de doute l'existence du rapport

$$\frac{Q_1}{Q_0} = \frac{T_1}{T_0}.$$

Beaucoup plus récemment cependant, cet éminent analyste a montré lui-même que, quand on attribue les phénomènes de la chaleur à des mouvements vibratoires des parties maté-

rielles des corps, on arrive, à l'aide des seuls principes de la Mécanique, à mettre hors de doute l'exactitude de la PROPOSITION II.

Suit-il de là maintenant que, si la proposition était déjà démontrée par une autre voie, l'hypothèse de ces vibrations se trouverait sanctionnée par contre-coup; ou, au contraire, que, si l'on rejette cette hypothèse, la PROPOSITION II se trouvera privée d'une démonstration rationnelle basée sur la Mécanique pure? En aucune façon. La solidité de la démonstration à laquelle conduit cette hypothèse dérive de toute autre chose que de l'hypothèse elle-même; elle dérive de l'intervention d'un principe supérieur à toute hypothèse, qu'on introduit implicitement dans l'analyse dès qu'on recourt à une interprétation fausse ou juste, mais réellement rationnelle, quant à la nature de la chaleur (et de l'électricité, de la lumière, etc.). Ce principe n'est autre que celui de la *conservation du travail sous forme alternativement effective et potentielle ou virtuelle*. A l'époque actuelle, on confond presque généralement ce principe avec un autre, qu'on nomme celui de la *conservation de la force vive ou du mouvement*. Il n'est ni inutile, ni difficile, avant d'aller plus loin, de montrer que, tandis que le premier est supérieur aux hypothèses et leur est imposé comme une condition de viabilité, le second, au contraire, n'est que l'énoncé d'une supposition gratuite.

Lorsque nous voyons un corps passer du repos au mouvement ou du mouvement au repos, nous savons que ce phénomène relève toujours d'une cause externe au corps : cause que nous caractérisons sous le nom général de FORCE. Quelle que soit la nature de cette FORCE, qu'elle soit absolument impalpable, insaisissable, comme la gravitation, les attractions électriques, magnétiques; qu'elle soit (en apparence du moins) due à quelque chose de palpable, comme la pression des gaz

enflammés de la poudre, de la vapeur, comme la résistance des gaz, elle se traduit toujours sous une forme dont nous avons la conscience intuitivement, beaucoup plutôt qu'une idée nette : elle se manifeste sous la forme d'un *effort*.

En dehors de toute discussion sur la causalité, c'est cet effort qui est la raison immédiate du mouvement ou de sa cessation, et il existe entre lui et le mouvement créé ou détruit une corrélation directe, facile à établir numériquement. Le chemin que parcourt le corps sous l'empire de l'effort et la grandeur de cet effort représentent, en effet, dans leur produit la grandeur du mouvement qui a été ou qui peut être créé ou détruit. Si nous désignons par e la grandeur de l'effort à chaque instant, par x le chemin parcouru sous son action, par v la vitesse et par P le poids du corps, on a, comme on sait,

$$\int e\,dx + c = \pm \frac{Pv^2}{2g}$$

ou, plus simplement,

$$\int_0^x e\,dx = \pm \frac{Pv^2}{2g} = \frac{1}{2} M v^2,$$

si l'on suppose $v = 0$ pour $x = 0$.

On peut, avec beaucoup de penseurs (et de *non-penseurs*) de notre époque, rapporter l'existence de e à des mouvements spéciaux de la matière ; on peut expliquer ainsi la pesanteur, les attractions électriques, la tension d'un ressort, etc., etc., et substituer en conséquence à $\int e\,dx$ une somme

$$\Sigma(mv^2 + m'v'^2 \ldots)$$

de produits de vitesses inconnues v, v', v'', v''' par des masses inconnues m, m', m'', m''' ; mais il faut bien se rappeler que ce

n'est là qu'une hypothèse explicative. J'en ai fait ressortir ailleurs l'insuffisance et l'inanité.

Le fait qui reste, au contraire, indépendant de toutes les interprétations possibles et que l'induction a en quelque sorte rendu supérieur à l'expérience ou à l'observation, d'où pourtant il dérive, c'est que, étant une fois constatée une somme d'action $\int_0^x e dx$ disponible, cette somme ne peut être *anéantie ;* elle ne peut que changer dans son mode de manifestation.

Lorsque, pour prendre un exemple entre mille, lorsqu'à la surface de notre terre un corps tombe librement dans le vide en prenant une vitesse de plus en plus grande, le produit $\frac{1}{2}Mv^2$ représente à chaque instant la dépense en action eh (ou ici ph) ; à mesure que v grandit, la chute totale disponible, mais indéterminée d'ailleurs si l'on veut, diminue. Réciproquement, lorsqu'un corps est lancé de bas en haut avec une vitesse initiale v, et que cette vitesse se réduit de plus en plus par suite de l'effort exercé sur toutes les particules, la hauteur disponible s'accroît de plus en plus, et l'ascension totale h_0, quand le corps est rentré en repos, représente, dans le produit ph_0 et sous forme potentielle, virtuelle et disponible, la dépense $\int e dx$ qui avait été faite, n'importe de quelle manière, pour donner au mobile sa vitesse v.

Si, nous élevant du petit au très-grand, nous désignons par $\int_0^X e dx$ la somme totale d'action représentée à un moment quelconque par tout l'ensemble des phénomènes de l'univers, nous sommes certains aujourd'hui que cette somme a été la même à partir de l'origine des choses, et qu'elle restera la même jusqu'à la fin des choses. Cette somme intégrale se manifeste dans la réalité sous la forme d'une multitude (mais non d'une infinité) de sommes partielles, tantôt réalisées

en mouvement et exprimées par $\Sigma(mv^2 + m'v'^2 + m''v''^2 + \ldots)$, tantôt rentrées en disponibilité et exprimées par

$$\left(\int_0^x edx + \int_0^{x'} edx + \int_0^{x''} edx\right).$$

On peut, à titre d'hypothèse explicative, soutenir qu'à l'origine des choses $\int_0^X edx$ était réalisé déjà en mouvements de tous genres; mais ce n'est là, je le répète, qu'une supposition gratuite.

Ainsi, encore une fois, comme je l'ai déjà dit, tandis que le principe de l'immanence du mouvement dérive d'une hypothèse, celui de l'inaltérabilité de la somme d'actions ou du travail est un fait à l'abri de toute discussion.

Je dis qu'entre $\int edx$ et $\frac{1}{2}Mv^2$ il y a équivalence, égalité numérique, mais non similitude de nature : équivalence et égalité, en ce sens que ces deux quantités doivent être prises en signe contraire, et que l'une diminue toujours rigoureusement autant que l'autre s'accroît; dissemblance de nature, en ce sens que l'un de ces termes se montre toujours comme la cause de l'autre.

Cela posé et compris, il est clair que, du moment que nous assimilons le calorique, l'électricité, la lumière à des mouvements de la matière pondérable, nous introduisons dans nos équations, à côté d'une hypothèse contestable, mais très-rationnelle, un principe supérieur et indiscutable, auquel est soumise cette hypothèse elle-même. D'où il suit que les résultats auxquels nous arrivons peuvent être tout à fait corrects et irréfutables, quand bien même l'hypothèse explicative n'aurait pas ce caractère.

Pour les différentes considérations qui ressortent de la discussion précédente, il m'a semblé naturel de recourir direc-

tement au principe sur lequel reposent nécessairement toutes les interprétations que l'on peut imaginer sur la nature de la FORCE. Si l'on y regarde de près, on verra que tout l'ensemble de la démonstration que j'ai donnée de la PROPOSITION II repose implicitement sur ce principe : 1° que le travail mécanique, considéré comme une somme d'actions, soit disponible, soit effectuée, ne saurait être anéanti ; 2° que la grandeur des effets d'une force est proportionnelle à l'intensité et à la quantité de force présente (le mot *quantité* étant pris, non dans son sens vulgaire, mais dans le sens le plus large et le plus élevé).

En ce qui concerne la forme même que j'ai donnée à ma démonstration, un motif secondaire, quoique très-valable, m'a porté à l'adopter, bien qu'elle puisse paraître un peu étendue et compliquée.

Dans notre cycle fermé du rendement maximum, et lorsque nous disposons de la valeur de T_1, nous pouvons, comme on a vu, disposer arbitrairement de deux quelconques des quatre opérations qui constituent le cycle ; mais les deux autres opérations sont déterminées dès que nous avons arrêté ces deux valeurs arbitraires. Lorsque, pour citer le cas le plus complexe, lorsque nous soumettons l'eau à l'action du calorique pour obtenir le travail externe, nous pouvons, à la température constante T_0, évaporer comme il nous plaît, soit en totalité, soit seulement en partie, la masse M sur laquelle nous opérons ; puis, pendant la détente, sans addition de chaleur, nous pouvons, si T_1 n'a pas été fixé à l'avance, laisser croître arbitrairement le volume total ; mais, ces deux opérations une fois exécutées, nous sommes obligés d'adopter, pour la compression avec et sans soustraction de chaleur, deux valeurs qui dépendent directement des deux premières que nous avons choisies.

Or, si nous examinons en eux-mêmes les phénomènes variés et complexes qui ont lieu pendant ces quatre périodes, ils nous semblent dépendre tellement des propriétés les plus intimes du corps soumis à l'expérience, qu'il devient absolument impossible d'apercevoir directement comment les choses se passent pour qu'un principe tout à fait général et commun à tous les corps se trouve toujours vérifié en dernière analyse, que ce soit le principe de la conservation du travail ou que ce soit le principe énoncé par M. Clausius. Il est évident par soi-même que ce principe, quel qu'il soit, doit régir, non pas seulement l'ensemble du cycle, mais chacune des quatre périodes isolées et considérées en elles-mêmes; mais on ne voit pas du tout comment ceci a lieu dans tel ou tel cas donné, que l'on opère, par exemple, sur un gaz presque parfait ou sur un liquide.

L'analyse détaillée à laquelle nous avons soumis les phénomènes du cycle fermé nous montre parfaitement la dépendance des quatre périodes. Nous avons vu tout d'abord les quatre espèces d'intégrales, que nous avions admises pour la plus grande généralité, se réduire à deux espèces; nous avons reconnu que deux lois invariables expriment la relation de v (volume interatomique) et de e (résistance totale) : l'une régissant l'expansion et la compression à température constante ; l'autre régissant l'expansion et la compression à température variable (sans addition ni soustraction de chaleur). Nous avons reconnu ensuite que, quelles que puissent être ces lois, il existe une dépendance formelle et nécessaire entre les variations que nous faisons subir à v, et par contre-coup à e, dans chacune des périodes. Dans un livre spécial, nous verrons que ces deux lois, que nous avons admises comme tout à fait quelconques, et comme pouvant différer d'un corps à un autre, sont, au contraire, les mêmes pour tous les corps

possibles, solides, liquides ou gazeux. Mais du moment que la solidarité physique de nos quatre périodes est mise clairement en lumière, nous n'éprouvons plus aucune peine à comprendre comment ces quatre périodes sont elles-mêmes régies par un principe supérieur, s'appliquant dans tous les cas possibles et à tous les corps possibles.

J'espère que personne ne se méprendra sur le sens des développements dans lesquels je viens d'entrer quant à la démonstration que j'ai essayé de donner de la PROPOSITION II. Je ne veux nullement donner à entendre que j'aie fait mieux que d'autres bien avant moi ; je tenais seulement à montrer en quoi ce que j'ai fait diffère de ce qui avait été fait ou y ressemble. A mon avis, la démonstration donnée par M. Clausius est tout à fait satisfaisante et rigoureuse ; mais le principe sur lequel elle repose a incontestablement besoin lui-même, du moins sous l'une de ses faces, d'une démonstration spéciale. D'autre part, la PROPOSITION II se trouve avec ce principe dans un état de corrélation réciproque telle, que si l'une est juste, l'autre l'est aussi.

Si la validité de la PROPOSITION II est mise hors de doute, il nous est, par contre-coup, démontré sous une nouvelle forme que « la chaleur ne peut être reconcentrée, qu'une température ne peut être relevée sans une dépense de travail ou sans une chute d'une quantité équivalente de chaleur ». L'importance de cet énoncé est tellement frappante, M. Clausius en a déduit des conséquences si remarquables quant à l'avenir des mondes, qu'on peut, je crois à bon droit, considérer comme utile tout ce qui sert à en assurer la solidité et la généralité.

CHAPITRE IV.

SUBDIVISION DE LA THERMODYNAMIQUE EN DEUX BRANCHES DISTINCTES.

Ni dans l'Introduction, ni dans le corps même de cet Ouvrage, je n'ai annoncé à mes lecteurs les divisions auxquelles j'avais l'intention de m'astreindre dans le cours de mon exposition. Je n'ai tracé aucun cadre, bien moins encore quoi que ce soit qui pût ressembler à un programme. La marche que nous avons suivie nous était pour ainsi dire dictée par l'enchaînement même des faits; elle était si naturelle, si logique, qu'il était fort inutile de la justifier à l'avance.

Au point où nous sommes arrivés, il devient, par deux raisons différentes, nécessaire de procéder autrement et de poser au moins quelques repères, quelques jalons principaux.

D'une part, la théorie mécanique de la chaleur se divise, comme nous allons voir et comme l'annonce le titre de ce Chapitre, en deux branches très-distinctes. Cette division sans doute est encore naturelle et logique; elle repose sur l'essence même des phénomènes étudiés; mais elle ne saute nullement aux yeux et, j'ajoute, elle n'a jusqu'ici pas été définie aussi catégoriquement que nous serons amené à le faire; que dis-je! l'examen des phénomènes de l'une des branches, auquel elle mène, a été évité par la plupart des auteurs, par suite d'une espèce de crainte prudente. Il devient donc indispensable de l'accentuer dès à présent très-nettement, sauf à la légitimer ensuite de mieux en mieux dans l'exposé même des faits.

D'autre part, après avoir posé et démontré les propositions fondamentales de la Thermodynamique, nous sommes amené maintenant à en faire l'application et à en tirer les résultats utiles dans l'étude des phénomènes. Or le nombre de ces applications, le nombre des faits physiques, chimiques, mécaniques, qui sont pour ainsi dire régis par les lois que représentent nos deux propositions, ce nombre, dis-je, est presque illimité : il y aurait plus que de la présomption chez un auteur quelconque à vouloir les embrasser ou seulement les indiquer tous. A un point de vue personnel, il est donc utile que j'indique, au moins sommairement, quels sont les genres de phénomènes à l'examen desquels je me limiterai.

§ I.

Définition et objet de la première branche de la Thermodynamique.

Nous avons vu, à plusieurs reprises déjà, que la quantité de chaleur Q, nécessaire pour porter l'unité de poids d'un corps quelconque d'une température t_0 à une autre $t_1 >< t_0$, a pour expression

$$Q = C + AH + AF,$$

C étant la quantité de chaleur (positive ou négative) que le corps renferme de plus à t_1 qu'à t_0, H étant le travail interne et F le travail externe (positifs ou négatifs) qui s'effectuent pendant le changement $t_0 \equiv t_1$. Cela posé, nous pouvons faire de $C + AH$ une même somme, et écrire en conséquence

$$Q = U + AF;$$

d'où

$$dQ = dU + A(PdV + VdP),$$

P étant la pression externe et V le volume apparent du corps.

En combinant ces deux équations avec celles que nous donne la PROPOSITION II, ou

$$AF = \frac{T_1 - T_0}{T_0}, \quad Q = Q_0 \frac{T_1}{T_0}, \quad AF = \frac{Q_1 - Q_0}{Q_0},$$

on arrive, comme nous verrons, sans aucune hypothèse et sans aucune considération sur les forces moléculaires, à un ensemble d'équations des plus remarquables traduisant analytiquement un grand nombre de phénomènes importants, relatifs aux corps solides, liquides ou gazeux, aux moteurs thermiques, etc.

C'est cet ensemble d'équations, ou, pour parler beaucoup plus correctement, c'est la méthode qui y conduit, qui constitue ce que j'ai appelé la *première branche* de la Thermodynamique. Nous n'avons à y considérer que les propriétés générales et communes des corps, celles qu'on pourrait appeler leurs *propriétés superficielles;* nous n'avons aucunement à nous y occuper de l'atome matériel ou des forces qui le régissent. A l'aide d'un très-petit nombre de données expérimentales, nous parvenons à relier entre eux et à élucider un nombre incroyable de phénomènes longtemps obscurs, longtemps tenus pour étrangers les uns aux autres.

Cette branche, la première fondée et sur les assises les plus inébranlables, est des plus riches, en conséquence d'une utilité presque pratique : non-seulement elle nous donne la clef des théories des différents moteurs où la chaleur est le principe d'action, mais elle conduit à l'interprétation rationnelle d'un bon nombre des phénomènes les plus importants de l'univers.

§ II.

Définition et objet de la seconde branche de la Thermodynamique.

Nous pouvons, ai-je dit, faire de (C + AH) une même somme U; mais nous pouvons aussi laisser isolés les deux termes C et H, et chercher à les décomposer eux-mêmes. Il vient alors, pour la différentielle complète de l'équation Q,

$$dQ = K\,dT + A(e\,dv + v\,de) + A(P\,dV + V\,dP),$$

K étant une valeur spéciale à chaque corps et constituant ce que nous avons déjà appelé la *capacité calorifique absolue*, *e* étant la somme moyenne des résistances internes surmontées pendant la variation dT, et enfin v étant la somme moyenne des *volumes internes* qui varient réellement avec T, somme que par anticipation nous avons déjà désignée ailleurs sous le nom de *volume interatomique*.

L'image ou l'application de l'équation précédente, les développements qu'elle comporte, la méthode sur laquelle elle repose, l'espèce de phénomènes qu'elle nous permet d'attaquer, constituent ce que j'appelle la *seconde branche* de la Thermodynamique.

On aperçoit au premier coup d'œil la différence considérable qui existe entre nos deux branches. Dans la seconde, les hypothèses sont *inévitables* : les seuls termes de capacité absolue, de volume interatomique, de résistance moyenne surmontée, constitueront, aux yeux de bien des physiciens, des hypothèses; mais si en ce sens cette seconde branche offre, plus que la première, un champ aux doutes, si pour le moment elle est surtout moins complète encore, nous pouvons affir-

mer pourtant qu'elle est, s'il se peut, plus riche encore d'avenir, plus élevée dans ses conséquences. Nous y sommes amenés, bon gré malgré, à sonder la nature des choses ; les données empiriques, indispensables aux développements des équations de la première branche, sont ici remplacées par des lois naturelles et rationnelles, dont il s'agit seulement d'établir la réalité ; les hypothèses invoquées d'abord à titre auxiliaire y sont soumises au contrôle des faits et se transforment graduellement en vérités démontrées.

§ III.

Phénomènes analysés dans la première branche.

C'est tout naturellement par l'exposé et l'étude de la première branche que nous devons commencer. J'ai dit que le nombre des phénomènes qu'elle comprend est presque indéfini pour le moment, et qu'on est obligé, quoi qu'on fasse, de se limiter en ce sens si l'on veut éviter de tomber dans des détails par trop étendus. Je bornerai mon exposé à l'étude des propriétés des gaz parfaits, des vapeurs saturées et de leurs liquides, et enfin des vapeurs surchauffées, parce que ce sont les corps sur lesquels j'aurai, comme observateur et expérimentateur, le plus de faits utiles et intéressants à présenter. Nous appliquerons ensuite très-aisément les résultats théoriques et expérimentaux obtenus à l'étude des principaux et des plus importants parmi nos moteurs thermiques.

LIVRE III.

PREMIÈRE BRANCHE DE LA THERMODYNAMIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

THÉORIE DES GAZ PARFAITS.

Un gaz parfait est un corps dont les parties constituantes matérielles sont soumises à l'action de deux forces seules : la FORCE CALORIQUE, qui tend à écarter indéfiniment ces parties; une force externe antagoniste, qui fait équilibre à la puissance expansive du calorique et qui aussi empêche l'expansion d'avoir lieu.

D'après cette définition, il est clair qu'il ne peut, en réalité, exister de gaz parfaits. Si dilué, si raréfié que soit un gaz simple, ses parties, en effet, tendent les unes vers les autres en vertu de la gravitation universelle se manifestant ici comme attraction moléculaire, et cette tendance s'ajoute à la forme externe pour faire équilibre au calorique. Je dis un gaz simple : dans un gaz composé, en effet, les atomes combinés en molécules forment des groupes, des systèmes distincts qui constituent l'ensemble que nous appelons le *gaz;* et par cette seule définition aussi un gaz composé ne peut être parfait.

En un mot, un gaz parfait ne saurait constituer qu'un être idéal, des propriétés duquel nos gaz réels ne peuvent que s'approcher plus ou moins; et toutes les lois que nous éta-

blissons, en traitant mathématiquement ces corps comme des gaz parfaits, ne peuvent être que des lois approximatives.

Pourvu que nous ayons sans cesse bien présentes à l'esprit les considérations précédentes, l'étude de nos gaz réels, traités comme gaz parfaits, présente cependant un grand intérêt et un haut degré d'utilité. Nous reconnaîtrons en effet, plus tard, qu'il suffit d'introduire dans nos équations idéales certaines corrections pour les ramener à traduire la réalité des faits et pour faire peindre par elles d'une manière très-saisissante les phénomènes. En cherchant de combien les lois idéales s'écartent de la vérité, nous parviendrons peu à peu à analyser la nature et la valeur des éléments perturbateurs qui font descendre ces lois dans l'ordre réel.

Nous disons que dans un gaz parfait la FORCE CALORIQUE n'est contre-balancée que par une force, ou du moins par une somme de forces toutes *externes*. La résistance que nous sommes obligés d'opposer au gaz pour l'empêcher de se dilater, ou, ce qui est maintenant absolument la même chose, la pression que le gaz exerce en tous sens devient donc ainsi la mesure directe et exacte de l'*intensité* de la force expansive, en d'autres termes, de la *température*. C'est ce que j'ai fait ressortir dès le début de cet Ouvrage. Les faibles différences qu'a trouvées M. Regnault entre les coefficients de dilatation des gaz très-éloignés de leur point de liquéfaction, de saturation, dérivent de ce que dans ces gaz l'attraction réciproque des parties n'est point absolument nulle. Il suit de là que, si nous désignons par P_0 la pression d'un gaz à la température ordinaire t_0 ou absolue T_0, cette pression devient (approximativement)

$$P = P_0\left(\frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_0}\right) = P_0 \frac{T}{T_0}$$

à la température (ordinaire) t ou (absolue) T.

Tous les physiciens savent les restrictions qu'ont apportées les expériences de M. Regnault à la loi de Mariotte. Ici encore les écarts dérivent de ce que l'attraction moléculaire n'est pas nulle, même dans les gaz les plus éloignés de leur point de liquéfaction : cette force interne s'ajoutant à notre insu à la pression externe que seule nous mesurons, la loi de Mariotte est nécessairement faussée. Les écarts dérivent aussi d'une autre raison sur laquelle je n'ai pas à m'arrêter ici : ils dérivent de ce que nous mettons en rapport les volumes *apparents* et non la partie réellement seule variable des corps, à savoir leurs volumes interatomiques. Quoi qu'il en soit, nous pouvons poser, comme approximation première, l'équation bien connue

$$P = P_0 \frac{V_0}{V} \frac{1+\alpha t}{1+\alpha t_0} = P_0 \frac{V_0 T}{V T_0},$$

qui exprime la relation des pressions, des températures et des volumes apparents d'un gaz. Nous verrons plus tard qu'en remplaçant le volume apparent V par le volume interatomique v, et qu'en remplaçant P par la somme de toutes les forces internes et externes qui résistent à la force calorique, la loi précédente devient universelle : elle s'applique à tous les corps, et devient alors, par des raisons que nous reconnaîtrons aisément, une seconde approximation vers l'exactitude absolue.

Ainsi que chacun sait, la pression P peut s'exprimer en unités de différentes espèces : colonne de mercure, atmosphères, pression par unité de surface, etc. J'adopterai presque exclusivement cette dernière espèce de mesure ; j'exprimerai la pression par l'effort en kilogrammes par mètre carré de surface qu'exerce le gaz en tous sens. C'est à cette unité qu'on est toujours obligé d'en revenir lorsqu'on veut tra-

duire en nombres le travail mécanique, par exemple, que donne ou que coûte l'expansion ou la compression d'un corps quelconque ; c'est donc, malgré la grandeur des nombres auxquels arrive ordinairement l'unité, la plus naturelle et la plus commode.

Nous avons défini la température : l'*intensité actuelle* de la FORCE CALORIQUE, et nous disons que dans un gaz parfait cette intensité a pour mesure la pression du gaz. En vertu de ce principe élémentaire que l'intensité d'une force est, toutes choses égales, proportionnelle à la *quantité* (¹) DE FORCE présente, il est clair que pour un gaz parfait les variations de la température (et de la pression, si le volume est invariable) sont proportionnelles aux variations des quantités de chaleur actuellement présente dans le corps. Il suit de là immédiatement que, pour un tel gaz, ce qu'on a appelé la *capacité à volume constant* est nécessairement une constante, et qu'on a ici

$$c_v = \mathrm{K}.$$

Expérimentalement, il est, non pas impossible, mais du moins difficile, de déterminer directement c_v. Mais la valeur de cet élément est aisée à établir, approximativement, par le calcul.

Supposons que nous portions la température d'un gaz de T_0 à T_1, en maintenant la pression P_0 constante et en permettant par conséquent au volume de varier, cette variation va donner lieu à un travail externe dont la valeur $P_0(V_1 - V_0)$ est facile à déterminer. Nous avons, en effet,

$$V_1 = \frac{V_0}{T_0} T_1,$$

(¹) Je ne saurais trop rappeler que ce mot est employé ici dans son sens le plus étendu et non dans celui qu'il a en langage vulgaire.

d'où

$$V_1 - V_0 = V_0\left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right)$$

et, par conséquent,

$$F = P_0V_0\left(\frac{T_1 - T_0}{T_0}\right)$$

pour la valeur de ce travail externe.

Comme nous supposons les attractions internes absolument nulles, ce travail sera le seul aussi qui s'opérera pendant l'accroissement de volume. En vertu de la première proposition de la Thermodynamique, il faudra dépenser pour ce travail une quantité de chaleur

$$AP_0V_0\left(\frac{T_1 - T_0}{T_0}\right)$$

en sus de celle qui est nécessaire pour élever de T_0 à T_1 la température du gaz, lorsque nous empêchons son volume de varier.

La dépense de chaleur totale sera, par suite,

$$q = c_v(T_1 - T_0) + AP_0V_0\left(\frac{T_1 - T_0}{T_0}\right).$$

En divisant les deux membres par $(T_1 - T_0)$, on a

$$\frac{q}{T_1 - T_0} = c_p = c_v + \frac{AP_0V_0}{T_0}.$$

C'est cette somme c_p qu'on a depuis longtemps appelée *capacité calorifique à pression constante*. On voit que, pour un gaz parfait, c_p est constant tout comme c_v, et l'on a, par suite,

$$c_v = c_p - \frac{AP_0V_0}{T_0}.$$

Les expériences de M. Regnault nous ont appris que c_p est

en effet constant pour les divers gaz, dans les limites où la loi de Gay-Lussac et de Mariotte peut être considérée comme juste elle-même.

Il nous est facile de ramener le terme $\frac{AP_0V_0}{T_0}$, relatif à la chaleur consommée en travail, à ne plus renfermer qu'un seul facteur, variable d'un gaz à l'autre. D'après la manière dont nous avons construit les équations ci-dessus, c_v et c_p représentent, en effet, la quantité de chaleur qu'il faut pour élever de 1 degré la température de l'unité de poids d'un gaz dont le volume, pour c_v, et la pression, pour c_p, sont tenus constants. Si donc nous désignons par Δ le poids de l'unité de volume du gaz à T_0 et à P_0, il vient

$$V_0 = \frac{1}{\Delta},$$

d'où

$$\frac{AP_0V_0}{T_0} = \frac{AP_0}{\Delta T}.$$

En prenant pour pression et pour température celles où l'on a l'habitude de ramener tous les gaz dans nos expériences de Physique, c'est-à-dire $0^{m},76$ de pression barométrique et zéro ou point de fusion de la glace, on a

$$P_0 = 10\,333^{kg}, \quad T_0 = 272,85,$$

d'où il résulte

$$\frac{AP_0}{\Delta T_0} = \frac{10\,333}{425.272,85\Delta} = \frac{0,089107}{\Delta}$$

et, par conséquent,

$$c_v = \left(c_p - \frac{0,089107}{\Delta}\right).$$

Avec les seules notions tout à fait élémentaires qui précè-

dent, il nous devient facile de résoudre les problèmes les plus variés que puisse nous présenter l'étude des gaz supposés parfaits.

Je vais examiner ceux qui s'offrent le plus souvent à résoudre, soit quant à l'emploi des gaz dans nos machines, soit quant au rôle des gaz au sein de la nature ; mais je prendrai toutefois pour le moment ces problèmes tout à fait en eux-mêmes et en dehors de toute application.

§ I.

Détente ou compression d'un gaz à température constante.

Un gaz parfait, disons-nous, se détend suivant la loi de Mariotte, ou

$$V = V_0 \frac{P_0}{P}, \qquad P = P_0 \frac{V_0}{V},$$

lorsque, pendant le changement de pression et de volume, la température reste constante ; mais, pendant ce changement, il s'opère un travail externe dont la valeur est

$$\pm \int P dV = \pm P_0 V_0 \int \frac{dV}{V} = P_0 V_0 \log\left(\frac{V}{V_0}\right) = F.$$

Ce travail tend nécessairement à amener un changement de température dans la masse gazeuse ; pour empêcher ce changement, il faut donc continuellement fournir de la chaleur au gaz s'il se détend, lui en soustraire si on le comprime ; et comme la capacité calorifique $c_v = K$ est constante, il faut, en vertu de la PROPOSITION I, que la chaleur ajoutée ou soustraite soit proportionnelle au travail produit ou dépensé. On a donc

$$\pm Q = AP_0 V_0 \log\left(\frac{V}{V_0}\right) = AP_0 V_0 \log\left(\frac{P_0}{P}\right)$$

pour la valeur de la quantité Q de chaleur à ajouter ou à soustraire. Si, pour plus de simplicité, nous supposons qu'on opère sur l'unité de poids de gaz, on a

$$V_0 = \frac{1}{\Delta},$$

Δ étant la densité du gaz à la pression P_0 et à la température T_0. Si ici encore nous prenons pour P_0 et T_0 la pression barométrique 0,76 et la température $T_0 = 272°,85$ (ou zéro), auxquelles on ramène habituellement la densité des gaz, il vient

$$\pm Q = \frac{0{,}089107\,T}{\Delta} \log\left(\frac{P_0}{P}\right) = \frac{0{,}089107\,T}{\Delta} \log\left(\frac{V}{V_0}\right)$$

si l'opération se fait à la température T. Il résulte de là que, pour un même gaz, la quantité de chaleur à fournir, ou le travail rendu (positif ou négatif), sont uniquement proportionnels à la température absolue à laquelle s'exécute le travail et au logarithme népérien du rapport $\frac{V_0}{V}$ ou $\frac{P_0}{P}$ du changement de volume ou de pression. C'est, en ce qui concerne le travail et la température, ce que nous avons déjà vu, sous une forme un peu différente, dans la démonstration de la PROPOSITION II.

§ II.

Détente ou compression d'un gaz sans addition ni soustraction de chaleur.

Supposons que, pendant la détente ou la compression d'un gaz, on n'ajoute ou ne retranche point de chaleur. En raison de la constance de $c_v = K$, le travail externe positif ou négatif s'exécutera aux dépens de la chaleur C du corps, et la varia-

tion de la température en sera la conséquence. En désignant par M le poids de gaz sur lequel on opère, il vient

$$dQ' = \mp MK\,dT;$$

mais nous avons, d'autre part,

$$dQ = \pm AP_0V_0 \frac{T}{T_0}\frac{dV}{V},$$

et, comme $dQ' = dQ$, on a

$$-MK\,dT = + \frac{AP_0V_0}{T_0}\cdot\frac{T}{V}\,dV,$$

d'où, en intégrant entre V_1 et V, T_1 et T,

$$MK \log\left(\frac{T}{T_1}\right) = \frac{AP_0V_0}{T_0}\log\left(\frac{V_1}{V}\right).$$

Mais on a

$$M = V_0\,\delta,$$

d'où

$$\delta K \log\left(\frac{T}{T_1}\right) = \frac{AP_0}{T_0}\log\left(\frac{V_1}{V}\right),$$

et, en remplaçant δ par Δ ou par la densité qui répond à $P_0 = 10\,333$ et $T_0 = 272{,}85$, il vient

$$\log\frac{T}{T_1} = \frac{0{,}089107}{K\Delta}\log\left(\frac{V_1}{V}\right).$$

En résolvant par rapport à T, on a

$$T = T_1\left(\frac{V_1}{V}\right)^{\frac{0{,}089107}{K\Delta}}.$$

Au rapport $\frac{V_1}{V}$ du changement des volumes, nous pouvons substituer le rapport $\frac{P_1}{P}$, exprimant le changement des pressions. Comme la température varie en même temps que les

volumes et les pressions, nous avons ici, en effet,

$$P = \frac{P_1 V_1}{T_1} \cdot \frac{T}{V},$$

d'où

$$\frac{V_1}{V} = \frac{P}{P_1} \cdot \frac{T_1}{T}.$$

En substituant cette valeur de $\frac{V_1}{V}$ dans l'équation ci-dessus, on obtient

$$T = T_1 \left[\left(\frac{P}{P_1} \right) \left(\frac{T_1}{T} \right) \right]^{\frac{0,089107}{\Delta K}},$$

d'où

$$T^{\left(1 + \frac{0,089107}{\Delta K}\right)} = T_1^{\left(1 + \frac{0,089107}{\Delta K}\right)} \left(\frac{P}{P_1} \right)^{\frac{0,089107}{\Delta K}}$$

et, par suite,

$$T = T_1 \left(\frac{P}{P_1} \right)^{\frac{0,089107}{\Delta K \left(1 + \frac{0,089107}{\Delta K}\right)}}.$$

L'exposant, dont l'énoncé algébrique est

$$\frac{AP_0}{\Delta K T_0 (1 + AP_0 : \Delta K T_0)},$$

est ramené, sous cette forme, à sa composition élémentaire, et l'on y lit en quelque sorte la *raison* des phénomènes. On est dans l'habitude de lui donner une tout autre forme, celle sous laquelle il a pour la première fois apparu dans la Physique mathématique. Nous avons vu qu'on a

$$c_v = c_p - \frac{AP_0}{\Delta T_0} \quad \text{et} \quad c_v = K,$$

d'où

$$c_p - c_v = \frac{AP_0}{\Delta T_0}$$

et, par suite,

$$\frac{AP_0}{\Delta KT(1 + AP_0 : \Delta KT_0)} = \frac{c_p - c_v}{c_v\left(1 + \frac{c_p - c_v}{c_v}\right)} = \frac{c_p - c_v}{c_p}.$$

On a ainsi

$$T = T_1\left(\frac{P}{P_1}\right)^{\frac{c_p - c_v}{c_p}} = T_1\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{c_p - c_v}{c_p}}$$

ou plutôt, pour revenir à la notation primitive,

$$t = \left(\frac{1}{\alpha} + t_1\right)\left(\frac{P}{P_1}\right)^{\frac{c_p - c_v}{c_p}} - \frac{1}{\alpha}.$$

Telle est l'équation remarquable à laquelle sont parvenus Laplace et puis, par une voie un peu différente, Poisson (*Mécanique*, t. II, p. 647), en admettant que le rapport $\frac{c_p}{c_v}$ des capacités à volume constant et à pression constante est invariable. On admettait à cette époque que les deux espèces de capacités sont des variables, fonctions de la densité des gaz. Il va sans dire que le terme c_p, qu'on appelait, *avec raison alors*, et bien à tort *aujourd'hui*, une *capacité calorifique*, ne pouvait être décomposé et réduit en ses éléments; il était considéré comme résultant directement des propriétés fondamentales des fluides aériformes et comme constituant un facteur simple.

L'accord entre les résultats de l'ancienne Physique et de la Physique moderne constitue certainement un fait très-remarquable, mais bien certainement aussi fortuit.

§ III.

Détente ou compression d'un gaz avec une addition ou une soustraction quelconque de chaleur.

Occupons-nous maintenant de chercher l'équation générale qui convient au cas où un gaz, pendant son expansion, reçoit de la chaleur ou en perd, suivant une loi non encore donnée.

Si nous désignons par dQ la quantité de chaleur élémentaire ajoutée ou retranchée pendant la variation du volume dV, la variation de température sera dT, et nous aurons une première équation

$$\pm dQ = c_v dT + \left(\frac{AP_0V_0}{T_0}\right) T \frac{dV}{V}$$

ou

$$\pm dQ = c_v dT + \frac{0,0890107}{\Delta} \cdot \frac{T}{V} dV,$$

Δ étant toujours la densité du gaz à $P_0 = 10\,333^{kg}$ et à $T_0 = 272°,85$.

Il est facile de remplacer dans cette équation les volumes par les pressions. Nous avons, en effet,

$$V = V_0 \frac{P_0}{T_0} \cdot \frac{T}{P},$$

d'où

$$dV = \frac{P_0V_0}{T_0}\left(\frac{dT}{P} - \frac{TdP}{P^2}\right).$$

Divisant les deux termes par la valeur de V, on a

$$\frac{dV}{V} = \frac{dT}{T} - \frac{dP}{P},$$

et, en substituant cette valeur dans l'équation générale ci-

dessus, on a

$$dQ = c_v dT + \frac{AP_0V_0}{T_0} dT - \frac{AP_0V_0}{T_0} \frac{dP}{P};$$

mais on a

$$c_v + \frac{AP_0V_0}{T_0} = c_p.$$

Il vient donc

$$dQ = c_p dT - \frac{AP_0V_0}{T_0} \cdot \frac{dP}{P}$$

ou

$$dQ = c_p dT - \frac{0{,}089107}{\Delta} \cdot \frac{dP}{P}.$$

Étant maintenant connue, en fonction de T ou de P, la loi suivant laquelle se fait l'addition ou la soustraction de chaleur Q, il est évident qu'en substituant à dQ sa valeur tirée de l'équation

$$Q = \varphi T \quad \text{ou} \quad Q = \varphi' P,$$

on a une équation qui ne renferme plus que T, dT, P et dP.

Cette équation nous sera fort utile dans l'étude des phénomènes atmosphériques en général : formation des nuages, pluie, grêle, etc., etc.

§ IV.

Détente d'un gaz sans travail externe.

Pour terminer ce Chapitre, je vais examiner un phénomène dont l'analyse nous servira de transition naturelle à l'étude des vapeurs saturées ou surchauffées.

Dans les divers problèmes que nous avons posés, il résultait toujours du changement simultané de pression ou de volume du gaz un certain travail externe déterminé ou du moins

à déterminer. Considérons maintenant le cas où il ne se produit aucun travail externe définitif et disponible.

La première affirmation de la Thermodynamique, c'est que si, dans ce genre de phénomènes, l'état interne du gaz n'éprouve lui-même aucune modification, il ne doit se manifester de changement ni dans la température, ni dans la chaleur présente.

Le lecteur se rappelle l'expérience mémorable de M. Joule, que j'ai examinée déjà en détail (page 147 et suivantes). Je n'ai pas à y revenir; mais on peut donner à cette expérience deux autres formes, dont l'une au moins est très-différente, quoique le principe réalisé soit toujours le même.

Je commence par celle qui diffère le moins.

1° Concevons un réservoir cylindrique, hermétique (un tuyau de cuivre, par exemple, de $0^{m},2$ de diamètre et de 1 ou 2 mètres de longueur, divisé en deux parties par une cloison fragile, par une membrane en parchemin par exemple. Admettons, pour plus de simplicité, que les volumes des deux parties soient égaux. Faisons le vide aussi bien que possible dans l'une des moitiés; dans l'autre, comprimons de l'air atmosphérique bien sec, de manière à avoir une pression 2B, ou double de celle de la hauteur du baromètre au moment de l'essai. Lorsque l'air s'est mis à la température du métal, faisons crever le diaphragme de séparation (il suffit pour cela de placer à l'avance une petite balle de plomb dans la partie où se trouve l'air comprimé, et de la faire rouler depuis l'extrémité vers la membrane, en soulevant subitement le tube). Au moment de l'explosion, ouvrons un robinet en rapport avec un manomètre à siphon et à air libre, où le liquide a été mis préalablement de niveau dans les deux branches. Il est évident que si, après la détonation, la pression tombe exactement de 2B à B, le liquide manométrique restera immobile;

et, pour que cette chute exacte de 2B à B puisse avoir lieu, il est tout aussi clair qu'il faut que la température reste absolument invariable dans la masse d'air.

Dans cette expérience, il ne se produit d'autre travail externe que celui que coûte la production du son dû à la rupture du diaphragme, travail toujours excessivement petit et négligeable.

Quelque soin que j'aie apporté aux observations, il ne m'a pas été possible, en exécutant cette expérience, de remarquer dans la hauteur du liquide manométrique de variation qui pût me permettre de conclure à un changement de température dans l'air par suite de l'explosion. Quelques réflexions critiques sont cependant indispensables ici.

Le lecteur doit apercevoir à première vue la ressemblance et la dissemblance de cette expérience avec celle de M. Joule. Nous avons aussi, de fait, deux réservoirs qui entrent en communication à un moment voulu; mais la communication est telle, que les deux n'en font plus qu'un au moment même de la rupture du diaphragme; et, au lieu que dans l'expérience de M. Joule le gaz de l'un des réservoirs se refroidit pendant que celui de l'autre s'échauffe, ici, en raison des mouvements excessivement vifs de toute la masse de gaz, le mélange des parties à diverses températures est instantané. Tandis que, dans l'expérience de M. Joule, l'état thermique général est indiqué par un thermomètre plongé dans une cuve d'eau où se trouvent les deux réservoirs, ici c'est la masse entière de gaz qui sert de calorimètre et de thermomètre. A ce dernier titre surtout, il semble que ma manière d'opérer soit infiniment plus rigoureuse et plus délicate que celle de M. Joule. Il n'en est pourtant pas réellement ainsi, et il existe une cause dont on ne s'est jamais préoccupé, ou pour mieux dire qu'on niait en Physique, et qui enlève à mon appareil cette sensibi-

lité excessive qu'il semblait promettre : je veux parler de la propriété qu'ont les gaz de prendre beaucoup plus vite qu'on ne le pensait la température des vaisseaux qui les contiennent. D'après une foule d'observations que j'ai faites en ce sens et qu'il est inutile de rapporter, je suis demeuré convaincu qu'alors même que le gaz, après l'explosion du diaphragme, eût pris une température de 1 ou 2 degrés inférieure à la température initiale, le gaz se serait réchauffé si vite aux dépens des parois du tuyau de cuivre, que je n'aurais pas eu le temps de constater au manomètre une chute de température appréciable. L'expérience dont je viens de parler n'aurait de chances de réussite que si l'on opérait sur un appareil de très-grandes dimensions, afin que la masse du gaz soit considérable.

Je me suis à dessein étendu sur la critique précédente, parce que, comme on va voir, il n'est pas douteux que non-seulement l'air (l'azote et l'oxygène), mais même l'hydrogène éprouvent un léger abaissement de température lorsque, sans rendre de travail externe, ils passent subitement d'un volume à un autre plus grand. Et si je décris une expérience dont le résultat, en un sens, a été nul, c'est parce que je suis convaincu que la science gagne tout autant à l'analyse bien raisonnée de ce genre d'expériences qu'à bien des recherches couronnées de succès. Dans notre étude des moteurs thermiques, j'aurai plus d'une fois occasion de faire ressortir la justesse de cette assertion.

On sait depuis longtemps que, lorsque l'air atmosphérique se précipite par un très-petit orifice dans le récipient d'une machine pneumatique dont on fait jouer les pompes de manière à maintenir la raréfaction constante, la température du gaz ne s'abaisse que très-peu. C'est, si je ne me trompe, Gay-Lussac qui, le premier, a étudié d'une manière scientifique,

quoique limitée, ce phénomène, qui, aux yeux du grand physicien, devait revêtir tous les caractères du paradoxe : on savait, en effet, alors déjà que l'air que l'on comprime fortement et subitement s'échauffe considérablement (briquet pneumatique); et, pour Gay-Lussac, il était certainement évident par là que l'air qu'on laisse se détendre sous le piston d'une pompe se refroidit tout aussi considérablement. Comment donc expliquer le très-faible refroidissement de l'air qui se jette dans le récipient de la machine pneumatique?

Des expériences de cet ordre ont été répétées, ou pour mieux dire reprises, sur la plus grande échelle et sous la forme la plus concluante, par M. Joule : elles peuvent compter parmi les plus belles et les plus utiles qu'ait exécutées cet éminent savant.

Le résultat d'ensemble est des plus précis.

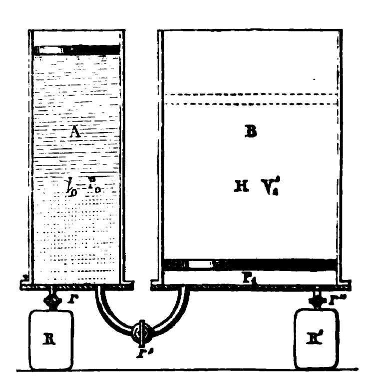
Lorsqu'un gaz soumis à une pression constante passe par parties successives dans un autre réservoir où sa pression, constante aussi, est inférieure, il éprouve toujours un refroidissement; mais ce refroidissement, toujours aussi très-faible, n'a rien de commun avec l'abaissement considérable de température qu'éprouverait le même gaz s'il passait, de la même pression initiale à la même pression finale, dans un vase dont la capacité s'accroîtrait graduellement, dans une pompe hermétique dont le piston reculerait.

Ce refroidissement si faible dépend de la nature du gaz et varie avec chaque gaz en particulier, tandis que celui qui a lieu dans une pompe dont le piston recule dépend surtout du travail rendu par le piston. C'est ce que je vais démontrer aisément. Il importe pour cela d'analyser à fond les résultats de l'expérience; car la raison mécanique qui les détermine est fort loin d'être évidente, comme beaucoup de personnes

le supposent, et tout l'ensemble du phénomène est beaucoup plus compliqué aussi qu'il ne semble. Voyons d'abord si le changement de température du gaz, si faible qu'il soit, peut avoir pour cause un travail externe.

Concevons (*fig.* 8) deux cylindres verticaux dans lesquels se meuvent sans frottement deux pistons hermétiques. Ces cylindres, ouverts par le haut, peuvent être mis en relation

Fig. 8.



par le bas à l'aide du tube de jonction et du robinet r'. Pour fixer les idées, supposons que la section de A soit à celle de B comme 1 est à 5, et que les charges des pistons, dues à leur propre poids et à la pression B de l'atmosphère qui pèse sur les deux par en haut, soient, au contraire, dans le rapport de 5 à 1.

Supposons que, le robinet r' étant fermé, le piston de B soit au bas de sa course, que celui de A soit au haut de la sienne, et que l'espace libre de ce cylindre soit rempli d'air atmosphérique sec (à environ 5 atmosphères, d'après ce qui vient d'être dit). Ouvrons partiellement le robinet r'. L'air à 5 atmosphères en A, n'ayant plus à supporter qu'une charge de 1 atmosphère en B, va se précipiter de A en B. Le piston de A

descendra, celui de B montera *lentement :* l'air en A comme en B restera soumis à des pressions parfaitement constantes de 5 atmosphères et de 1 atmosphère.

Quel sera maintenant le travail exécuté de part et d'autre? Désignons par s la section de A et par S celle de B, par H_0 la course totale du piston de A, et par H_x l'ascension qu'exécutera le piston de B, pendant que celui de A descend de H_0. Le travail connu et déterminé du piston de A sera évidemment

$$F_0 = PsH_0.$$

Le travail du piston de B aura pour expression

$$F_x = \tfrac{1}{5}PSH_x,$$

et, puisque nous avons admis $s = \frac{1}{5}S$, on aura simplement

$$F_x = PsH_x.$$

Mais quelle sera la valeur de H_x?

Je démontrerai ailleurs que, quelle que soit, dans les conditions précédentes, la température que prend le gaz (ou la vapeur) en passant de A en B, on a nécessairement $H_x = H_0$. Ici je vais discuter la question à un autre point de vue : je reste purement physicien et expérimentateur.

Supposons d'abord, par hypothèse, qu'on ait $H_x < H_0$. Il s'ensuit qu'on aurait

$$PsH_x < PsH_0;$$

en d'autres termes, le piston A dépenserait plus de travail en faisant passer l'air de A en B que le piston de B n'en recevrait; dès lors l'air recevrait une quantité de chaleur qui a pour expression

$$q = APs(H_0 - H_x);$$

mais dès lors aussi cet air devrait *s'échauffer* d'un nombre de degrés qui a pour expression

$$KM(T_x - T_0),$$

et l'on a nécessairement

$$KM(T_x - T_0) = APs(H_0 - H_x).$$

Il résulterait directement de là que l'air ne se dilaterait pas même *à peu près* selon la loi de Gay-Lussac et Mariotte, puisque cette loi nous donnerait

$$H_x = H_0 \frac{T_x}{T_0}.$$

Supposons maintenant qu'on ait $H_x > H_0$. Il vient alors

$$PsH_0 < PsH_x$$

et, par conséquent,

$$q = - APs(H_x - H_0),$$

ce qui implique un abaissement de température

$$KM(T_0 - T_x).$$

Mais ceci encore nous prouverait que l'air ne se dilate pas du tout selon la loi de Mariotte et de Gay-Lussac; car un abaissement de température $T_0 - T_x$ donnerait pour H_x une valeur plus petite et non plus grande que H_0.

Il suit de là que le faible refroidissement qu'éprouvent les gaz dans l'expérience de M. Joule est dû à toute autre chose qu'à une différence qu'on aurait pu supposer entre le travail P_sH_0 et le travail PsH_x. Ce refroidissement est donc dû nécessairement à une *cause interne*, à un travail interne et, par conséquent, à une *résistance* que surmontent les parties en

s'écartant les unes des autres ; à une attraction réciproque en un mot.

L'expérience théorique que je viens de décrire et d'analyser ne diffère au fond en rien de celles de M. Joule : dans celles-ci comme dans celle-là, un gaz à une pression constante s'écoulait dans un réservoir dont la pression était constante aussi. La différence, purement apparente, ne porte que sur l'espèce de réservoir : dans les expériences de M. Joule, c'était l'atmosphère même ; dans mon expérience, c'est un corps de pompe dans lequel le gaz est en réalité soumis à la pression atmosphérique ou à toute autre constante.

L'expérience si utile, comme nous verrons, de M. Joule prouve donc, entre autres choses, qu'il n'existe pas de *gaz parfaits,* tels que nous les avons définis. Cependant, comme la chute de température pendant l'espèce de détente que nous venons d'étudier est très-petite, faisons-en complétement abstraction et analysons l'expérience comme s'il s'agissait d'un gaz réellement parfait, obéissant rigoureusement à la loi de Mariotte.

Nous venons de voir que, pour que l'abaissement de température dans ce cas soit nul, il faut et il suffit que le travail du piston de B soit précisément le même que celui du piston de A. C'est là la condition mécanique du phénomène, mais ce n'en est point, comme beaucoup de personnes l'admettent superficiellement, l'explication.

Voyons de plus près ce qui se passe en A, en B et dans le tube même de jonction.

Admettons que, quand le robinet r' est entièrement ouvert, la section interne de la conduite soit la même partout, et assez petite pour que l'écoulement de A en B se fasse *lentement,* afin que nous n'ayons point à nous occuper de la vitesse de translation des pistons et du gaz en A et en B.

Dans le cylindre A, et à une distance suffisante de l'orifice O, les particules gazeuses sont en repos (relativement) ; mais, aux approches de cet orifice, elles prennent une vitesse de plus en plus grande, qui atteint son maximum et reste constante une fois qu'elles ont pénétré dans le tube de jonction. Dans le tube (abstraction faite des frottements), la pression du gaz est constante et égale à celle du gaz en B. Lorsque les particules se sont précipitées en B, elles tourbillonnent en tous sens et perdent ainsi peu à peu toute leur vitesse acquise.

Il résulte de ce dernier fait qu'en B le gaz doit s'échauffer proportionnellement à tout le travail que représente la vitesse que possédaient les molécules, absolument comme cela arrive pour un liquide : pour l'eau par exemple (page 94) ; et si, en réalité, le gaz reste à sa température initiale, c'est parce que *ailleurs* il se refroidit précisément autant qu'il s'échauffe en B. Ce refroidissement a lieu, en effet, au moment même où le gaz passe de la pression P_0 à la pression $P_1 < P_0$ ($P_1 = \frac{1}{6} P_0$, au cas particulier), et la température $T_1 < T_0$ qu'il détermine dure pendant tout le trajet du gaz à travers le tube où la vitesse maxima des parties reste constante. Je démontrerai expérimentalement ce fait en parlant de l'écoulement de la vapeur d'eau sous charge constante.

On voit clairement la ressemblance, mais aussi la singulière différence qui existe entre l'écoulement d'un liquide et celui d'un gaz sous charge constante. Dans l'un comme dans l'autre, il se manifeste une quantité de chaleur exactement proportionnelle au travail que l'on dépense à forcer le fluide à passer d'un réservoir dans un autre avec une vitesse donnée ; mais, tandis que dans le liquide (corps presque incompressible) la chaleur produite persiste, dans le gaz elle est consommée *avant* d'être produite, par le fait même de l'expansion qu'éprouve le corps en passant d'une pression à une autre.

On voit que les phénomènes thermiques qui se manifestent pendant l'écoulement des gaz s'expliquent très-naturellement à l'aide du seul principe de l'équivalence des forces, et sans qu'il soit nécessaire le moins du monde de recourir à des hypothèses gratuites de *transformations*, comme c'est généralement reçu ; mais on voit aussi que l'ensemble de ces phénomènes est fort compliqué, et l'on comprend fort bien les immenses difficultés que cette complication crée au physicien expérimentateur. Je pense qu'ici encore le lecteur me saura gré si, en terminant ce Chapitre, je lui parle de quelques expériences *manquées*.

Au début de mes travaux de Thermodynamique, et alors que je ne me doutais pas encore de la rapidité avec laquelle les gaz, surtout à l'état de mouvement très-vif, cèdent de leur chaleur ou en enlèvent aux parois métalliques des vases qui les renferment, j'ai été dans la perplexité la plus grande dans l'interprétation des résultats que me donnait une expérience fort simple en apparence. J'avais essayé de répéter l'expérience de M. Joule, mais en opérant sur des réservoirs placés en plein air, et en me servant de la pression même des gaz comme mesure thermométrique, ainsi que je l'ai expliqué déjà (page 298). J'avais construit deux réservoirs très-résistants, et à peu près égaux, en cuivre, que j'appellerai A et B ; dans l'un, je faisais le vide ; dans l'autre, je comprimais de l'air sec ; après avoir attendu assez longtemps pour que tout le système se mît à la même température, j'ouvrais un robinet de jonction, et je mesurais la pression au moment même où l'équilibre s'était établi entre A et B ; et, à l'aide de cette pression, je calculais la température moyenne des deux vases après l'écoulement. Selon que je faisais le vide en A ou en B, selon que j'ouvrais plus ou moins le robinet de jonction, selon la longueur des tubes de jonction, selon la position du ro-

binet, j'obtenais, à mon grand étonnement, tantôt un refroidissement, tantôt un échauffement de la masse totale de gaz, quoique, au point de vue théorique pur, il n'y eût rien du tout de changé dans la manière d'opérer. Rien de plus facile cependant à expliquer que toutes ces anomalies apparentes, lorsqu'on analyse bien les phénomènes. Je vais le montrer à l'aide de deux seuls exemples :

1° Supposons passablement long le tube de communication entre A et B. Nous avons vu que dans ce tube le gaz conserve une vitesse *maxima* et, par conséquent, une température *minima*, variables d'ailleurs toutes deux, puisque la pression dans cette expérience baisse en A et s'élève en B. Par ce fait même, le gaz en mouvement enlève considérablement de chaleur au métal du tube de jonction ; et, lorsque l'équilibre des pressions est établi, la température moyenne se trouve *élevée* par cette chaleur.

2° Supposons le tube de jonction beaucoup plus court ou même nul, mais n'ouvrons le robinet que partiellement. Le gaz comprimé en A par exemple, au lieu de passer en droite ligne en B, va battre avec violence contre les parois mêmes du tube métallique épais que forme le robinet : ces parois s'échaufferont fortement, quoique sur une petite étendue. Par ce fait même, quand l'équilibre des pressions sera établi, la pression finale nous donnera, par le calcul, une température moyenne *inférieure* à la température initiale, un *refroidissement* en un mot.

CHAPITRE II.

THÉORIE DES VAPEURS SATURÉES.

Les vapeurs étaient considérées autrefois comme des corps spécifiquement distincts des gaz; et cependant, quand il s'agissait de soumettre les premières à l'analyse mathématique, quand on voulait, par exemple, étudier les phénomènes dynamiques auxquels elles donnent lieu dans les moteurs, quand on voulait même simplement ramener leurs densités à une pression et à une température communes, on les traitait comme des gaz parfaits.

La Thermodynamique et, il faut le dire aussi, les idées plus saines qui se sont établies peu à peu en Physique sur la nature réelle des choses ont fait réunir aujourd'hui les gaz et les vapeurs en une même famille, et les ont fait ranger en une série à l'une des extrémités de laquelle se trouve l'être idéal qu'on appelle *gaz parfait* et à l'autre extrémité de laquelle se trouve la vapeur saturée.

Chose curieuse et fort importante, à l'inverse de l'ancienne Physique, la Thermodynamique, tout en montrant comment et pourquoi un même corps peut occuper successivement chaque degré de cette série, a démontré aussi qu'une vapeur saturée ne peut nullement être soumise mathématiquement aux mêmes lois qu'un gaz. La fondation de la théorie des vapeurs saturées a été l'une des premières et l'une des plus belles conquêtes de la science nouvelle. Je pense n'être injuste

envers personne en rappelant que c'est à M. Clausius qu'est due la partie la plus essentielle de cette théorie.

J'ai déjà montré (pages 228 et suiv.) que ce qu'on appelle en Physique un *changement d'état* des corps ne constitue en aucune façon, comme on l'a affirmé si longtemps, un saut brusque. Dans la seconde branche de la Thermodynamique, je reviendrai spécialement sur cette belle question. Ici je vais caractériser, d'une façon aussi précise que possible, l'ensemble des phénomènes de la formation des vapeurs saturées.

§ I.

Formation des vapeurs saturées.

Concevons un cylindre vertical dans lequel se meut sans frottement un piston dont la surface est S et dont le poids total variable à volonté est p. Faisons abstraction complète de la pression atmosphérique, ou pour mieux dire supposons-la nulle. Admettons que la paroi inférieure du cylindre seule soit perméable au calorique, et supposons que, dans le cylindre, il se trouve un poids M d'un liquide *quelconque,* mais toutefois *non décomposable* par la chaleur dans les limites de température où nous opérerons.

Le piston, qui repose d'abord sur le liquide, exerce une pression qui, rapportée à l'unité de surface, est $P = \frac{p}{S}$. En vertu d'un principe élémentaire d'Hydrostatique, cette pression s'étend en toutes directions à toutes les parties du fluide. Si, en mettant le bas du cylindre en rapport avec une source de chaleur à température indéfiniment élevée, nous échauffons peu à peu le liquide, le piston montera d'abord très-lentement, en raison de la faible dilatation de ce dernier; mais il

arrivera un moment, au contraire, où son ascension deviendra beaucoup plus rapide : le fluide changera, comme on dit, d'état ; il passera par parties successives à l'état de gaz, sans désormais changer de température, jusqu'à ce que la dernière goutte ait disparu. Si alors nous ajoutons encore de la chaleur, le gaz recommencera à gagner en température et à se dilater lui-même, comme l'avait fait le liquide.

Arrêtons-nous toutefois, pour le moment, au commencement de cette dernière période, et analysons de près les phénomènes au point de vue dynamique et au point de vue thermique.

Désignons par h_0 la hauteur du piston au-dessus du fond du cylindre avant que nous ayons commencé à chauffer le liquide, et par T_0 sa température (absolue). Il est clair que cette dernière et, par contre-coup aussi, la première sont arbitraires. Admettons conventionnellement qu'on ait $t = 0$ et, par suite, $T_0 = 272°,85$. La section du cylindre étant S, on aura $\frac{Sh_0}{M}$ pour le volume spécifique à T_0 de l'unité de poids du liquide. Désignons ce volume par w_0.

Pour porter le liquide de la température T_0 à la température à laquelle il entre en ébullition sous la pression arbitrairement choisie $P = \left(\frac{p}{S}\right)$, température que nous désignerons par T_s, il faudra une quantité de chaleur q, qui, décomposée en ses divers éléments, aura pour expression

$$q = MK(T_s - T_0) + APS(h_1 - h_0) + AH_w,$$

h_1 étant la hauteur à laquelle s'est élevé le piston par suite de l'échauffement du liquide de T_0 à T_s, et H_w étant, selon notre désignation convenue, le *travail interne* exécuté de T_0 à T_s. En désignant par c ce qu'on a faussement appelé jusqu'ici la

capacité calorifique du liquide, on a simplement

$$q = M \int_{T_0}^{T_1} c\,dT.$$

On voit que q renferme une arbitraire dont nous disposons, à savoir : $AP(h_1 - h_0)$, bien que cette valeur soit en général très-petite, en raison de la faible dilatabilité des liquides. Il nous suffit, en effet, d'augmenter ou de diminuer P pour augmenter ou diminuer q.

Nous disons que, parvenu à une certaine température T_1 (qui dépend d'ailleurs de la grandeur de P_1), le liquide se réduit en gaz, sans changer de température.

Dans les conditions physiques où se trouve ce gaz, nous ne pouvons lui enlever si peu que ce soit de chaleur sans qu'il ne repasse partiellement à l'état de liquide à la même température et, par conséquent, sans que le piston dont la charge est (pour le moment) invariable ne commence à descendre. Dans ces conditions tout à fait spécifiques, le gaz forme ce qu'on appelle une *vapeur saturée*. Nous voyons déjà que, dans ces mêmes conditions, le liquide mérite, tout aussi bien que sa vapeur, l'épithète de *saturé;* car nous ne pouvons non plus lui donner si peu que ce soit de chaleur sans qu'il ne se vaporise partiellement, sans que le piston ne recommence à monter. On n'a jamais assez insisté sur cette remarque, qui est caractéristique. On voit, en effet, nettement qu'il existe deux distances considérablement différentes entre les atomes, où la FORCE CALORIQUE fait rigoureusement équilibre à la somme des forces internes et externes qui tendent à rapprocher les parties matérielles des corps : la moindre addition ou soustraction de chaleur tend à troubler cet équilibre, et amène un changement dans les quantités relatives de liquide et de vapeur en présence.

Désignons par h_2 la hauteur à laquelle s'arrêtera le piston, lorsque toute la masse M sera évaporée. Le volume de la vapeur saturée sera Sh_2. Les volumes spécifiques, les volumes de l'unité de poids, du liquide saturé et de la vapeur saturée seront

$$\frac{Sh_1}{M} = w_s \quad \text{et} \quad \frac{Sh_2}{M} = V_s.$$

Le passage du volume w_s au volume V_s a eu lieu à température constante. Il suit de là que toute la chaleur fournie a été employée en travail externe et en travail interne. Elle a donc pour valeur

$$rM = M[AP(V_s - w_s) + A(H_v - H_w)],$$

H_v désignant le travail interne exécuté de notre température arbitraire T_0 jusqu'à l'évaporation complète du liquide à T_s. Posons $V_s - w_s = u$ et $A(H_v - H_w) = \rho$. Il vient

$$Mr = M(APu + \rho)$$

ou

$$r = APu + \rho.$$

La somme r, dont nous reconnaissons ici clairement la nature, est ce qu'on appelle la *chaleur d'évaporation* de l'unité de poids d'un liquide ; le terme ρ n'est autre chose que ce que le corps représente d'énergie ou de chaleur potentielle de plus à l'état de vapeur saturée qu'à l'état de liquide saturé. Appelons-le *énergie* ou *chaleur potentielle* de la vapeur saturée.

Entre les volumes w_s et V_s, la pression P_s, la chaleur d'évaporation r et la température, il existe des relations tout à fait spécifiques.

Occupons-nous d'abord de celles qui ne relèvent pas directement de la Thermodynamique, ou pour mieux dire de celles

qui avaient été déterminées empiriquement avant la naissance de cette science moderne.

Tout le monde sait que la tension d'une vapeur et d'un liquide saturés varie avec la température, et croît en général très-rapidement avec elle. Tout le monde aussi connaît les travaux, réellement classiques, de M. Regnault sur ce sujet. A l'aide des tableaux numériques établis par cet éminent expérimentateur, et aussi à l'aide des diverses formules empiriques qui lui ont servi à faire les interpolations sur des parties plus ou moins étendues de ces tableaux, nous pouvons trouver aujourd'hui, pour un grand nombre de liquides fort différents les uns des autres, la pression maxima qui répond à chaque température, ou la température qui répond à chaque pression; mais si, dans ce sens, les principales lacunes sont comblées, il n'en est pas de même au point de vue théorique. Une multitude de formules ont été proposées comme exprimant la relation qui lie P_s et t_s : les unes sont tout à fait empiriques, les autres reposent sur des considérations théoriques, tantôt correctes et rationnelles, tantôt fausses. Je reviendrai, comme il convient, sur cette importante question dans la seconde branche de la Thermodynamique; mais déjà, dans ce Chapitre, il me sera facile de montrer que la fonction

$$P_s = \varphi t_s \quad \text{ou} \quad t_s = \varphi' P_s$$

ne peut avoir la simplicité que quelques personnes veulent toujours trouver dans les lois naturelles; il me sera facile de montrer que cette fonction renferme nécessairement plusieurs termes, soit constants, soit variables, et alors fonctions les uns des autres.

L'équation empirique de Biot, dont s'est servi M. Regnault, a la forme générale

$$\log P = a + b\alpha^t + c\beta^t.$$

Les coefficients a, α, b, β varient naturellement d'un liquide à l'autre. Pour un très-petit nombre de liquides seulement on peut poser $c = 0$. Cette équation, d'un usage difficile dans certains cas, ne peut se résoudre par rapport à t. A ce titre, l'équation de M. Roche, ou

$$P = a\alpha^{\frac{t}{1+mt}},$$

est beaucoup plus commode, et ne le cède que très-peu à la précédente en exactitude. Pour l'eau, on peut même recourir à l'ancienne formule employée par Arago et Dulong, ou

$$P = (a + bt)^5,$$

pourvu qu'on ne considère a et b comme constants qu'entre des limites de température assez peu étendues, et qu'on les calcule, par exemple, de 40 en 40 degrés, en partant des Tables de M. Regnault.

Je reviendrai sur ce sujet dans les diverses applications numériques que nous aurons à faire plus tard.

Ce que je viens de dire de l'état de nos connaissances, quant aux véritables équations rationnelles qui donnent la relation des pressions et des températures pour les liquides et les vapeurs (saturés), reste vrai en ce qui concerne les relations des pressions ou des températures et des quantités de chaleur nécessaires pour évaporer l'unité de poids d'un liquide. Avant les travaux de M. Regnault, on ne savait que peu de chose (pour ne pas dire rien du tout) de précis sur cette question. Ces travaux ont démontré que les quantités de chaleur nécessaires pour porter un liquide de T_0 à T_1, et pour l'évaporer ensuite sous pression constante, sont des fonctions de la température et croissent lentement avec elle. On a pu remplacer ces fonctions (encore inconnues) par des formules

empiriques de la forme

$$\lambda = a + bt + ct^2 + dt^3 + ft^4,$$

dans lesquelles le terme f est presque toujours inutile, et qui traduisent les phénomènes avec une exactitude suffisante. On tomberait dans une grave erreur si l'on concluait de là *a priori* que la relation entre λ et t est plus simple que celle entre P et t. Si l'équation empirique ci-dessus suffit en général, c'est seulement parce que l'étude expérimentale des relations de λ et t est infiniment plus difficile que celle des relations de P et t, et que les erreurs que donne la formule empirique se *noient* complétement dans les erreurs inévitables de l'observation. Cette difficulté, dont l'origine d'ailleurs s'aperçoit à première vue, est telle, que, tandis que les expériences concernant les pressions et les températures sont justes au millième, dans certains cas au dix-millième près, celles qui concernent λ et t ne le sont pas toujours au cinquantième près.

La composition élémentaire de la somme λ est

$$\lambda = K(t_1 - t_0) + AP(w_1 - w_0) + AH_w + APu + AH_\nu,$$

expression qu'on écrit sous la forme beaucoup plus simple, mais déjà empirique,

$$\lambda = \int_{t_0}^{t_1} c\,dt + APu + \rho = \int_{t_0}^{t_1} c\,dt + r,$$

d'où

$$r = \lambda - \int_{t_0}^{t_1} c\,dt, \quad \rho = \lambda - \int_{t_0}^{t_1} c\,dt - APu.$$

Ainsi que je l'ai dit, les magnifiques expériences de M. Regnault font connaître λ pour un très-grand nombre de liquides.

En ce qui concerne la valeur de $\int c\,dt$, M. Regnault l'a établie aussi : 1° pour l'eau, sur une grande étendue de l'é-

chelle thermométrique; 2° pour un grand nombre de liquides, sur une étendue plus limitée de l'échelle. J'ai, de mon côté, complété ce travail en l'étendant sur une bien plus grande partie de l'échelle thermométrique, quant à l'éther, l'alcool, le sulfure et le chlorure de carbone, et l'essence de térébenthine.

§ II.

Détermination théorique du travail externe P*u* *ou de la somme de chaleur* AP*u*.

La détermination théorique de AP*u* a été un des premiers et des plus beaux progrès réalisés par la Thermodynamique. Elle doit fixer tout d'abord notre attention.

Reprenons notre cylindre vertical, défini comme il l'a été (page 310).

La masse M de liquide qui s'y trouve étant arrivée au point de saturation, son volume est, ainsi qu'il a été dit, SH_w ou Mw. Ajoutons, par le bas du cylindre (seul perméable au calorique), assez de chaleur pour évaporer juste la masse M. Le volume de la vapeur saturée sera Sh_v ou MV_s. Le travail exécuté par le piston est, comme nous l'avons déjà vu,

$$PS(h_v - h_w) = MP(V_s - w_s) = MPu.$$

Pour simplifier, faisons M = 1. Il vient

$$F_e = Pu$$

pour la valeur du travail externe de l'évaporation, et nous avons, par suite,

$$AF_e = APu$$

pour la quantité de chaleur que représente ce travail. Pour

évaporer notre masse de liquide à la température constante T_s, nous aurons dépensé une quantité de chaleur $Q_0 = r$.

Sans ajouter ni retrancher de chaleur, laissons la masse de vapeur se détendre de façon que son volume devienne $(u + \Delta V)$ et que sa pression tombe à $(P - \Delta P)$. Si ΔV et ΔP sont très-petits, nous pourrons exprimer par $(P - \frac{1}{2}\Delta P)$ la pression moyenne de la détente. Le travail rendu sera donc

$$F_\delta = (P - \tfrac{1}{2}\Delta P)\Delta V.$$

La pression étant devenue $(P - \Delta P)$, et la température étant $(T_s - \Delta T)$, soustrayons maintenant une quantité de chaleur Q_1 telle, que nous ayons

$$\frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} = \frac{\Delta T}{T_s}.$$

Nous serons obligés pour cela (PROPOSITION II) de condenser une quantité de vapeur telle, que, quand son volume sera devenu $(\Delta V)'$, il nous suffira de ramener (par l'accroissement de charge du piston) la pression de $(P - \Delta P)$ à P pour revenir à la température à T_s, et pour réduire tout le restant de vapeur à l'état de liquide et au volume w_s.

Le travail rendu par la condensation à pression constante sera visiblement

$$F'_e = (P - \Delta P)[u + \Delta V - (\Delta V)'].$$

Pendant la compression de $P - \Delta P$ à P, la pression moyenne sera, comme ci-dessus, approximativement $(P - \frac{1}{2}\Delta P)$. Le travail que coûtera cette détente négative sera donc

$$F'_\delta = (P - \tfrac{1}{2}\Delta P)(\Delta V)'.$$

Le travail total recueilli sera

$$F_e + F_\delta - F'_e - F'_\delta = F$$

ou bien

$$F = Pu + (P - \tfrac{1}{2}\Delta P)\Delta V - (P - \Delta P)[u + \Delta V - (\Delta V)'] - (P - \tfrac{1}{2}\Delta P)(\Delta V)';$$

ce qui donne, tout calcul fait,

$$F = u\Delta P.$$

Cette expression, qui n'est qu'approximative si nous donnons à ΔP une valeur très-petite, mais finie, devient rigoureuse si nous faisons $\Delta P = dP$ ou infiniment petit. La chute de température ΔT devient alors infiniment petite aussi, et, au lieu de

$$AF = Q_0\left(\frac{\Delta T}{T_1}\right) = r\frac{\Delta T}{T_1},$$

nous avons

$$A\,dF = A u\,dP = r\frac{dT}{T}.$$

Si nous multiplions les deux membres par P et si nous divisons par dP, il vient

$$APu = \frac{rP}{T\frac{dP}{dT}}.$$

Telle est la relation remarquable qui existe entre la chaleur que coûte le travail externe de l'évaporation et la chaleur d'évaporation r.

C'est à M. Clausius qu'est due la découverte de cette relation, du moins sous la forme arrêtée et définie qu'elle a ici. Le lecteur trouvera dans le bel Ouvrage de Zeuner une analyse historique très-intéressante et très-bien faite concernant cette question ([1]). La démonstration tout à fait directe que

([1]) Page 274 du texte allemand (2e édition) et page 266 de la traduction française de MM. Arnthal et Cazin.

je viens de donner diffère notablement de celles qu'ont suivies M. Clausius et d'autres analystes. Mon but a été de la rendre aussi élémentaire et aussi saisissable que possible. Je dois cependant faire sur la marche que j'ai suivie quelques réflexions restrictives, qui d'ailleurs s'appliquent tout aussi bien à n'importe laquelle des démonstrations données jusqu'ici.

J'ai dit que tous les raisonnements que nous avons faits ne sont admissibles et ne conduisent à une approximation qu'à la condition que les différents accroissements ΔV, ΔP, $(\Delta V)'$, ΔT soient supposés très-petits; j'ai dit que le résultat final n'est rigoureux qu'à la condition que l'on considère ces mêmes accroissements comme infiniment petits. Comme question de passage du calcul des différences finies au calcul des différences infinitésimales, l'assertion est évidente; mais elle l'est aussi à un point de vue purement physique, et c'est là ce qu'il est très-utile de montrer.

Pour n'importe quel gaz, nous ne pouvons poser approximativement

$$\Delta F = (P - \tfrac{1}{2}\Delta P)\,\Delta V$$

qu'à la condition que l'accroissement de volume ΔV et la chute de pression ΔP qui en résulte soient très-petits; mais, pour une vapeur saturée, cette condition prend un caractère accentué et spécial. Le volume V qui résulte de l'évaporation de l'unité de poids d'un liquide n'est pas quelconque, comme pour un gaz : il est spécifique. Nous ne pouvons point l'accroître ou le diminuer d'une quantité finie, si petite qu'elle soit, sans qu'il ne faille modifier d'une manière spécifique aussi et la pression et la température, si nous voulons que la vapeur reste saturée. Le travail $P(V_1 - w_1) = Pu$, résultant du passage du volume spécifique w_1 au volume spécifique V_1, est, par conséquent, spécifique aussi, comme l'établit d'ail-

leurs notre démonstration : l'élément différentiel pour ce travail est

$$dF = u\,dP + P(dV - dw) = u\,dP + P\,du,$$

et non pas simplement $P\,dV$, comme cela a lieu en général quant aux gaz.

Afin de bien me faire comprendre, je prends deux exemples frappants, sur lesquels je reviendrai en temps et lieu. Lorsque la vapeur saturée de l'eau se détend d'une quantité finie, il s'y produit une *condensation d'eau;* lorsque la vapeur saturée de l'éther sulfurique se détend d'une quantité finie, elle se *surchauffe* au contraire, c'est-à-dire que, bien que sa température baisse par l'acte de la détente, cet abaissement n'est pas assez grand pour tenir la vapeur au point de saturation. Ainsi, après la détente *finie,* nous n'avons plus affaire au même genre de corps qu'avant la détente. Nous voyons donc que l'approximation à laquelle nous arrivons, en posant

$$\Delta E = (P - \tfrac{1}{2}\Delta P)\,\Delta V,$$

est moindre pour une vapeur que pour un gaz à égalité de *valeur finie* adoptée pour ΔV. Nous voyons, en un mot, qu'à une raison mathématique s'en ajoute une tout à fait physique, pour laquelle tout l'ensemble de notre discussion ne peut être correct et rigoureux que si, aux accroissements ΔP, ΔV, Δu, ΔT on substitue dP, dV, du et dT.

Il est facile de reconnaître l'importance considérable de la relation

$$Au = \frac{r}{T\dfrac{dP}{dT}} \quad \text{ou} \quad APu = \frac{Pr}{T\dfrac{dP}{dT}}.$$

Elle nous conduit d'abord immédiatement à la détermination

du volume spécifique de la vapeur, puisqu'on a

$$u = V - w,$$

d'où

$$V = w + \frac{Er}{T\frac{dP}{dT}}.$$

Et de ce premier fait, sur lequel je vais revenir à l'instant, il découle immédiatement aussi que les vapeurs saturées ne suivent point, comme on le croyait, la loi de Mariotte et Gay-Lussac, puisqu'on aurait

$$V = \frac{V_0 P_0}{T_0}\left(\frac{T}{P}\right) = w + \frac{Er}{T\frac{dP}{dT}},$$

égalité dont l'impossibilité saute aux yeux.

J'anticipe un peu sur la partie expérimentale de mon exposition en tirant de suite une autre conclusion capitale de l'égalité

$$V = w + \frac{Er}{T\frac{dP}{dT}}.$$

Les recherches que j'ai faites sur la densité des diverses vapeurs à des pressions et à des températures très-variées, recherches dont je donnerai les détails dans le Chapitre suivant, m'ont permis de déterminer le volume spécifique de ces vapeurs vers leur point de saturation, à des températures très-diverses. Ces volumes concordent d'une manière très-satisfaisante avec les valeurs calculées pour V, à l'aide de l'équation précédente. Il résulte immédiatement de là : 1° que la PROPOSITION II, d'où, comme on a vu, cette équation est tirée, se trouve vérifiée expérimentalement d'une façon indirecte; 2° que l'existence réelle et rationnelle du terme T,

exprimant la température absolue, se trouve confirmée aussi; ce terme, en effet, a des valeurs à la fois si grandes et si variées dans notre équation, que, si ces valeurs étaient fausses ou ne répondaient qu'à quelque chose d'hypothétique, les valeurs trouvées pour V ne pourraient plus être justes.

Cette double concordance est certainement une des plus belles démonstrations expérimentales indirectes qu'aient pu recevoir les principes fondamentaux de la Thermodynamique.

Je n'ai pas cru devoir donner à la fin de ce volume une suite de tableaux indiquant la densité ou le volume spécifique des vapeurs à des températures croissantes. Le lecteur trouvera ces tableaux très-exactement calculés dans le beau livre de Zeuner. Je crois, au contraire, devoir m'arrêter un peu plus sur le mode même du calcul, des plus simples et des plus rapides d'ailleurs, de ces volumes.

La détermination de u ou $(V - w)$ exige la connaissance de la chaleur d'évaporation r à la température T, et du coefficient différentiel $\frac{dP}{dT}$. Ce dernier est facile à calculer lorsqu'on se sert de la formule de M. Roche, qui est ici plus que suffisamment exacte. On a, en effet, en prenant les logarithmes

$$\log P = \log a + \frac{t}{1 + mt} \log \alpha,$$

d'où

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dT} = \frac{P \log \alpha}{(1 + mt)^2} = \frac{P \log \alpha}{[1 + m(T - 272,85)]^2}$$

et, par conséquent,

$$u = \frac{E r}{T} \frac{(1 + mt)^2}{P \log \alpha},$$

équation dans laquelle P doit être exprimé en kilogrammes par mètre carré, si u l'est en mètres cubes, et dans laquelle d'ailleurs le logarithme de α est népérien.

La détermination de V exige, de plus, la connaissance de w ou du volume spécifique du liquide à T ou t. Lorsqu'il s'agit de vapeurs peu denses, soit parce qu'on les prend à de basses températures, soit parce que leur densité est faible, même à haute pression, on peut poser, sans erreur appréciable, $w_t = w_0$, c'est-à-dire prendre le volume de liquide à zéro. Pour la vapeur d'eau, par exemple, dont le volume à 200 degrés et à 15892 kilogrammes de pression s'élève encore à $0^{mc},127$, l'accroissement de volume de l'eau de zéro à 200 degrés ou $0^{mc},001$ à $0^{mc},001154$ n'entre encore que pour une valeur insignifiante dans le nombre.

Mes expériences sur la dilatation de l'eau, de l'éther, de l'alcool, du sulfure et du chlorure de carbone permettent de calculer la valeur de w à des températures très-élevées, et d'arriver pour V à une exactitude très-grande. Je dois toutefois le dire de suite, en raison de l'étendue des limites d'erreurs possibles dans la détermination de r, il est superflu de chercher une aussi grande exactitude quant à w. L'incertitude qui existe sur la vraie valeur de r se reporte, en effet, sur la valeur de u, et les fautes qui existent indubitablement dans la valeur calculée de u dépassent certainement celles qu'on risque de commettre en prenant

$$w = \text{const.} = w_0.$$

§ III.

Lois empiriques généralement employées pour la détermination de r, q, P, $\frac{dP}{dT}$.

Pour ne rien laisser à désirer sur cette importante question et pour mettre mes lecteurs à même de calculer promptement

les valeurs de u et, par suite, de V, je donne ici les principaux éléments du calcul en ce qui concerne trois des corps cités plus haut : l'eau, l'éther sulfurique et le sulfide carbonique. Ce sont ceux que je choisirai en général comme exemple par la suite, parce qu'ils présentent entre eux des différences très-grandes de propriétés, et qu'ainsi leur étude spéciale a un caractère des plus accentués.

Eau.

$$r = 606{,}5 - 0{,}695\,t - 0{,}00002\,t^2 - 0{,}0000003\,t^3,$$

$$r = 800{,}7357 - 0{,}7510884\,T + 0{,}000225565\,T^2 - 0{,}0000003\,T^3,$$

$$q = -268{,}245 + 0{,}948916\,T + 0{,}000225565\,T^2 - 0{,}0000003\,T^3,$$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{0{,}090936948\,P}{[1 + 0{,}0049528167\,(20 + t)]^2},$$

$$w = (1 + 0{,}000088036\,t + 0{,}0000034293\,t^2)\,0{,}001$$

entre 100 et 200 degrés, 0,001 étant le volume à zéro.

Sulfide carbonique.

$$r = 90 - 0{,}0746168\,t - 0{,}0006295213\,t^2,$$

$$r = 63{,}49314 + 0{,}268913\,T - 0{,}0006295213\,T^2,$$

$$q = 0{,}220626\,t + 0{,}0002172213\,t^2,$$

$$w = 0^{mc}{,}0007733224 + 0{,}000766528\,t + 0{,}0000032361\,3\,t^2,$$

$$\log P = 3{,}2402996 + \frac{0{,}01984688\,t}{(1 + 0{,}0040265227\,t)},$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{0{,}045699426\,P}{(1 + 0{,}0040265227\,t)^2}.$$

Éther sulfurique.

$$r = 94 - 0{,}11700567\,t - 0{,}001133354\,t^2 - 0{,}000001127086\,t^3,$$

$$r = 67{,}36395 + 0{,}2176291\,T - 0{,}0000929645\,T^2 - 0{,}000001127086\,T^3,$$

$$q = 0{,}56700567\,t + 0{,}0005777945\,t^2 + 0{,}000001127086\,t^3,$$

$$w = 1{,}\dot{3}576 + t\left\{ \begin{array}{l} 0{,}001831 3 \\ + t\left[\begin{array}{l} 0{,}0000088974 \\ - t\left(\begin{array}{l} 0{,}00000004 6826 \\ - 0{,}0000000004585\,t \end{array} \right) \end{array} \right] \end{array} \right\},$$

$$\log P = 3{,}3991654 + \frac{0{,}019942847\,t}{1 + 0{,}003824175\,t},$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{0{,}0459204\,P}{(1 + 0{,}003824175\,t)^2}.$$

Je reviendrai ailleurs sur le degré d'approximation que représentent ces diverses équations. Ici, je me borne à dire que celles qui concernent l'eau sont les seules qu'on puisse considérer comme suffisamment exactes; l'approximation est beaucoup moindre pour le sulfure et l'éther.

L'usage de ces diverses équations est si simple, qu'il est inutile d'en donner aucun exemple d'application. Je crois, au contraire, devoir m'arrêter ici un instant déjà sur la relation qui existe entre P et *u* ou V.

Comme pour les vapeurs saturées il n'existe qu'une seule valeur de *t* et de P à laquelle réponde *u* ou V, il est clair qu'il doit exister aussi une loi exprimant pour ces vapeurs la relation directe de *t* et de V ou de P et de V, indépendamment de P ou de *t*. Dans la SECONDE BRANCHE de la Thermodynamique,

j'établirai, sous forme rationnelle et sans l'intervention d'aucun facteur empirique, la relation remarquable de P et de V. Ici je me borne à indiquer une relation, au contraire, purement empirique, qui permet de déterminer u lorsqu'on connait P, ou réciproquement. Cette relation, trouvée par Zeuner, a la forme

$$V = V_0 \left(\frac{P_0}{P}\right)^\gamma,$$

γ étant un exposant constant pour une même vapeur et variant, au contraire, d'une vapeur à une autre. Les valeurs qu'on tire de cette équation, soit pour V, soit pour P (V étant connu), sont, pour la vapeur d'eau surtout, tellement approchées de celles que donne l'équation

$$u = \frac{Er}{T\frac{dP}{dt}},$$

qu'on serait, à première vue, tenté de croire que

$$V = V_0 \left(\frac{P_0}{P}\right)^\gamma$$

est réellement une loi naturelle. Bien qu'il n'en soit pas ainsi, cette loi est pourtant tellement commode et d'un usage si facile, que nous pourrons y recourir, dans cette PREMIÈRE BRANCHE, toutes les fois que nous aurons à chercher directement la valeur de P ou de V, étant connu V ou P, pour t inconnu. Nous aurons simplement alors à chercher, pour chaque cas donné, la valeur convenable de γ; ce qui est facile, en remarquant qu'on a

$$\log V_1 - \log V_0 = \gamma(\log P_0 - \log P_1),$$

d'où

$$\gamma = \frac{\log V_1 - \log V_0}{\log P_0 - \log P_1},$$

et que, par conséquent, pour déterminer γ, il suffit de remplacer V_0, V_1, P_0 et P_1 par quatre valeurs correspondant deux à deux et prises dans les tables ou calculées à l'aide de

$$V = \frac{Er}{T\frac{dP}{dt}} + w.$$

Je ferai ressortir, à la fin de ce Chapitre et sous forme digressive, le rapport logique et intime qui existe entre les éléments si disparates en apparence u, P, r et T, qui entrent dans l'égalité ci-dessus; mais je vais d'abord montrer avec quelle facilité on tire de l'équation

$$APu = \frac{rP}{T\frac{dP}{dT}}$$

d'autres équations, qui nous permettent d'étudier tous les phénomènes thermiques et dynamiques auxquels peuvent donner lieu les vapeurs saturées.

§ IV.

Équations générales relatives à la détente ou à la compression des vapeurs saturées.

Exprimons d'abord sous forme algébrique la valeur de la *chaleur interne* U d'une masse de vapeur et de liquide saturés, autrement dit, la somme (C + AH) en excès de chaleur réelle et de chaleur potentielle que représente notre masse. Soit M le poids total de la vapeur et du liquide saturés; soit m le poids de la vapeur.

La partie de U relative au liquide a pour expression

$$(M - m)\int_0^t c\,dt;$$

en d'autres termes, ce sont les quantités de chaleur (réelle et potentielle) que le poids $(M - m)$ contient de plus à t qu'à zéro. Nous avons vu que, pour évaporer l'unité de poids d'un liquide arrivé à t et à P, il faut une quantité de chaleur r, dont l'expression est

$$r = APu + \rho.$$

La partie APu qu'a coûté le travail externe ne peut évidemment plus figurer dans la somme $(C + AH)$, et nous avons, par suite,

$$U_0 = M\int_0^{t_0} c\,dt + m_0\rho_0.$$

D'après un des principes élémentaires de la Thermodynamique, la valeur de U ne peut varier : 1° que si la masse totale M rend un travail externe (positif ou négatif), en augmentant ou en diminuant de volume et en surmontant, en même temps, la pression externe; et alors la variation de U est rigoureusement proportionnelle au travail externe rendu; 2° que si la masse, sans rendre de travail, reçoit ou perd de la chaleur par son contact avec un autre corps; 3° enfin que si les deux phénomènes ont lieu à la fois : dans ce cas toutefois, la variation de U peut encore être nulle. Examinons le premier et le dernier problème.

Si, pendant que le volume total de M augmente ou diminue, en faisant toujours équilibre à la pression externe P, désormais variable, on n'ajoute ou ne retranche point de chaleur à M, la température t_0 variera de t_0 à t_1, et la somme U_0

devenue U_1 aura pour valeur

$$U_1 = M\int_0^{t_1} c\,dt + m_1\rho_1.$$

La variation de U sera

$$(\text{I}a)\qquad U_1 - U_0 = M\int_{t_0}^{t_1} c\,dt + m_1\rho_1 - m_0\rho_0.$$

Si l'on suppose la variation $U_1 - U_0$ infiniment petite, on a naturellement

$$dU = Mc\,dt + d.m\rho,$$

et le travail externe rendu sera

$$AF = U_1 - U_0 = M(q_1 - q_0) + m_1\rho_1 - m_0\rho_0$$

ou

$$(\text{I}b)\qquad A\,dF = Mc\,dt + d.m\rho.$$

Supposons maintenant que, pendant la variation de volume de la masse M, on ajoute ou retranche de la chaleur. La variation de U sera évidemment égale à la somme de la chaleur que coûte (ou donne) le travail, et de la chaleur dQ ajoutée. On aura donc

$$dQ = dU + AP\,dv.$$

Voyons ce qu'est dv. Le volume spécifique de la vapeur à la température t et à la pression P étant V, on a, pour le volume de la masse M,

$$v = (M - m)w + mV = Mw + m(V - w) = Mw + mu.$$

En différentiant, il vient

$$dv = M\,dw + d.mu;$$

mais, d'une part, le volume spécifique w d'un liquide saturé n'est en général qu'une petite fraction du volume spécifique V de la vapeur saturée. D'autre part, en raison de la faible dilatabilité des liquides, la variation $(w_1 - w_0)$ est elle-même excessivement petite, par rapport à $(V_1 - V_0)$. Nous pouvons donc, en conservant un assez grand degré d'approximation, poser

$$dw = 0, \quad \text{d'où} \quad dv = d.mu.$$

Il résulte de là

$$dQ = dU + AP d.mu,$$

ou bien, en remplaçant dU par sa valeur complète,

$$dQ = Mc\,dt + d.m\rho + AP d.mu;$$

mais nous avons

$$\rho = (r - APu)$$

et, par suite,

$$dQ = Mc\,dt + d.m(r - APu) + AP d.mu.$$

En réduisant, il vient

$$dQ = Mc\,dt + d.mr - Amu\,dP.$$

L'équation fondamentale

$$Au = \frac{r}{T\frac{dP}{dT}}$$

nous donne

$$Au\,dP = \frac{r}{T}\,dT.$$

Écrivant cette valeur à la place de $Au\,dP$, on a

$$\text{(II)} \qquad dQ = Mc\,dt + d.mr - \frac{mr}{T}\,dT.$$

Ainsi que je l'ai dit, les valeurs de $\int c\,dt$ et de r sont, pour un grand nombre de liquides, connues par les expériences de M. Regnault, et exprimées sous forme d'équations empiriques de la forme

$$\int_0^t c\,dt = a + bt + ct^2 + dt^3,$$

$$r = A + Bt + Ct^2 + Dt^3.$$

De cette dernière on tire

$$dr = B\,dt + 2Ct\,dt + 3Dt^2\,dt$$

Comme on a

$$T = 272,85 + t,$$

d'où

$$t = T - 272,85,$$

on transforme aisément les formules de M. Regnault en d'autres qui renferment T au lieu de t, et il devient très-facile de se servir des équations (Ia), (Ib), (II). Je vais donner quelques exemples de leur emploi dans l'analyse des phénomènes les plus importants et les plus intéressants que présentent les vapeurs saturées.

§ V.

Détente ou compression sans addition ni soustraction de chaleur.

Occupons-nous d'abord du cas où une vapeur se détend ou est comprimée sans recevoir ni perdre de chaleur extérieurement, et en donnant le maximum de travail externe qu'elle est susceptible de donner. C'est ce qui aurait lieu, par exemple, si la vapeur se détendait ou se trouvait comprimée

dans un cylindre à parois *parfaitement imperméables* au calorique, fermé par une extrémité, dans lequel se mouvrait, sans frottement, un piston hermétique dont la charge variable ferait sans cesse équilibre à la pression de la vapeur.

Désignons par m_0 le poids de vapeur initial et par $(M - m_0)$ le poids du liquide que, pour plus de généralité, nous y supposerons mêlé. Soient T_i la température initiale et T_f la température finale de la masse au moment où nous arrêtons le mouvement du piston.

La condition qu'il n'y ait point de chaleur ajoutée ou soustraite pendant l'opération donne ici $dQ = o$ dans l'équation (II); et il vient, par suite,

$$o = Mc\,dt + d.mr - \frac{mr}{T}\,dT.$$

Si nous divisons par T, il vient

$$o = \frac{Mc\,dt}{T} + \frac{d.mr}{T} - \frac{mr\,dT}{T^2} = \frac{Mc\,dt}{T} + d\left(\frac{mr}{T}\right)$$

et, par conséquent,

$$o = M\int_{t_i}^{t_f} c\,dt + \frac{m_f r_f}{T_f} - \frac{m_i r_i}{T_i}.$$

Cette équation est due à M. Clausius. Deux applications à des liquides bien différents, l'eau et l'éther sulfurique, vont nous montrer quel horizon nouveau elle a ouvert quant à la théorie des vapeurs.

Pour plus de simplicité, supposons que nous ayons eu, au début, de la vapeur saturée sans liquide, dans notre cylindre : ce qui nous donne $m_i = M$. Il vient ainsi, en résolvant l'équation ci-dessus,

$$m_f = \left(\frac{T}{r}\right)_f \left[\left(\frac{r}{T}\right)_i + \int_{T_i}^{T_f} \frac{c\,dt}{T}\right] M.$$

Les expériences de M. Regnault ont donné pour l'eau

$$c = \frac{dq}{dt} = 1 + 0,00004t + 0,0000009t^2.$$

En remplaçant t par T, il vient

$$c = 1,056088 - 0,0004513T + 0,0000009T^2.$$

En substituant cette valeur de c dans notre équation et en intégrant de T_i à T_f, il vient

$$m_f = M\left(\frac{T}{r}\right)_f \left[\left(\frac{r}{T}\right)_i + 1,056088 \log \frac{T_i}{T_f} - 0,0004513(T_f - T_i) + 0,00000045(T_f^2 - T_i^2)\right].$$

Posons maintenant, comme exemple d'application,

$$T_i = (272,85 + 130) \quad \text{et} \quad T_f = (272,85 + 30).$$

On a, pour ces deux températures,

$$r_i = 515^{\text{cal}},153, \quad r_f = 585^{\text{cal}},624.$$

En remarquant que le logarithme est népérien, et en exécutant tous les calculs, il vient

$$m_f = 0,81023,$$

ce qui nous apprend que la masse de vapeur diminue pendant la détente, autrement dit, qu'une partie (les 0,189 au cas particulier) se condense, passe à l'état d'eau. Il est clair que, par la compression, c'est le contraire qui a lieu, et que si, dans notre cylindre, nous avions, par exemple, un mélange de 0,81023 de vapeur et de 0,18976 d'eau saturée à 30 degrés ($T = 302°,85$), l'eau se réduirait en vapeur lorsque, en comprimant le mélange à l'aide du piston, nous ramènerions le tout à 130 degrés ou $T = 402,85$.

Prenons maintenant pour exemple la vapeur saturée d'é-

ther sulfurique, en renversant toutefois l'expérience. Supposons que, dans notre cylindre, il se trouve un poids M de cette vapeur saturée à 30 degrés ou $T = 302{,}85$, et que l'on refoule cette vapeur jusqu'à ce que sa température atteigne 130 degrés ($T = 402{,}85$).

En partant des formules empiriques que j'ai indiquées (page 225), on trouve pour l'éther :

A 130 degrés..... $r_f = 57{,}004, \quad \frac{dq}{dt} = c = 0{,}795133,$

A 30 degrés..... $r_i = 89{,}42; \quad \frac{dq}{dt} = c = 0{,}60662.$

Au lieu d'intégrer $\frac{c\,dt}{T}$, nous pouvons, sans crainte d'erreur notable, prendre c constant et adopter la moyenne des deux nombres précédents, qui est $c = 0{,}70088$.

Notre équation générale réduite en nombre devient ainsi

$$m_f = \mathrm{M}\,\frac{402{,}85}{57{,}004}\left[\frac{89{,}42}{302{,}85} - 0{,}70088 \log\left(\frac{402{,}85}{302{,}85}\right)\right]$$

ou

$$m_f = \mathrm{M}\,.\,0{,}67322.$$

Ainsi, tandis que la vapeur d'eau se condense partiellement par la détente et se surchauffe par la compression, c'est précisément le contraire qui a lieu pour la vapeur d'éther sulfurique ; elle se condense partiellement par la compression et, par conséquent, se surchauffe pendant la détente, si elle n'est pas mêlée d'une quantité de liquide suffisante pour la maintenir au point de saturation.

Ce sont MM. Clausius et Rankine (presque simultanément) qui ont démontré analytiquement ces deux faits : d'abord celui qui concerne la vapeur d'eau, et puis celui qui concerne la vapeur d'éther. De mon côté, bien avant que j'eusse pris

connaissance des beaux travaux de ces éminents analystes, l'étude de la machine à vapeur de WOOLF m'avait fait soupçonner l'existence du phénomène de condensation que présente la vapeur d'eau, que j'ai réussi ensuite à mettre expérimentalement hors de doute, à l'aide d'un appareil spécial dont je parlerai plus loin. Plus tard, j'ai vérifié directement aussi le phénomène contraire, signalé par M. Clausius, quant à l'éther sulfurique.

L'éther est le seul corps dont la vapeur, aux températures habituelles, se condense par la compression. Toutefois, ce n'est point là une exception ou une anomalie, comme on l'a cru d'abord, et il existe, au contraire, pour chaque vapeur une température à partir de laquelle elle se comporte comme celle de l'éther (¹).

L'importance capitale que présente la découverte des deux phénomènes précédents ne saurait échapper à personne; elle a renversé toutes les idées qu'on se faisait en Physique des propriétés des vapeurs; mais surtout elle a constitué implicitement une magnifique démonstration directe de la PROPOSITION II et de l'existence d'une température absolue ayant sa limite à 272°,85 au dessous de notre zéro ordinaire. L'équation

$$m_f = \mathrm{M}\left(\frac{\mathrm{T}}{r}\right)_f \left[\left(\frac{r}{\mathrm{T}}\right)_i + \int_{\mathrm{T}_0}^{\mathrm{T}_1} \frac{c\,d\mathrm{T}}{\mathrm{T}}\right]$$

n'aurait, en effet, aucune raison d'être si le point de départ

$$\mathrm{AF} = \mathrm{Q}_0 \frac{\mathrm{T}_0 - \mathrm{T}_1}{\mathrm{T}_0}$$

était faux, et si T n'était qu'un être imaginaire.

(¹) *Voir*, à ce sujet, la Note page 312 de la traduction du livre de Zeuner par MM. Cazin et Arnthal.

Nous venons d'étudier les phénomènes au point de vue thermique; continuons notre examen au point de vue dynamique.

Pendant la détente ou la compression spéciale que nous examinons, nous n'ajoutons ni ne retranchons de chaleur extérieurement. Le travail externe, positif ou négatif, ne peut donc se faire qu'aux dépens ou au profit de la somme U de chaleur réelle et de chaleur potentielle présentes. L'équation (Ia) nous donne ici directement cette somme. Pour le cas de la vapeur d'eau, nous avons

$$U_i = M\int_0^{130} c\,dt + M\rho_i$$

$$= M(130^{cal},997 + 472^{cal},52) = M.602^{cal},37,$$

$$U_f = M\int_0^{30} c\,dt + M\rho_f$$

$$= M(30,06 + 0,811.551,97) = M.476^{cal},09;$$

la somme primitive M.602,37 se trouve donc réduite à

$$M.476^{cal},07$$

ou diminuée de

$$126^{cal},28\,M \quad \text{ou de} \quad 126^{cal},28,$$

si nous supposons $M = 1^{kg}$. Ces $126^{cal},28$, qui font défaut à la masse totale 1 kilogramme, formée de $0^{kg},811$ de vapeur et de $0^{kg},189$ d'eau saturées, ont donné nécessairement

$$425.126,28 = 53669^{kgm}$$

de travail externe.

Le lecteur doit être frappé déjà de la différence étrange qui existe entre les phénomènes que présentent la détente d'une

vapeur saturée et ceux de la détente d'un gaz. Je vais accentuer encore mieux ces différences et en montrer en même temps l'origine physique.

Je démontrerai, en temps et lieu, que la capacité absolue de l'eau (glace, liquide, vapeur) est 0,4. Il suit directement de là que, si la vapeur d'eau était un gaz, non pas parfait, puisqu'il ne peut point en exister, mais seulement analogue à l'air, à l'hydrogène, une chute de température de 100 degrés (402,85 — 302,85) donnerait lieu à un abaissement de

$$Q = 0,4 . 100 = 40^{cal}$$

dans la chaleur réelle, et *approximativement* unique, de ce gaz fictif, et que le travail externe donné par la détente serait de $40 \times 425 = 17000^{kgm}$ et non 53669 kilogrammètres. Voilà déjà qui peut sembler fort étrange; mais allons plus loin. Le volume spécifique de la vapeur d'eau saturée est $0^{mc},6558$ à $T = 402,85$ ou $t = 130°$. La pression est de 27604 kilogrammes. On a donc

$$-0,4\, dT = \frac{27604 . 0,6558}{425 . 402,85} \frac{T}{V}\, dV,$$

d'où

$$\log \frac{T_i}{T_f} = \frac{27604 . 0,6558}{425 . 402,85} \log \frac{V_f}{V_i}$$

pour la relation qui existerait entre les volumes et les températures de notre gaz fictif, s'il se détendait sans addition ni soustraction de chaleur, et en rendant le maximum de travail. Il vient ainsi

$$\log \frac{T_i}{T_f} = 0,264333 \log \frac{V_f}{V_i}$$

et, au cas particulier,

$$\log \frac{402,85}{302,85} = 0,264333 \log \frac{V_f}{V_i};$$

d'où il résulte

$$V = 1^{mc},927$$

pour le volume qu'aurait le gaz après la détente. La pression serait

$$P = 27604 \frac{0,6558}{1,927} \frac{302,85}{402,85} = 7062^{kg}.$$

La pression de la vapeur d'eau à 302,85 ou $t = 30°$ n'est que de 429 kilogrammes. Comment se fait-il donc, peut-on se demander, que le gaz, dont la pression ne tombe que de 27604 à 7062 kilogrammes, donne 53669 — 17000 = 36669 de travail de moins que la vapeur, dont pourtant, à égalité de chute de température, la pression tombe près de 17 fois plus bas? Et puis comment se fait-il surtout que dans la vapeur, dont la chaleur *réelle* présente est bien représentée par 40 calories (pour une variation de 100 degrés), il puisse y avoir une disparition de $126^{cal},28$ pour une chute de 100 degrés? Rien de plus facile cependant à résoudre que cette double difficulté, si grande en apparence.

Le volume spécifique de la vapeur d'eau à 30 degrés est $33^{mc},267$. Lorsque notre poids de vapeur s'est détendu de 130 à 30 degrés, il s'y est précipité M. 0,189 d'eau. Le volume total a donc passé de M. 0,6558 à

$$M(0,811 . 33^{m},267) = 26^{mc},98.$$

(Nous pouvons négliger ici le volume $0,189 w M$ de l'eau condensée.)

Le volume de la masse s'est, comme on voit, accru de $0^{mc},6558$ à 26,98 ou de 1 à 41, tandis que celui du gaz fictif n'a passé que de 0,6558 à 1,927, soit de 1 à 2,9. On comprend donc que le travail de la détente puisse être beaucoup plus considérable avec la vapeur qu'avec un gaz, en dépit de

l'énorme abaissement de pression. En ce qui concerne la dépense des $126^{cal},28$, l'explication en est encore fort simple et caractéristique. Pendant que la vapeur se détend, il s'en condense une partie : cette partie cède donc à la vapeur restante toute sa *chaleur potentielle,* et l'addition de cette chaleur, devenue *réelle,* empêche continuellement la pression de tomber pendant l'accroissement de volume, autant que cela aurait lieu sans la condensation. En un mot, une partie de la chaleur dépensée, en apparence en pure perte, pour l'évaporation du liquide, donne lieu, pendant la détente, à un travail externe fort considérable.

On voit, par cette discussion, combien étaient fausses les idées qu'on se faisait autrefois sur le mode réel du travail de la vapeur dans les moteurs. Ici toutefois je dois, pour la première fois et sous forme de simple remarque, présenter un fait sur lequel j'aurai plus tard à revenir à plusieurs reprises et à m'étendre très-longuement. J'ai supposé parfaitement imperméables au calorique les parois du cylindre dans lequel nous avons opéré la détente ou la compression de nos vapeurs; or cette condition n'est nullement remplie dans nos moteurs thermiques, et l'action des parois des cylindres est telle dans ces moteurs, que nous n'aurons jamais lieu de recourir aux diverses équations qui sont développées dans ce paragraphe.

Avant de quitter notre sujet spécial, je recours cependant encore une fois à notre cylindre imperméable pour résoudre un problème qui est fort intéressant théoriquement parlant.

Nous n'avons appliqué notre équation

$$m_f = \left(\frac{T}{r}\right)_f \left[\left(\frac{mr}{T}\right)_i + M\int_{T_1}^{T_0} c\,\frac{dT}{T}\right]$$

qu'à l'examen des phénomènes que présentent les vapeurs

sèches. Il est clair qu'elle se prête tout aussi bien à l'étude de n'importe quel mélange $(M - m)$ et m de liquide et de vapeur saturés. Il y a pour ce mélange un cas particulier fort curieux. Je vais l'analyser et le résoudre avant même de l'énoncer.

Pour fixer les idées, reprenons l'exemple de la détente de la vapeur d'eau de 130 à 30 degrés ou de $T_i = 402,85$ à $T_f = 302,85$; mais, au lieu d'admettre qu'au début nous n'ayons que de la vapeur saturée dans le cylindre, admettons, au contraire, que nous n'ayons que de l'eau saturée. Il est clair, d'après cette condition, que le terme m_i devient nul et que, par suite, $\left(\frac{mr}{T}\right)_i$ le devient aussi. On a donc simplement

$$m_f = \left(\frac{T}{r}\right)_f M \int_{T_i}^{T_f} c \frac{dT}{T}.$$

Il résulte de là pour l'eau

$$m_f = M\left(\frac{T}{r}\right)_f \left[1,056088 \log\left(\frac{T_i}{T_f}\right) - 0,00045113(T_i - T_f) + 0,00000045(T_i^2 - T_f^2)\right].$$

En posant $T_i = 402,85$, $T_f = 302,85$ et $r_f = 585^{cal},624$, il vient

$$m_f = 0,148924 M,$$

c'est-à-dire que les 0,148924 de la masse M se réduisent en vapeur quand la température tombe de 130 à 30 degrés par le recul du piston, et de la détente qui s'opère de la sorte. Ainsi, tandis qu'en opérant sur de la vapeur sans liquide il se condense M.0,189, en opérant sur de l'eau sans vapeur, il s'en évapore M.0,148924. Il suit de là que, si nous avons deux cylindres semblables et que dans l'un nous mettions

$$M(1 - 0,189) = M.0,811$$

de vapeur pure, tandis que dans l'autre nous mettrions $\left(\frac{0,18977}{0,14892}\right) = 1,2743$ d'eau pure, la quantité totale de vapeur considérée dans les deux à la fois restera constante et égale à M. Mais il est évident que rien ne sera changé à la question si, au lieu de deux cylindres, nous n'en avons qu'un dans lequel nous mettrons M de vapeur et M.1,2743 d'eau à 130 degrés. La quantité finale comme la quantité initiale sera M. Ainsi, dans les *conditions de température adoptées*, il suffit que nous mêlions $\frac{1+1,2743}{1,2743}M = 0,5603$ avec $M(1-0,56037) = M.0,4397$ de vapeur, pour que la quantité de vapeur reste invariable pendant la détente. Je dis dans les conditions de température adoptées; il est facile, en effet, de montrer que ce n'est qu'au commencement et à la fin de la détente que la masse de la vapeur est la même, mais qu'elle varie pendant le cours de la détente. Donnons d'abord une forme plus simple à notre équation. J'ai eu recours à la démonstration ci-dessus pour mieux analyser le phénomène, pour montrer qu'il se condense et se produit simultanément de la vapeur : on peut y arriver beaucoup plus directement. Si, dans l'équation générale

$$m_f = \left(\frac{T}{r}\right)_f \left[\left(\frac{mr}{T}\right)_i + M\int_{T_f}^{T_i} \frac{c\,dT}{T}\right],$$

nous posons $m_f = m_i$, il vient en effet

$$m_i\left[\left(\frac{r}{T}\right)_f - \left(\frac{r}{T}\right)_i\right] = M\int_{T}^{T_i} \frac{c\,dT}{T},$$

d'où

$$m_i = M\frac{\int_{T}^{T_i} \frac{c\,dT}{T}}{\left(\frac{r}{T}\right)_f - \left(\frac{r}{T}\right)_i}.$$

Il est visible, d'après cette équation, que M et m ne sauraient garder le même rapport lorsque nous faisons varier T et par suite r et c.

Posons, par exemple, $T_i = 372,85$, $T_f = 272,85$ et puis $T_i = 472,85$ et $T_f = 372,85$. Il vient, en exécutant tous les calculs,

$$M = 2,33122m,$$
$$M = 1,8212m.$$

Il suit de là que si, opérant sur un mélange de liquide et de vapeur formé dans le rapport $m.1,8212 = M$, nous arrêtons la détente non à 372,85, mais à 400 degrés, par exemple, nous aurons nécessairement un poids de vapeur autre que m.

J'aurai à revenir encore sur la discussion du problème précédent.

§ VI.

Détente ou compression des vapeurs, la masse restant constante.

Nous venons de voir qu'aux températures ordinaires de nos expériences la plupart des vapeurs se condensent partiellement, lorsque, en rendant le maximum de travail externe, elles se détendent sans addition de chaleur. Il résulte directement de là que, pour empêcher ces vapeurs de se troubler par la détente, il faudra continuellement y ajouter de la chaleur pendant que leur volume s'accroît, et en soustraire pendant la compression pour les empêcher de se surchauffer.

Voyons quelle sera la valeur de cette addition ou de cette soustraction de chaleur. Reprenons pour cela notre équation générale

$$dQ = Mcdt + d.mr - \frac{mr}{T}dT.$$

La condition que nous posons maintenant, c'est que la quantité m_i de vapeur présente dans le mélange M de liquide et de vapeur reste constante. Il résulte de là

$$Q = - M(q_f - q_i) + m_i(r_f - r_i) - m_i \int_{T_i}^{T_f} \frac{r\,dT}{T}.$$

Pour intégrer, il nous suffit de remplacer c et r par les équations (empiriques) qui donnent ces quantités en fonction de t (ou T).

Voici, tous calculs faits, les résultats auxquels on arrive pour l'eau, l'éther sulfurique et le sulfure de carbone, en se servant des nombres de M. Regnault pour la chaleur totale d'évaporation, et des miens pour la valeur de c (concernant les deux derniers liquides) :

Eau :

$$Q = m_i \Big[800,736 \log \frac{T_i}{T_f} - 0,0001127825 (T_i^2 - T_f^2) + 0,0000002 (T_i^3 - T_f^3) \Big] - M(q_i - q_f).$$

Éther :

$$Q = m_i \Big[67,364 \log \left(\frac{T_i}{T_f}\right) + 0,00004648 (T_i^2 - T_f^2) + 0,000000751 4 (T_i^3 - T_f^3) \Big] - M(q_i - q_f).$$

Sulfide carbonique :

$$Q = m_i \Big[63,493 14 \log \frac{T_i}{T_f} + 0,00031476 (T_i^2 - T_f^2) \Big] - M(q_i - q_f).$$

Dans ces équations, les logarithmes sont népériens et $q_i - q_f$ est la différence des quantités de chaleur qu'il faut pour porter 1 kilogramme de liquide de zéro à t_i et de zéro à t_f.

Si, comme exemple d'application de ces formules, nous supposons que 1 kilogramme de vapeur saturée, mais sèche, de chacun de ces corps se détende de 100 degrés à zéro ou de $T_i = 372,85$ à $T_f = 272,85$, nous trouvons, pour l'eau,

$$Q = + 149^{cal},06;$$

pour le sulfure de carbone,

$$+ 15,9;$$

pour l'éther, approximativement,

$$Q = - 15^{cal};$$

c'est-à-dire qu'il faut ajouter $149^{cal},06$ à la vapeur d'eau et $15^{cal},9$ à celle du sulfure de carbone pour les empêcher de se troubler par la détente, tandis qu'il faut au contraire retrancher 15 calories à la vapeur de l'éther pour l'empêcher de se surchauffer, de prendre une température supérieure à celle de la saturation. Il va sans dire que c'est précisément le contraire qui aurait lieu par la compression : il faudrait soustraire $149^{cal},06$ à la vapeur d'eau et $15^{cal},9$ à celle du sulfure pour les empêcher de se surchauffer, et ajouter 15 calories à celle de l'éther pour l'empêcher de se troubler, de se condenser en partie.

L'évaluation du travail externe rendu par la détente de ces vapeurs ne présente pas de difficultés. Remarquons, en effet, que, bien que nous ajoutions de la chaleur à la vapeur d'eau, par exemple, pendant sa détente, sa température s'abaisse pourtant, puisque la saturation est maintenue. Le travail externe s'opère donc non-seulement aux dépens de la chaleur ajoutée, mais aussi aux dépens de la somme $(C + AH) = U$, appelée en général *chaleur interne*.

Or on a, pour la vapeur sèche, mais saturée,

$$U_i = M\left(\int_0^{t_i} c\,dt + \rho_i\right)$$

et

$$U_f = M\left(\int_0^{t_f} c\,dt + \rho_f\right);$$

il vient donc

$$U = U_f - U_i = -M(q_i - q_f) + (\rho_f - \rho_i).$$

Pour la vapeur d'eau, on a

$$U = -100,5 + (575,43 - 496,29) = -21^{\text{cal}},36.$$

Le travail F est donc dû à Q et à l'abaissement U, et l'on a

$$F = 425(149,06 + 21,36) = 170,42.425 = 72339^{\text{kgm}}.$$

On trouverait de même, pour l'éther,

$$U_f - U_i = 38,03;$$

pour le sulfure,

$$U_f - U_i = 8,88;$$

et, par conséquent, pour l'éther,

$$(38,03 - 15)425 = F = 7676^{\text{kgm}};$$

pour le sulfure,

$$(15,9 + 8,88)425 = F = 10532^{\text{kgm}}.$$

Examinons de beaucoup plus près encore, comme physiciens et comme analystes, les phénomènes si intéressants qui font l'objet de ce paragraphe. Pour bien spécifier, arrêtons-nous à l'exemple particulier de la vapeur d'eau, et voyons

dans quel sens cette vapeur saturée diffère d'un gaz comme l'air, comme l'hydrogène.

Supposons que nous laissions détendre de 200 degrés ($T_i = 472,85$) à 50 degrés ($T_f = 322,85$) 1 kilogramme de cette vapeur, en ajoutant sans cesse juste ce qu'il faut de chaleur pour la tenir saturée. L'équation

$$Q = M\left[800,736 \log\left(\frac{472,85}{322,85}\right) - 0,0001127825(472,85^2 - 322,85^2) + 0,0000002(472,85^3 - 332,85^3) - (q_i - q_f)\right]$$

donne ici

$$Q = M\,153^{cal},3987.$$

Le travail rendu par la détente a pour valeur, comme on a vu,

$$F = 425(Q + U).$$

A 200 degrés, on a

$$U_i = 620,37;$$

à 50 degrés,

$$U_f = 586,21.$$

Il en résulte

$$U = U_f - U_i = -34^{cal},16$$

et, par suite,

$$F = (153,369 + 34,16)425 = 79712^{kgm}.$$

Mais, pendant cette détente, le volume de la vapeur passe de $0^{mc},1267$ à $12^{mc},049$; ses parties se séparent donc énormément. Voyons si le travail interne dû à cette séparation peut être négligé, comme il le pourrait si nous opérions sur de l'hydrogène.

J'ai dit que je démontrerai que la capacité réelle de l'eau

(solide, liquide ou gazeuse) est 0,4. Comme la température s'abaisse de $200° - 50° = 150°$, la quantité de chaleur que représente cette chute est

$$150 . 0,4 = 60^{cal}.$$

En ajoutant cette chaleur à nos $153^{cal},4$ fournies du dehors, il vient

$$153,4 + 60 = 213^{cal},4;$$

ce qui répond à un travail de

$$213,4 . 425 = 90695^{kgm}.$$

Or nous n'avons que 79712 kilogrammètres de travail externe; l'excédant

$$90695 - 79712 = 10983^{kgm}$$

répond donc au travail interne positif que représente le produit de l'attraction moléculaire par le chemin total parcouru par les molécules. Ce travail est, comme on voit, fort considérable; il s'élève aux $\frac{12}{100}$ du travail total! Le petit tableau suivant donne une idée de la manière dont croissent le travail externe et le travail interne avec la détente :

Température.	Volume.	Pression.	Travail externe.	Travail interne.
200	$0^{mc},1267$	158923^{kg}	»	»
175	0,213	91330	10408	1611^{kgm}
150	0,384	48690	21813	3309
125	0,7565	23710	34342	5098
100	1,650	10333	49237	6978
75	4,103	3922	63418	8938
50	12,05	1251	80375	10983

Il va sans dire que les nombres de la colonne du travail interne ne peuvent être qu'approximatifs; pour qu'ils pussent être calculés rigoureusement, il faudrait que les divers élé-

ments qui entrent dans les calculs fussent déterminés eux-mêmes avec plus d'exactitude expérimentale qu'il ne nous sera peut-être jamais possible de le faire; mais, en les prenant tels quels, ils montrent suffisamment combien la vapeur saturée de l'eau est différente d'un gaz (ou vapeur fortement surchauffée). Le fait deviendrait plus frappant encore pour d'autres vapeurs, telles que celles du sulfure de carbone, de l'éther, etc.; toutefois ici les éléments de calcul sont encore plus défectueux; c'est pourquoi j'ai préféré ne citer comme exemple que la vapeur d'eau.

Les deux problèmes que nous venons d'examiner, à savoir la détente ou la compression d'un liquide et d'une vapeur saturés, sans addition ou soustraction de chaleur, et puis la même détente, avec addition ou soustraction telles, que le poids de vapeur reste invariable, ces deux problèmes, dis-je, donnent lieu à une comparaison intéressante, au point de vue physique comme au point de vue mathématique.

Lorsque, dans l'équation

$$m_1 = \frac{T_1}{r_1}\left(m_0 \frac{r_0}{T_0} + M \int_{T_1}^{T_0} \frac{c\,dT}{T}\right),$$

nous faisons $m_1 = m_0$, la valeur

$$m_0 = \frac{M \int_{T_1}^{T_0} \frac{c\,dT}{T}}{\frac{r_1}{T_1} - \frac{r_0}{T_0}}$$

trouvée pour m_0, ou, pour mieux dire, le rapport $\frac{M}{m_0}$ est celui qui doit exister entre le poids de vapeur et le poids total $(M - m_0) + m_0$ de liquide et de vapeur pour que la masse finale de vapeur soit égale à la masse initiale; peu importent les variations que subit m pendant le cours de la détente.

L'équation

$$Q = m_0\left(r_1 - r_0 - \int_{T_0}^{T_1}\frac{r\,dT}{T}\right) - M\int_{T_1}^{T_0} c\,dT$$

nous donne la quantité Q de chaleur qu'il faut ajouter ou retrancher à un mélange $(M - m_0)$ et m_0 pour que la masse m_0 reste invariable pendant le cours même de la détente. Il est visible que Q devient d'autant plus petit que m_0 est plus petit par rapport à $M - m_0$. Si nous posons $Q = 0$, il vient

$$m_0 = M\frac{\int_{T_0}^{T_1}\frac{c\,dT}{T}}{r_1 - r_0 - \int_{T_0}^{T_1}\frac{r\,dT}{T}}.$$

Cette valeur de m_0, quoique exprimée sous une forme très-différente, devrait être la même absolument que celle que donne l'équation

$$m_0 = M\frac{\int_{T_0}^{T_1}\frac{c\,dT}{T}}{\frac{r_1}{T_1} - \frac{r_0}{T_0}}.$$

Elle ne l'est cependant qu'à peu près : ainsi, pour l'eau et sa vapeur, qu'on laisse se détendre de 512,85 à 272,85, ou de 240 degrés à zéro, cette dernière équation donne

$$m_0 = \frac{M}{2,147},$$

tandis que la première $(Q = 0)$ donne

$$m_0 = \frac{M}{2,067}.$$

On pourrait être porté, au premier abord, à croire que cette divergence indique un vice dans la construction des

équations fondamentales; il n'en est rien cependant: elle nous montre simplement que les diverses formules empiriques, à l'aide desquelles on est obligé jusqu'ici de calculer r, q, c, ne répondent pas suffisamment à la réalité des phénomènes. Ces formules ont pour forme

$$q = at + bt^2 + ct^3, \dots .$$
$$c = a + 2bt + 3ct^2 \dots ,$$
$$r = A - Bt - Ct^2, \dots ;$$

et, lorsque nous les introduisons dans nos équations fondamentales, les réductions ne laissent pas toujours subsister sous la même forme les divers facteurs empiriques A, B, C,...; a, b, c,.... Si ces facteurs sont légèrement inexacts, ou si les séries dont ils font partie ne répondent point à la vérité physique, il est évident que les diverses équations fondamentales ne peuvent pas concorder rigoureusement dans leurs résultats numériques.

La divergence que je signale a donc un caractère pratique utile, en ce qu'elle nous montre que les résultats de nos expériences les mieux faites ne sont pas encore à la hauteur des exigences de la théorie.

La comparaison des résultats obtenus, en posant $m_1 = m_0$ et $Q = 0$ dans nos deux équations, semble impliquer une autre contradiction, sinon une erreur. J'ai dit que l'équation

$$m_0 = \frac{M\int_{T_1}^{T_0} \frac{c\,dT}{T}}{\frac{r_1}{T_1} - \frac{r_0}{T_0}}$$

ne suppose que l'égalité des quantités de vapeur initiale et finale. Le résultat que nous obtenons, en posant $Q = 0$ dans l'équation qui répond à une masse invariable de vapeur,

semble prouver que m est invariable, même pendant la détente, lorsque nous avons adopté un rapport convenable entre M et m_0. Il n'en est rien pourtant, et l'erreur ou la contradiction que je signale n'est qu'apparente. Remarquons que Q est la somme de toutes les quantités successives de chaleur qu'il a fallu ajouter pour maintenir m constant; mais ces quantités ne sont pas nécessairement toutes et toujours positives; en posant $Q = 0$, nous forçons simplement les quantités positives à devenir égales aux quantités négatives. Ceci peut répondre à la vérité, lorsque nous arrivons à un certain rapport entre $(M - m_0)$ et m_0 tel, qu'il faille tantôt ajouter, tantôt retrancher de la chaleur pendant la détente. On a alors, en un mot,

$$\delta Q_0 + \delta Q_1 + \delta Q_2 + \ldots - \delta Q_3 - \delta Q_4 = 0.$$

Il est, en effet, facile de s'assurer qu'en adoptant le rapport $\frac{M}{m} = 2,0667$ pour la détente totale $(T_0 - T_1) = 240°$, l'équation

$$\delta Q = m_0 \left(r_1 - r_0 - \int_{T_0}^{T_0 + \delta T} \frac{r\,dT}{T} \right) - M \int_{T_0}^{T_0 + \delta T} c\,dt$$

donne, pour δQ, des valeurs non-seulement inégales, mais tantôt positives, tantôt négatives lorsqu'on opère par détentes successives, de 10 en 10 degrés par exemple.

Ainsi, en posant $T_0 = 512,85$, $T_0 - \delta T = 502,85$ dans l'équation

$$\begin{aligned}\delta Q = m_0 \Big\{ & 800,736 \log \frac{T_0}{T_0 - 10} \\ & - 0,0001127825 \left[T_0^2 - (T_0 - \delta T)^2\right] \\ & + 0,0000002 \left[T_0^3 - (T_0 - \delta T)^3\right] \\ & - 2,0667\, m_0 (q_0 - q_1) \Big\},\end{aligned}$$

propre à l'eau, on trouve

$$\delta Q = - 5^{cal},72.$$

En y posant ensuite $T_0 = 282,85$ et $T_0 - \delta T = 272,85$, on trouve

$$\delta Q = + 18,67;$$

c'est-à-dire qu'au commencement de la détente il faut retrancher $5^{cal},72$ pendant la chute de 10 degrés, tandis qu'à la fin de la détente il faut ajouter $18^{cal},67$ pendant la même chute pour maintenir

$$m = M : 2,0667.$$

Voyons maintenant s'il existe une différence quant au travail de la vapeur, selon que nous maintenons la masse m constante pendant tout le cours de la détente ou que nous n'avons l'égalité qu'à la fin et au début.

Un kilogramme de vapeur d'eau, que nous laissons se détendre de 240 degrés à zéro ou de 512,85 à 272,85, coûte, pour rester saturé,

$$Q = 506,92 - (q_0 - q_1);$$

et, comme on a

$$q_0 = 245,2992 \quad \text{et} \quad q_1 = 0,$$

il vient

$$Q = 261^{cal},682.$$

La somme U ou (C + AH) est $630^{cal},729$ pour la vapeur à 240 degrés, et $575^{cal},43$ pour la vapeur à zéro. La différence $(630,729 - 575,43) = 55^{cal},3$, ajoutée à $261^{cal},682$, nous donne donc ce qu'a coûté le travail; on a ainsi

$$AF = 316^{cal},98, \quad \text{d'où} \quad F = 134717^{kgm}.$$

Prenons maintenant encore 1 kilogramme de vapeur d'eau;

mais, au lieu de lui fournir directement de la chaleur pendant la détente, mêlons-y ($2^{kg},0667 - 1^{kg}$) $= 1^{kg},0667$ d'eau à 240 degrés, et laissons le mélange tomber de 240 degrés à zéro (512,85 à 272,85), en donnant le maximum de travail externe.

Pour porter de zéro à 240 degrés le poids 1,0667, qui nous sert à obtenir l'égalité initiale et finale de la vapeur, il nous faut $245^{cal},299 . 1,0667 = 261^{cal},69$. Cette dépense est la même que celle que nous avions faite pour tenir la vapeur continuellement saturée. Comme ici nous n'ajoutons rien pendant la détente, le travail rendu est directement proportionnel à la différence des deux sommes, initiale et finale, U_0 et U_1 ou $U_1 - U_0$. Nous avons

$$U_1 - U_0 = M\int_{T_0}^{T_1} c\,dT + m_0(\rho_1 - \rho_0) = M(q_1 - q_0) + m_0(\rho_1 - \rho_0)$$

ou, en nombres,

$$\begin{aligned} U_1 - U_0 = &- (1^{kg} + 1^{kg},0668)(245^{cal},3 - 0^{cal}) \\ &+ 1^{kg}(575^{cal},43 - 385^{cal},42), \end{aligned}$$

d'où

$$AF = 316^{cal},98.$$

Cette quantité de chaleur employée en travail externe et, par suite, le travail lui-même sont, comme on voit, identiques à ce que nous avions trouvé en fournissant de la chaleur à la vapeur. Toutefois, si ici encore nous décomposons la détente en fractions, si nous divisons l'intervalle complet 512,85 — 272,85 en intervalles successifs et égaux beaucoup plus petits, nous trouverons que le travail externe rendu ne procède pas par parties égales entre elles.

Le résultat saillant et intéressant de cette discussion, c'est que l'eau que nous mêlons en une certaine proportion con-

venable à sa vapeur se comporte par rapport à celle-ci, et pendant sa détente, comme un réservoir de chaleur qui fournit ce qui est nécessaire pour rétablir à la fin le poids de vapeur initial, mais qui, pendant le cours même de la détente, fournit tantôt trop, tantôt trop peu de chaleur, de telle sorte que le poids de vapeur présente subit des variations.

§ VII.

Passage brusque d'une vapeur d'une pression à une autre plus faible.

Nous venons de voir comment se comportent les vapeurs lorsqu'elles changent de volume en rendant ou en coûtant un travail externe maximum. Voyons ce qui se passe lorsqu'un mélange de vapeur et de liquide saturés passe brusquement d'une pression à une autre, sans rendre le travail possible.

Ce cas se présente lorsqu'un jet de vapeur et de liquide (eau, éther, sulfure de carbone, peu importe) s'échappe d'une chaudière tenue à pression constante et se précipite dans une enceinte où la pression plus petite est maintenue constante aussi. C'est le cas, des plus fréquents et, on va le voir, des plus intéressants, qui se présente lorsque la vapeur atteignant dans nos générateurs une tension trop élevée soulève les soupapes de sûreté et tombe brusquement de la pression initiale constante à la pression atmosphérique constante aussi.

Il est d'abord facile de démontrer que dans ces conditions une vapeur quelconque saturée, mais sèche, c'est-à-dire privée de liquide en poussière, se surchauffe toujours.

Supposons, en effet, que nous condensions une vapeur

ainsi brusquement détendue de la pression P_0 à la pression $P_1 < P_0$, de manière à ramener le liquide à la température initiale i. Comme nous n'obtenons aucun travail externe définitif, il est clair que nous devrons retrouver au condenseur toute la quantité de chaleur λ qu'il aura fallu pour porter le liquide de i à t_i (température d'ébullition) et pour l'évaporer; mais dans notre condenseur, tenu à pression constante, la vapeur se condense sous la pression $P_1 < P_0$. Pour l'évaporer sous cette pression, il nous aurait fallu une quantité de chaleur λ_1 et non λ_0 : les travaux de M. Regnault nous apprennent qu'on a toujours $\lambda_0 > \lambda_1$.

Si nous désignons par t_1 la température d'ébullition à P_1 et par c_p ce qu'on est convenu d'appeler la *capacité* à pression constante de la vapeur, il est clair que nous devrons avoir

$$\lambda_0 = \lambda_1 + c_p(\theta - t_1),$$

d'où

$$t_1 + \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{c_p} = \theta.$$

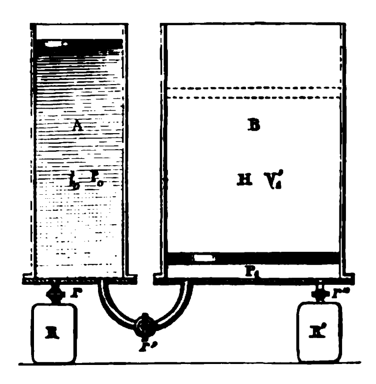
La température θ que prendra la vapeur après la détente brusque sera toujours supérieure à t_1.

Je reviendrai ailleurs longuement sur ce cas particulier. Prenons la question dans toute sa généralité et supposons que la vapeur entraîne du liquide à l'état de poussière impalpable.

Supposons que la vapeur, au lieu de se jeter directement dans un réservoir où sa pression tombe à P_1 (*fig.* 8 *bis*), passe d'abord à la pression P_0 dans un cylindre vertical où se meut sans frottement un piston hermétique dont le poids est tel, qu'il fasse juste équilibre à la pression de la vapeur. Lorsqu'il aura pénétré dans le cylindre un poids total M de vapeur m_0 et de liquide $(M - m_0)$, fermons le robinet d'admission. Si,

dans ces conditions, nous laissions le mélange s'échapper par le bas du cylindre et traverser un serpentin placé dans une masse d'eau à zéro, il est évident que nous retrouverions toute la quantité de chaleur qu'il a fallu donner au liquide (d'abord à zéro) de la chaudière pour l'échauffer à t_0 et en

Fig. 8 *bis*.



évaporer la partie m_0. Le travail reçu par le piston a pour valeur

$$P_0[m_0V_0 + (M - m_0)w_0],$$

V_0 et w_0 étant les volumes spécifiques de la vapeur et du liquide saturés à t_0 et P_0. Il faudra donc soustraire

$$Q_0 = U_0 + AP_0[m_0V_0 + (M - m_0)w_0],$$

U_0 étant la somme de chaleur réelle et de chaleur potentielle du mélange à t_0 et à P_0.

Au lieu de condenser notre vapeur, laissons-la passer graduellement par le tuyau de jonction dans un second cylindre, ayant un piston de même poids, mais de section $S_1 > S_0$. La pression de la vapeur dans ce cylindre tombera de P_0 à $P_1 = P_0 \frac{S_0}{S_1}$, et par conséquent le piston S_0 descendra graduel-

lement, tandis que le piston S_1 s'élèvera. Lorsque tout le mélange aura ainsi été transvasé, la température de la masse relative à P_1 sera t_1; les volumes spécifiques de la vapeur et du liquide seront V_1 et w_1. Désignons par m_1 le poids nouveau de la vapeur et par $M - m_1$ le poids nouveau du liquide qu'il s'agit de déterminer. Si maintenant nous laissons échapper la vapeur dans un serpentin placé au bas du cylindre de manière à tout condenser et ramener à zéro, nous retrouverons une quantité de chaleur évidemment égale à celle que nous eût donnée le premier cylindre, puisque nous n'avons recueilli aucun travail externe, mais l'expression de cette chaleur sera autre. Nous aurons

$$Q_1 = Q_0 = U_1 + AP_1[m_1 V_1 + (M - m_1)w_1]$$
$$= U_0 + AP_0[m_0 V_0 + (M - m_0)w_0];$$

mais nous avons

$$U_0 = M\int_0^{t_0} c\,dt + m_0\rho_0,$$

$$U_1 = M\int_0^{t_1} c\,dt + m_1\rho_1.$$

Il en résulte

$$M\int_0^{t_0} c\,dt + m_0\rho_0 + AP_0[m_0 V_0 + (M - m_0)w_0]$$

$$= M\int_0^{t_1} c\,dt + m_1\rho_1 + AP_1[m_1 V_1 + (M - m_1)w_1];$$

d'où, en remarquant que $V - w = u$ et que $\rho + APu = r$, et posant $\int c\,dt = q$,

$$M(q_0 - q_1) + m_0 r_0 + AM(P_0 w_0 - P_1 w_1) = m_1 r_1.$$

Notre problème est ainsi complétement résolu, puisque, dès

qu'on se donne P_1, on a aussi r_1, w_1 et t_1. Ainsi, étant données la chute de pression $P_0 \equiv P_1$ de la vapeur et la proportion initiale de vapeur et de liquide mêlés ensemble, on peut déterminer le rapport final qui constitue le mélange.

Il est aisé aussi de trouver combien il faut mêler de liquide à la vapeur pour que, après la chute $P_0 \equiv P_1$, le tout soit réduit en vapeur saturée. Il résulte, en effet, de cette condition

$$m_1 = M$$

et par suite

$$M(q_0 - q_1) + AM(P_0 w_0 - P_1 w_1) - M r_1 = - m_0 r_0$$

et par conséquent

$$m_0 = + \frac{- M[(q_0 - q_1) - r_1 + A(P_0 w_0 - P_1 w_1)]}{r_0}.$$

Si nous appliquons cette équation aux phénomènes que présente la vapeur d'eau, si nous supposons, par exemple, que le mélange M tombe de 200 degrés à 100 ou de la pression 158923 à 10333 kilogrammes, nous avons

$$q_0 = 203,2, \quad r_0 = 464,3, \quad w_0 = 0,001154, \quad r_1 = 536,5;$$

d'où il résulte, tous calculs faits,

$$m_0 = 0,93343,$$

c'est-à-dire que, sur 1000 grammes de mélange, nous devons avoir 933gr,43, de vapeur et 66gr,57 d'eau. Avec une moindre proportion d'eau, la vapeur se surchaufferait, et d'autant plus que cette proportion serait plus faible, c'est-à-dire qu'après la chute $P_0 \equiv P_1$ sa température serait supérieure à 100 degrés, et d'autant plus que m s'approcherait plus d'être égal à M.

Je reviendrai bientôt au long sur les expériences multiples que j'ai faites sur cette espèce de détente instantanée de la vapeur. Toutefois, ici déjà je dois m'arrêter sur l'un des détails de cette question si importante.

La vapeur saturée, mais sèche, de n'importe quel liquide se surchauffe, disons-nous, quand elle tombe brusquement d'une pression à une autre sans rendre son travail externe maximum; cette surchauffe toutefois n'a pas lieu au moment de la chute de pression, mais seulement quand les parties de la vapeur, tirées de leur repos relatif par leur passage d'un point en un autre de l'espace sous l'action de la différence de pression disponible, sont rentrées dans leur état de repos (relatif) complet.

Lorsque, par exemple, nous laissons échapper en plein air la vapeur d'une de nos chaudières par un tube en cristal (non *précédé d'étranglements*), ce tube est rempli d'un bout à l'autre de vapeur tombée à la pression atmosphérique (du moins à fort peu près), mais animée de toute la vitesse due à la différence de pression ($P^{atm} - 1^{atm}$). Dans le tube même, la vapeur se trouve identiquement dans les conditions où elle est quand elle s'est détendue lentement dans un cylindre en rendant son travail maximum sur le piston. Le travail ici rendu, c'est la vitesse même, la *force vive*, communiquée aux molécules. Aussi cette vapeur d'eau est-elle *trouble* comme un brouillard, dans toute la longueur du tube. Ce brouillard ne s'éclaircit et la vapeur ne se surchauffe qu'*au sortir* du tube, lorsqu'elle perd toute sa vitesse d'impulsion. Lorsqu'au tube de cristal on substitue une simple embouchure en métal, on voit à la sortie même de cette embouchure un *cône trouble* dont la pointe est dirigée en avant et dont la base a la section de l'orifice. Au delà de ce cône, la vapeur, déjà considérablement ralentie, puisqu'une section indéfinie lui est offerte, rede-

vient limpide. J'ai depuis longtemps fait connaître les phénomènes que présente la vapeur d'eau lorsqu'on la laisse s'échapper ainsi par un tube diaphane. C'est à M. Clausius qu'est due la première solution analytique du problème que je viens d'examiner. Beaucoup plus récemment, mon ami M. Zeuner a établi une théorie des plus remarquables de l'écoulement des vapeurs (et des gaz), fondée sur les principes de la Thermodynamique. Il a, de plus, vérifié expérimentalement les principaux points de cette théorie et a, en outre, signalé et expliqué, avec sa lucidité habituelle, le cône trouble qu'on aperçoit à l'embouchure d'un orifice d'où s'échappe de la vapeur soumise à une forte pression dans le générateur.

Je quitte un instant le domaine de la science pour passer dans le cercle des choses familières. Nous verrons dans le Chapitre suivant que la vapeur d'eau qui s'échappe, par les soupapes de sûreté d'une chaudière à vapeur à 6 atmosphères, par exemple, a une température de près de 140 degrés. Celle du même liquide qui s'échappe d'une de nos *marmites de cuisine* par l'intervalle que lui laisse le couvercle qu'elle soulève est à peine à 100 degrés : elle a 40 degrés de moins. Dans la première de ces vapeurs pourtant, on peut tenir impunément la main fort près de l'orifice circulaire d'échappement; tout le monde sait, au contraire, combien grièvement on se brûle à la vapeur de la marmite. Quelle est la raison de ces faits en apparence paradoxaux? Elle est fort simple. La première de ces vapeurs semble sèche; c'est à peine si elle rend la peau de la main un tant soit peu humide : en raison de sa vitesse considérable, elle détermine dans l'air ambiant un appel très-intense, un mouvement très-vif, et elle se mêle à lui instantanément. En réalité la main est frappée par un mélange d'air et de vapeur, dans lequel l'air peut prédominer considérablement et en abaisser la température. La vapeur

de la marmite, en raison de sa faible vitesse d'échappement, reste au contraire presque pure, mouille fortement la peau et lui cède instantanément sa chaleur de vaporisation.

§ VIII.

Détente d'un mélange de gaz et de vapeur.

Nous nous sommes occupés jusqu'ici de la détente positive ou négative des vapeurs pures ou mêlées à leur propre liquide. Voyons comment se comporte un mélange de gaz et de vapeur que nous supposerons d'abord quelconque. Ce phénomène, nous le verrons ailleurs, se présente à tous moments dans la nature et y joue le rôle le plus important.

Nous avons vu que pour un gaz quelconque, qui change de volume en rendant le travail maximum, c'est-à-dire en surmontant une résistance toujours égale à sa propre pression, on a la relation

$$dQ = K\,dt + \frac{AP_0V_0}{T_0}\,\frac{T}{V}\,dV,$$

entre la chaleur dQ ajoutée ou retranchée pendant la détente, la pression et la température. Si, au lieu de l'unité de poids, nous opérons sur une masse M_g et si de plus nous prenons toujours pour V_0 le volume spécifique, c'est-à-dire celui de l'unité de poids, on a

$$dQ = M_g\left(K\,dt + \frac{AP_0}{\Delta T_0}\,\frac{T\,dV}{V}\right),$$

Δ étant la densité du gaz à P_0 et à T_0. Pour les vapeurs, nous avons trouvé une équation en apparence très-différente de la précédente, à savoir

$$dQ' = M_v c_v\,dt + d.mr - \frac{mr}{T}\,dT,$$

M_v étant ici le poids total du mélange de vapeur et de liquide saturés, m le poids de la vapeur et c_v ce qu'on appelle ordinairement (et à tort) la *capacité calorifique* du liquide.

Si maintenant nous mêlons un poids de gaz M_g avec un poids de liquide et de vapeur M_v, il est clair que les deux équations précédentes subsisteront telles quelles, et en même temps, puisque la température T sera commune. On aura, en un mot,

$$dQ + dQ' = M_g\left(K\,dT + \frac{AP_0}{\Delta T_0}\,\frac{T\,dV}{V}\right) + M_v c_v dT + d.mr - \frac{mr}{T}\,dT.$$

Supposons de suite que, pendant le changement de volume, il n'y ait ni addition ni soustraction de chaleur, de telle sorte qu'on ait

$$dQ + dQ' = 0.$$

Il vient, en conséquence,

$$0 = M_g\left(K\,dT + \frac{AP_0}{\Delta T_0}\,\frac{T\,dV}{V}\right) + M_v c_v dT + d.mr - \frac{mr}{T}\,dT.$$

Divisant cette équation par T et intégrant, nous avons

$$0 = (M_g K + M_v c_v)\log T + \frac{M_g AP_0}{\Delta T_0}\log V + \frac{mr}{T} + \text{const}.$$

Sous cette forme, nous ne pourrions faire aucun usage de cette équation, puisqu'elle renferme, en apparence, trois variables distinctes, T, m et V. Je dis en apparence : il est, en effet, facile d'éliminer m. Puisque nous supposons le mélange du gaz, de la vapeur et du liquide tout à fait intime, il est clair que le gaz reste toujours *saturé ;* dès lors, le volume occupé par la vapeur saturée est le même que celui qu'occupe le gaz, et l'on a, en désignant par δ la valeur de la densité

du gaz à chaque instant,

$$m = \frac{M_g}{\delta}\frac{1}{V_v},$$

V_v étant le volume spécifique de la vapeur saturée. Lorsqu'il s'agit, comme ce sera le cas ici, de vapeurs saturées à des températures peu élevées, le volume spécifique w du liquide est toujours petit par rapport à V, et l'on peut prendre $u = V_v - w$ à la place de V_v. Il vient alors

$$o = (M_g K + M_v c_v)\log T + \frac{M_g A P_0}{\Delta T_0}\log V + \frac{M_g}{\delta}\frac{r}{uT} + \text{const.};$$

mais on a

$$A u = \frac{r}{T\frac{dP}{dt}},$$

d'où

$$A\frac{dP}{dt} = \frac{r}{uT}.$$

La pression P_v de la vapeur, que je désignerai par τ pour la distinguer de celle du gaz, est celle qui répond à T. Il vient donc enfin, en divisant par M_g,

$$o = \left(K + \frac{M_v}{M_g}c_v\right)\log T + \frac{A}{\delta}\frac{d\tau}{dt} + \frac{AP_0}{\Delta T_0}\log V + \text{const.}$$

Cette équation se simplifie encore. En désignant par T_i et V_i la température initiale et le volume initial, et par T ce qu'est la température quand le volume est devenu V, posant $D = \frac{V}{V_0}$, et se rappelant que la densité d'un gaz est, toutes choses égales, en raison inverse des volumes, il vient

$$\delta = \delta_0\frac{V_i}{V},\quad \text{d'où}\quad \frac{1}{\delta} = \frac{D}{\delta_0}$$

et, par suite, en intégrant entre T_i et T,

$$\left(K + \frac{M_v}{M_g} c_v\right) \log \frac{T_i}{T}$$
$$+ \frac{A}{\delta_0}\left[\left(\frac{d\tau}{dt}\right)_i - D\left(\frac{d\tau}{dt}\right)\right] = \frac{AP_0}{\Delta T_0} \log D = B \log D,$$

en posant

$$B = \frac{AP_0}{\Delta T_0}.$$

A l'aide de cette équation, il est aisé de déterminer l'accroissement $D = \frac{V}{V_i}$, nécessaire pour abaisser ou élever la température du mélange $(M_g + M_v)$ de T_i à T; l'inverse est plus difficile, ou plutôt plus long, puisqu'on ne peut, étant donné D, trouver la valeur de T que par tâtonnements successifs.

Comme nous ne pourrions que très-difficilement, même dans nos expériences de laboratoire, connaître les variations de V qui répondent à T, cherchons à substituer les pressions aux volumes.

La pression totale d'un mélange de gaz et de vapeur est, comme on sait, égale (à peu près du moins) à la somme des pressions de chacun considérées séparément. Étant p cette pression totale, on a donc

$$p = P + \tau,$$

et, dans cette somme, la pression P prise isolément se comporte, eu égard à la température et au volume, comme si le gaz était pur. On a donc

$$D = \frac{V}{V_0} = \frac{P_i}{P}\frac{T}{T_i},$$

d'où

$$B \log D = - B \log \frac{T_i}{T} + B \log \frac{P_i}{P} = - \frac{AP_i}{T_0 \Delta} \log \frac{T_i}{T} + B \log \frac{P_i}{P}.$$

Notre équation ci-dessus devient, à l'aide de cette valeur de D,

$$\left(K + \frac{M_v}{M_g} c_v\right) \log \frac{T_i}{T}$$
$$+ \frac{AP_i}{T_0 \Delta} \log \frac{T_i}{T} + \frac{A}{\delta_0} \left[\left(\frac{d\tau}{dt}\right)_i - \frac{P_i T}{P T_i} \left(\frac{d\tau}{dt}\right)\right] = B \log \frac{P_i}{P}.$$

Si nous nous rappelons qu'on a

$$c_p = K + \frac{AP_0}{T_0 \Delta},$$

il vient encore plus simplement

$$\left(c_p + \frac{M_v}{M_g} c_v\right) \log \frac{T_i}{T} + \frac{A}{\delta_0} \left[\left(\frac{d\tau}{dt}\right)_i - \frac{P_i}{P} \frac{T}{T_i} \left(\frac{d\tau}{dt}\right)\right] = B \log \frac{P_i}{P}.$$

Avec l'air on a

$$c_p = 0{,}2377 \quad \text{et} \quad B = \frac{AP_0}{T_0 \Delta} = 0{,}0689045.$$

L'équation devient, pour ce gaz et une vapeur quelconque,

$$\left(0{,}2377 + \frac{M_v}{M_g} c_v\right) \log \frac{T_i}{T}$$
$$+ \frac{A}{\delta_0} \left[\left(\frac{d\tau}{dt}\right)_i - \frac{P_i}{P} \frac{T}{T_i} \frac{d\tau}{dt}\right] = 0{,}0689045 \log \frac{P_i}{P}.$$

Bien que cette équation ne puisse se résoudre ni par rapport à T, ni par rapport à P, elle est cependant d'un emploi plus facile qu'il ne semble, du moins quand on connaît T et qu'il s'agit de connaître *p* ou P.

§ IX.

Vérification expérimentale des équations précédentes.

La discussion des expériences que je vais citer rendra palpable tout ce qui précède.

J'ai indiqué (page 110) les expériences que j'ai faites sur la détente de l'air sec. L'appareil décrit à ce sujet m'a servi aussi à opérer sur l'air saturé de diverses vapeurs : eau, éther, sulfure de carbone. Comme ici la détermination exacte de la température était indispensable, le réservoir où s'opérait la détente de l'air était placé dans une grande cuve d'eau, dont on réglait la température à volonté. Pour faire une expérience, je versais dans le réservoir une certaine quantité suffisante, mais quelconque d'ailleurs, du liquide dont je voulais étudier la vapeur : une mèche en coton était suspendue dans le réservoir, pour offrir au liquide une grande surface d'évaporation; je comprimais l'air, et puis j'attendais assez longtemps pour être sûr que cet air fût parfaitement saturé. On notait alors la pression interne et la température; puis, comme pour l'air sec (page 110), on levait la soupape complétement, mais pendant un temps très-court, et l'on attendait de nouveau que la colonne manométrique cessât de s'élever, avant de noter la pression. Soient p_0 la pression initiale totale et t_0 la température; on a

$$p_0 - \tau_0 = P_0$$

pour la pression de l'air. Au moment de l'ouverture de la soupape, le mélange du réservoir descend à la pression atmosphérique B et à la température (à déterminer) t_1; au bout d'un temps suffisant, la température interne t_0 et la saturation se rétablissent. Soit p_2 la nouvelle pression totale dans ces con-

ditions ; on a encore

$$p_2 - \tau_0 = P_2.$$

D'un autre côté,

$$B - \tau_1 = P_1,$$

P_1 étant la pression de l'air et τ_1 la tension de la vapeur d'eau au moment de la détente maxima, et quand le mélange est tombé à la température t_1 ; mais nous avons aussi

$$P_1 = P_2 \left(\frac{1 + \alpha t_0}{1 + \alpha t_1}\right) = P_2 \frac{T_0}{T_1}$$

et par conséquent

$$B - \tau_1 = P_2 \frac{T_0}{T_1}.$$

De cette équation il est facile de tirer, par tâtonnements, la valeur de t_1. Posant, en effet, d'abord $\tau_1 = 0$, on trouve une valeur fausse, et *trop forte*, de t_1 ; cherchant dans les Tables de tensions la valeur de τ_1, qui répond à t_1, retranchant de B et résolvant de nouveau par rapport à t_1, on trouve une nouvelle valeur, *fausse en sens contraire,* mais déjà beaucoup plus rapprochée de la vraie valeur, etc.

Connaissant ainsi t_0 et t_1 ou T_0 et T_1, P_0 et P_1, τ_0 et τ_1, nous avons tous les éléments nécessaires pour voir si l'expérience vérifie les valeurs que fournit notre équation générale sur la détente d'un mélange de gaz et de vapeur. Si précieux que soit un tel moyen de vérification, je dois pourtant faire remarquer qu'il ne peut avoir, en réalité, l'exactitude qu'on pourrait en attendre à première vue. D'une part, les travaux de M. Regnault avaient déjà montré que la loi admise en Physique sur la pression totale d'un mélange de gaz et de vapeur ne s'applique pas tout à fait rigoureusement ; mais, d'autre part surtout, le temps qu'il faut au gaz pour se saturer de vapeur à

une température donnée est tellement long, surtout lorsqu'il s'agit de liquides à forte tension, comme, par exemple, l'éther, qu'il devient à peu près impossible de maintenir cette température pendant l'intervalle nécessaire. Le terme t_0, si indispensable, devient ainsi incertain. Nonobstant ces réflexions critiques, on va voir que l'accord entre les équations théoriques et les données de l'expérience a été aussi satisfaisant qu'on pouvait l'attendre de cette méthode d'observation. Je pense intéresser mes lecteurs en donnant les résultats de quatre expériences faites chacune dans des conditions spéciales.

1° Air atmosphérique sec.

La pression initiale est $P_0 = 12828^{kg}$. A la fin de la détente, cette pression est 10126 kilogrammes (pression barométrique). Lorsque l'air est revenu à la température *initiale* de 15 degrés, la pression est $P_2 = 10789^{kg}$. La température répondant à la chute de pression $12828 \equiv 10126$ est

$$10789 = 10126 \frac{272,85 + 15}{272,85 + t_1},$$

d'où

$$t_1 = -2^\circ,7.$$

L'équation relative à l'air sec est, comme on a vu ci-dessus,

$$0,2377 \log \frac{T_0}{T_1} = 0,0689045 \log \frac{P_0}{P_1}.$$

Écrivant, à la place de T_0, P_0 et P_1, leurs valeurs respectives 287,85, 12828 et 10126 kilogrammes, on trouve

$$T_1 = 268,76, \quad \text{soit} \quad t_1 = -4^\circ,1.$$

L'erreur

$$4^\circ,1 - 2,7 = 1,4$$

dérive de diverses causes de trouble et de variations inhérentes à ce genre d'expériences, et très-bien analysées par M. Cazin.

2° Air saturé de vapeur d'eau.

Températures initiale et finale, $t_0 = 37°,75$, $T_0 = 310°,6$.
Pression initiale du mélange, $p_0 = 13467^{kg}$.
Pression au moment de la détente maxima, $p_1 = 10197^{kg}$.
Pression finale, $p_2 = 10740^{kg}$.

Cherchons d'abord la température et la pression de l'air au moment de la détente.

A $37°,75$, la tension de la vapeur est 661 kilogrammes. La pression initiale de l'air était donc

$$P_0 = 13467 - 661 = 12806^{kg}.$$

La pression de l'air, après la détente et à $37°,75$, était

$$P_2 = 10740 - 661 = 10079^{kg}.$$

A la température minima inconnue T_1, la pression de l'air était donc

$$P_1 = 10079 \frac{T_1}{272,85 + 37,75} = 32,439652 T_1.$$

En désignant par τ_1 la tension de la vapeur à T_1, on a donc

$$32,439652 T_1 + \tau_1 = 10197.$$

Pour résoudre cette équation à l'aide des Tables de M. Regnault, exprimons les pressions en colonne de mercure, en divisant par 13596 kilogrammes (poids du mercure), et écrivons

$$T_1 = 272,85 + t_1.$$

Il vient

$$\tau_1 = 0{,}098988 - 0{,}00238597\,t_1.$$

En écrivant successivement à la place de t_1 des températures décroissantes à partir de 37°,75, on finit par trouver une valeur de τ_1 qui, dans les Tables, est précisément égale à la température par laquelle on a multiplié le facteur 0,00238597. (A l'aide de l'arithmomètre Thomas, cette espèce d'équation se résout en un clin d'œil. On écrit 0,098988 sur la platine des produits et 0,00238597 sur celle des facteurs; on met l'instrument à la soustraction, et l'on tourne la manivelle, en comparant toujours le reste qui s'écrit sur les lucarnes avec les tensions tabulaires. On arrive ainsi très-aisément à obtenir, sur les lucarnes des quotients, une température qui répond à celle de τ_1 dans les Tables.) Au cas particulier, on a très-sensiblement

$$t_1 = 29^\circ, \quad \text{d'où} \quad T_1 = 301{,}85.$$

Il vient, en effet,

$$\tau_1 = 0{,}098988 - 0{,}00238597 \cdot 29^\circ = 0^{m},029795.$$

D'après les Tables, la tension à 29 degrés est $0^{m},029782$.

Avec ces données, nous trouvons tous les éléments nécessaires pour utiliser l'équation générale

$$\left(0{,}2377 + \frac{M_v}{M_g} c_v\right) \log \frac{T_i}{T} + \frac{A}{\delta_0}\left[\left(\frac{d\tau}{dt}\right)_i - \frac{P_i T}{P T_i}\left(\frac{d\tau}{dt}\right)\right] = 0{,}0689045 \log \frac{P_i}{P}.$$

A 37°,75, nous avons

$$\left(\frac{d\tau}{dt}\right)_i = 36^{kg},36;$$

à 29 degrés, nous avons

$$\frac{d\tau}{dt} = 23^{kg},65.$$

A l'aide de l'équation

$$Au = \frac{r}{T\frac{d\tau}{dt}},$$

on trouve

$$V_v = u = 21^{mc},832$$

pour le volume spécifique de la vapeur saturée à $37^\circ,75$; d'où

$$1 : 21,832 = 0^{kg},0458064$$

pour le poids du mètre cube de vapeur. A cette même température et à la pression initiale $P_0 = 12806$, on a pour le poids du mètre cube d'air

$$\delta_0 = 1^{kg},2932 \frac{272,85}{310,70} \frac{12806}{10333} = 1,40746.$$

Dans 1 mètre cube de notre mélange, à la pression totale 13467, il se trouve donc $0^{kg},0458064$ de vapeur et $1^{kg},40746$ d'air; d'où il résulte

$$\frac{M_v}{M_g} = \frac{0,0458064}{1,40746} = 0,0325414.$$

A $37^\circ,75$, nous avons très-sensiblement

$$c_v = \text{const.} = 1.$$

Avec tous ces nombres, notre équation devient, en dernière analyse,

$$0,43221542 - \frac{3099}{P} = \log\frac{12806}{P}.$$

Les logarithmes sont ici ceux des Tables ordinaires, tandis qu'ils étaient népériens dans l'équation générale.

On tire de cette équation

$$P_1 = 9802^{kg}.$$

Comparons ce résultat à celui qu'a donné l'expérience. Notre pression totale p_1 était 10197; à la température de 29 degrés où était tombé le mélange par la détente, la tension de la vapeur est

$$\tau_1 = 405^{kg},06.$$

On a donc

$$P_1 = 10197 - 405 = 9792.$$

La différence entre le résultat de l'expérience et celui du calcul ne s'élève qu'à

$$9802 - 9792 = 10^{kg}$$

ou, en fraction, à

$$\frac{10}{9802} = 0,000102.$$

Lorsqu'on opère à des températures inférieures à 15 ou 20 degrés, par exemple, l'accord est beaucoup moins satisfaisant. J'en dirai plus loin les raisons très-simples.

3° Air saturé de vapeur d'éther sulfurique.

Température initiale et finale, $t_0 = 20°$, $T_i = 292°,85$.
Pression initiale du mélange, $p_0 = 12759^{kg}$.
Pression finale, $p_2 = 11230^{kg}$.
Pression minima après la détente, $p_1 = 10079^{kg}$.

A 20 degrés, la tension de l'éther est $\tau_0 = 5884^{kg}$. La pression de l'air du mélange, revenu à 20 degrés après la dé-

tente, est donc

$$P_2 = 11230 - 5884 = 5346^{kg}.$$

En désignant par t_1 la température inconnue du mélange au moment du maximum de détente et par τ_1 la tension de la vapeur qui y répond, on a, par suite,

$$5346\left(\frac{1+0,003665\,t_1}{1+0,003665.20}\right) + \tau_1 = 10079^{kg},$$

d'où

$$18,24551\,t_1 + \tau_1 = 5098^{kg}.$$

En reprenant l'équation qui donne la tension de la vapeur d'éther, ou

$$\log\tau = 3,3991654 + \frac{0,019942\,87\,t}{1+0,0038241\,75\,t},$$

et en écrivant à la place de τ la valeur ci-dessus, on a

$$\log(5098 - 18,24551\,t) = 3,3991654 + \frac{0,019942\,87\,t}{1+0,0038241\,75\,t},$$

d'où l'on tire, pour valeur très-approximative,

$$t_1 = 15^{\circ},05.$$

Il résulte de là

$$\tau_1 = 4819^{kg}$$

et, par conséquent,

$$P_1 = 10079 - 4819 = 5260^{kg}$$

pour la pression minima de l'air au moment de la détente, et

$$T_1 = 287,9$$

pour la température absolue du mélange.

Approprions à l'éther notre équation générale

$$\left(0,2377 + \frac{M_v}{M_g} c_v\right) \log \frac{T_0}{T}$$
$$+ \frac{1}{425\delta_0}\left[\left(\frac{d\tau}{dt}\right)_0 - \frac{P_0 T}{P T_0}\left(\frac{d\tau}{dt}\right)\right] = 0,0689045 \log \frac{P_0}{P}.$$

Entre 15 et 20 degrés, nous pouvons poser

$$c_v = \text{const.} = 0,5772.$$

A 20 degrés, le poids du mètre cube de vapeur d'éther est $1^{kg},7483$. A la même température et à la pression initiale

$$P_0 = 12759 - 5884 = 6875^{kg}$$

de l'air du mélange, le poids du mètre cube d'air est

$$\delta_0 = 0^{kg},80166.$$

On a donc

$$\frac{M_v}{M_g} = \frac{1,7483}{0,80166} = 2,18085;$$

d'où il résulte d'abord

$$(0,2377 + 0,5772.2,18085) \log \left(\frac{292,85}{287,90}\right) = 0,02551107.$$

A 20 et à 15 degrés, on a

$$\left(\frac{d\tau}{dt}\right)_0 = 233^{kg},2,$$
$$\frac{d\tau}{dt} = 197^{kg},9.$$

Notre seconde parenthèse du premier membre de l'équation devient ainsi

$$\frac{1}{425.0,80166}\left(233,2 - \frac{197,9.6875.272,85}{P\,292,85}\right) = 0,684462 - \frac{3721}{P}.$$

On a donc

$$0{,}02551107 + 0{,}684462 - \frac{3721}{P} = 0{,}0689045 \log \frac{6875}{P}.$$

En changeant les logarithmes népériens en logarithmes ordinaires et achevant toutes les opérations, il vient enfin

$$\frac{23452}{P} - 0{,}6375496 = \log P,$$

d'où l'on tire

$$P_1 = 5370^{kg}.$$

En réalité, nous avons eu

$$P_1 = 5346.$$

4° Air saturé de vapeur de sulfide carbonique.

Températures initiale et finale, $t_0 = 14^\circ{,}85$, $T_0 = 287^\circ{,}7$.
Pression initiale, $p_0 = 13246^{kg}$.
Pression finale, $p_2 = 11189^{kg}$.
Pression au moment de la détente maxima, $p_1 = 10056^{kg}$.

A $14^\circ{,}85$, la tension de la vapeur de sulfure de carbone est

$$\tau_0 = 3299^{kg}.$$

La pression initiale de l'air était donc

$$13246 - 3299 \quad \text{ou} \quad P_0 = 9947^{kg}.$$

La pression finale était

$$P_2 = 11189 - 3299 = 7890^{kg}.$$

A la température inconnue t_1 de la détente maxima, nous avons donc

$$\frac{7890\,T}{287{,}7} + \tau_1 = 10056$$

ou

$$27{,}4244\,T_1 + \tau_1 = 10056.$$

Cette équation, combinée avec celle de la page 278, donnant τ en fonction de t, nous donne pour valeur approximative de T_1

$$T_1 = 279^\circ,9, \quad t_1 = 7^\circ,05;$$

ce qui nous donne

$$P_1 = 7676^{kg}.$$

Reprenons l'équation générale

$$\left(0,2377 + \frac{M_v}{M_g} c_v\right) \log \frac{T_0}{T}$$
$$+ \frac{A}{\delta_0}\left[\left(\frac{d\tau}{dt}\right)_0 - \frac{P_0 T}{P T_0}\left(\frac{d\tau}{dt}\right)\right] = 0,0689045 \log \frac{P_0}{P}.$$

Entre 10 et 20 degrés, nous pouvons poser

$$c = \text{const.} = 0,23456.$$

A $14^\circ,85$, le poids du mètre cube de vapeur de sulfure est très-approximativement 1 kilogramme. A la même température et à 9947 kilogrammes de pression, le poids du mètre cube d'air est

$$\delta_0 = 1^{kg},180635.$$

Il vient donc

$$\left(0,2377 + \frac{0,23456}{1,180635}\right) \log \frac{287,7}{279,9} = 0,0119942.$$

A $14^\circ,85$ et à $7^\circ,05$, on a

$$\left(\frac{d\tau}{dt}\right)_0 = 134^{kg},23,$$

$$\frac{d\tau}{dt} = 102^{kg},98.$$

En écrivant dans l'équation ci-dessus ces valeurs et celles de P_0, T_0, T, δ_0, ou 9947 kilogrammes, $287^\circ,7$, $279^\circ,9$

$1^{kg},180635$, et faisant toutes les réductions, on trouve

$$1,7616802 + \frac{12517}{P} = \log P.$$

On tire là pour valeur très-approchée

$$P = 7608^{kg}.$$

Nous avions, en réalité,

$$P = 7676^{kg}.$$

Si l'on se reporte aux critiques que j'ai faites dès l'abord de la méthode expérimentale décrite; si l'on songe aux difficultés de toutes espèces qui entourent ce genre de recherches, et si, d'un autre côté, on considère la complication de l'équation fondamentale

$$\left(c_p + \frac{M_r}{M_g}c_v\right)\log\frac{T_0}{T_1} + \frac{1}{425\delta_0}\left[\left(\frac{d\tau}{dt}\right)_0 - \frac{P_0T_1}{P_1T_0}\frac{d\tau}{dt}\right] = B\log\frac{P_0}{P_1}$$

et le nombre d'éléments en apparence les plus étrangers les uns aux autres qui la composent, on a tout lieu d'être étonné de la concordance des valeurs trouvées directement pour P_1 et de celles qu'on tire de l'équation ci-dessus. Il n'est, je crois, pas possible de citer une plus belle confirmation de l'ensemble des propositions de la Thermodynamique et, en même temps, une plus belle vérification de l'exactitude des nombres particuliers qui entrent dans les équations. A ce dernier point de vue, en effet, il est facile de s'assurer que des inexactitudes notables, qui porteraient sur les valeurs de r, c, τ, $\frac{d\tau}{dt}$, amèneraient de très-grandes différences entre les valeurs de P trouvées expérimentalement et les valeurs calculées. J'ai dit que j'avais obtenu des résultats peu concordants quand j'opérais sur le mélange d'air et de vapeur d'eau à des températures inférieures à 20 degrés; et, au premier abord, j'avais été porté

à attribuer ces divergences à ce qu'à ces températures les divers éléments employés $\left(\text{tels surtout que } r \text{ et } \frac{dr}{dt}\right)$ méritaient moins de confiance. Il se peut que cette remarque soit partiellement juste; mais je n'ai pas tardé à m'assurer que la principale cause du peu de concordance dont je parle dérive de la difficulté même de l'expérience : la plus petite erreur d'observation sur t_0 et sur p_2 amène de grandes modifications dans les résultats donnés par les équations, et de telles erreurs sont presque inévitables, lorsqu'on opère la détente du mélange d'air et de vapeur d'eau à des températures comprises entre zéro et 20 degrés.

§ X.

Premier aperçu de la relation théorique qui existe entre la pression et la température des vapeurs saturées.

Avant de quitter la question des vapeurs saturées, je reviens un instant ici déjà, et sauf à m'y arrêter longuement plus tard, sur la relation qui existe entre la pression et la température de ces vapeurs. J'ai dit que cette relation ne peut avoir le caractère de simplicité que quelques personnes prétendent trouver toujours dans les lois naturelles. C'est ce qu'il nous est maintenant facile de reconnaître.

Si nous reprenons notre expression générale et fondamentale

$$\mathrm{AP}u = \frac{\mathrm{P}r}{\mathrm{T}\frac{d\mathrm{P}}{d\mathrm{T}}}$$

ou simplement

$$\mathrm{A}u = \frac{r}{\mathrm{T}\frac{d\mathrm{P}}{d\mathrm{T}}},$$

nous en tirons

$$T\frac{dP}{dT}=\frac{Er}{u}=\frac{E(APu+\rho)}{u}=P+\frac{E\rho}{u};$$

mais ρ n'est, comme nous savons, autre chose que la chaleur nécessaire pour séparer les parties du liquide et faire passer le volume de w à V. En désignant par e la somme des résistances internes surmontées par la chaleur pendant le passage du corps de w à V, nous avons

$$E\rho=\int_w^V e\,dv,$$

d'où

$$T\frac{dP}{dT}=P+\left(\frac{\int_w^V e\,dv}{V-w}\right)$$

et, par suite,

$$\int\frac{dP}{P+\frac{\int e\,dv}{V-w}}=\log T.$$

Le quotient $\frac{\int e\,dv}{V-w}$ n'est pas autre chose que la *résistance moyenne* surmontée par les molécules pendant le passage de w à V, et rapportée à la variation $(V-w)=u$. Cette moyenne est donc fonction, non-seulement du volume spécifique V qu'occupe la vapeur saturée une fois produite, mais du volume antérieur w qu'occupait le liquide saturé. La chaleur potentielle ρ diminue pour toutes les vapeurs à mesure que la température s'élève ; et ceci a lieu, non-seulement parce que le volume spécifique des vapeurs diminue, et qu'ainsi les molécules s'écartent moins les unes des autres à mesure que la pression et la température croissent, mais encore parce que le volume spécifique w croît avec la température, et qu'ainsi les molécules ont *déjà* surmonté une résistance de plus en

plus grande, *avant* de passer de la distance répondant à w à celle qui répond à V.

Il suit de cette discussion que toute équation, empirique ou rationnelle, qui exprime correctement les relations de P et de t, contient nécessairement des termes qui se rapportent implicitement ou explicitement, sous forme cachée ou sous forme spécifiée, aux propriétés du *liquide à évaporer*, et non pas seulement aux propriétés de la vapeur déjà produite.

CHAPITRE III.

THÉORIE DES VAPEURS SURCHAUFFÉES.

Définissons d'abord nettement ce qu'on doit appeler une *vapeur surchauffée*.

Une vapeur saturée est un gaz qui se trouve dans un état moléculaire, ou, ce qui est à la fois plus correct et plus significatif, dans un état d'équilibre interne et externe tel, qu'on ne peut, sous une pression donnée, lui enlever de calorique sans qu'une portion du corps ne passe à l'état liquide.

Une vapeur surchauffée est un gaz auquel on peut, au contraire, soustraire de la chaleur sans le liquéfier.

Une vapeur saturée, soumise à une pression constante, se condense sans changer de température, lorsqu'on lui enlève de la chaleur.

Une vapeur surchauffée, soumise aussi à une pression constante, baisse, au contraire, en température, lorsqu'on lui enlève de la chaleur

Parmi les corps qu'on appelle *gaz*, il en existe plusieurs qui peuvent être liquéfiés à l'aide d'une pression et d'un refroidissement convenables : tels sont l'acide sulfureux, l'acide carbonique, le cyanogène, l'ammoniaque, etc., etc. Personne ne peut plus douter que les gaz ne soient, sans aucune exception, dans le même cas. Tous les gaz qu'on a pu liquéfier arrivent, par un refroidissement suffisant, à un état tel, que, la pression restant constante, on ne peut plus soustraire de

chaleur sans les liquéfier en partie; à partir de ce moment, la température ne varie plus, et la soustraction ne produit plus qu'une condensation de plus en plus complète.

Les gaz appelés *permanents* ne sont donc que des vapeurs surchauffées considérablement au-dessus du point de saturation, et que l'on n'a pas encore pu amener à ce point par les moyens dont nous disposons.

Si nous pouvions vivre dans un milieu qui serait à 150 ou 200 degrés au-dessous de notre zéro du thermomètre, l'oxygène, l'hydrogène, l'azote se comporteraient probablement comme la vapeur d'eau dans le milieu où nous nous trouvons actuellement. Au contraire, si nous pouvions vivre dans un milieu qui serait à 400 degrés au-dessus de ce zéro, la vapeur d'eau de 1 à 5 atmosphères, et bien au delà, serait pour nous un gaz parfait.

D'après ce qui précède, on doit s'attendre à voir les propriétés particulières de telle ou telle vapeur saturée se transformer peu à peu par la surchauffe en celles d'un gaz *approximativement* parfait. C'est, en effet, ce que nous verrons se vérifier de la façon la plus entière.

L'état de vapeur saturée et l'état de gaz sont, disons-nous, deux limites extrêmes que peut occuper un même corps, et qui ne dépendent que du plus ou moins de chaleur que ce corps renferme sous une même pression.

La théorie mécanique a fixé, de la manière la plus satisfaisante, les principales propriétés des corps sous le premier de ces états. Les données qu'elle a fournies à cet égard pourront être modifiées dans l'avenir quant aux valeurs numériques particulières, mais non quant aux principes mêmes d'où dérivent ces valeurs.

On conçoit combien il était essentiel, au point de vue de la Mécanique appliquée comme de la Philosophie naturelle,

d'établir un trait d'union mathématique entre ces deux limites inférieures et supérieures, qui permît de connaître les principales propriétés d'un corps à l'état de surchauffe incomplète, sans avoir à étudier directement tous les degrés intermédiaires.

C'est à quoi nous allons parvenir de la manière la plus simple, la plus élémentaire et la plus générale, en partant de deux propositions fondamentales.

§ I.

PROPOSITION I. — *Lorsqu'une vapeur quelconque saturée, mais sèche, se précipite d'un réservoir où elle est tenue à la pression constante p_0 dans un autre où elle est tenue à la pression constante p_1, elle se surchauffe toujours, et sa température, après la détente brusque, est supérieure à celle qui répond à la pression p_1.*

J'ai donné déjà (page 355) une démonstration concise de cette proposition. Je vais la reprendre sous une forme très-différente et peut-être plus claire.

Concevons (*fig.* 9) deux cylindres verticaux A et B de sections s et $S > s$, fermés par le bas, ouverts par le haut, à parois imperméables au calorique, dans lesquels se meuvent deux pistons, dont les tiges à crémaillères sont rendues solidaires par une roue dentée : supposons nuls les frottements des pistons, etc.; relions le bas des cylindres par un tube muni d'un robinet r'.

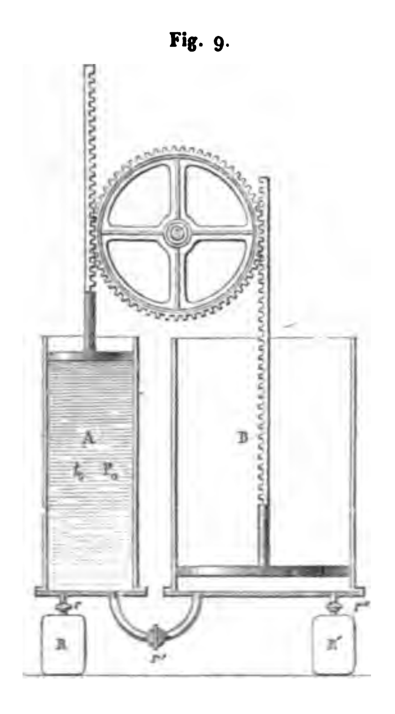
Le piston de A étant au haut de sa course, celui de B étant au bas et le robinet r' étant fermé, supposons que A renferme un poids $M = 1^{kg}$ d'une vapeur quelconque saturée à P_0 et à t_0. Ouvrons partiellement le robinet r. La vapeur à P_0,

trouvant un espace plus grand à occuper, va y tomber à une certaine pression P_1, et, comme les pistons se font mutuellement équilibre, on aura

$$P_0 s = P_1 S.$$

Celui de A descendra, celui de B montera avec une vitesse

Fig. 9.



qui dépendra de l'ouverture du robinet, et que nous supposerons très-petite, pour n'avoir point à nous occuper de la force vive acquise par les pistons et la roue.

Remarquons qu'en raison de la dépendance réciproque des pistons le travail opéré par la descente en A est constamment égal au travail rendu par l'ascension en B. Le travail externe est donc nul d'un bout à l'autre de l'opération et, par conséquent, la chaleur interne totale U_0 reste invariable aussi. En A

et au commencement de l'opération, cette chaleur interne avait pour expression

$$\int_0^{t_0} c\,dt + \rho_0 = U_0$$

ou, ce qui est la même chose sous une autre forme,

$$\lambda_0 - AP_0 u_0 = U_0.$$

Lorsque la vapeur a passé entièrement en B, son volume s'est accru dans le rapport de s à S : désignons-le par la lettre majuscule W, pour le distinguer de celui des vapeurs saturées auxquelles nous avons donné la lettre V. Si la vapeur était saturée en B, sa chaleur interne aurait pour expression

$$U_x = q_x + \rho_x$$

ou

$$U_x = \lambda_x - AP_x u_x.$$

Nous savons, par les travaux de M. Regnault, que, pour toutes les vapeurs connues, λ croît avec la température et avec la pression, tandis que V décroît. Le produit APu, toujours petit relativement à λ, suit lui-même une marche *très-lentement* croissante avec λ. Comme on a forcément, par les conditions de l'expérience,

$$W = V_0 \frac{S}{s},$$

V_0 étant le volume spécifique répondant à t_0 et P_0, il s'ensuit que l'on a nécessairement

$$q_x + \rho_x = \lambda_x - AP_x u_x < q_0 + \rho_0 = \lambda_0 - AP_0 u_0 ;$$

et comme aussi, par les conditions de l'expérience, la somme U_0 reste invariable, il s'ensuit qu'on a

$$\lambda_0 - AP_0 u_0 = \lambda_x - AP_x u_x + a,$$

d'où

$$a = \lambda_0 - \lambda_x + (AP_x u_x - AP_0 u_0).$$

La quantité de chaleur a ne peut dériver que de ce que la vapeur, détendue sans donner de travail externe de P_0 à P_x (pression inconnue pour le moment et à déterminer), prend une température θ supérieure à t_x, qui répond au point de saturation à P_x et au volume V_x. Si nous désignons par K la capacité calorifique absolue de la vapeur, il est clair qu'on aura, par suite,

$$U_0 = \lambda_x - AP_x u_x + K(\theta - t_x),$$

et que θ sera toujours plus grand que t_x.

Ainsi, comme l'affirme notre proposition, une vapeur saturée, mais sèche, qui passe, brusquement et sans rendre de travail externe, d'une pression P_0 à une autre inférieure P_x, garde toujours une température supérieure à celle qui répond à son point de saturation nouveau.

C'est M. Clausius qui, le premier, a démontré le fait précédent, mais par une autre voie que celle que j'ai suivie ici. De mon côté, il y a quelques années aussi déjà que j'ai mis le fait hors de doute par l'observation directe des phénomènes. Ceux-ci sont trop caractéristiques pour que je puisse me dispenser de donner une description circonstanciée de mes expériences concernant la *vapeur d'eau*.

§ II.

Vérification expérimentale de la Proposition I.

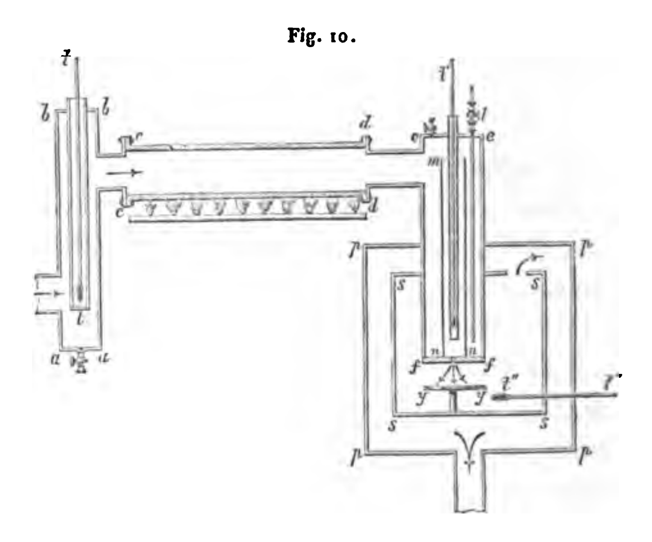
La vapeur, produite sous une pression constante qui pouvait être portée jusqu'à 16 atmosphères, était amenée par un gros tuyau en cuivre dans l'appareil suivant (*fig.* 10):

aabb tube vertical muni à la base *aa* d'un robinet purgeur;

à la base *bb* est soudé un tube *tt* en cuivre mince, ouvert en haut et fermé en bas pour recevoir un thermomètre.

ccdd tuyau en fonte de 1 mètre de longueur, horizontal, au-dessous duquel se trouvent disposés une vingtaine de becs de gaz d'éclairage; *eeff* gros tuyau vertical en cuivre dans lequel s'en trouvent trois autres : 1° l'un *mmnn*, concentrique, soudé en *nn* à la base *ff*, ouvert en *mm*; 2° l'autre *t′t′*, con-

Fig. 10.



centrique aussi, soudé à la base *ee*, ouvert en haut et fermé en bas pour recevoir un second thermomètre; 3° enfin un troisième, *ll*, muni au haut d'un robinet, soudé à la base *ee*, ouvert par en bas et pénétrant dans l'espace annulaire compris entre *eeff* et *mmnn* presque jusqu'au fond *ff*. Ce fond est percé au centre d'une ouverture d'environ $0^m,0015$ de diamètre.

Ainsi que l'indique la figure, la tête du tuyau *eeff* pénètre à frottement dans deux caisses cubiques et concentriques *pppp* et *ssss* en bois de sapin. La caisse interne est percée d'une ouverture par laquelle la vapeur passe librement dans l'espace

compris entre *ssss* et *pppp*; cette dernière est percée elle-même d'une large ouverture, à laquelle est fixé un tuyau par lequel la vapeur est conduite hors de l'appartement. Dans l'intérieur de *ssss* se trouve, vis-à-vis de l'ouverture du tuyau de cuivre, un petit disque en bois *yy*, contre lequel se brise le jet de vapeur; le réservoir du thermomètre *t″ t″* est ainsi à l'abri des chocs de la vapeur, et indique la température réelle de celle-ci; un manomètre à siphon indique la pression interne P_1.

Lorsque l'expérience se faisait avec de la vapeur surchauffée, le tuyau *eeff* se trouvait dans la position indiquée par la figure; lorsqu'on opérait sur de la vapeur saturée, on faisait décrire une demi-circonférence à *eeff*, de manière que la base *ff* se trouvât en haut avec les deux caisses; un second robinet purgeur permettait alors d'évacuer l'eau qui se rassemblait en *ee*.

1° Le thermomètre *tt* indiquait la température de la vapeur saturée à P_0. Un manomètre indiquait directement P_0, de sorte qu'un de ces instruments contrôlait l'autre.

2° Le thermomètre *t′t′* indiquait, en cas de surchauffe, la température qu'avait la vapeur à l'instant même où elle allait s'échapper. Pendant ce genre d'expériences, on faisait constamment sortir de la vapeur par le robinet *l*, de sorte que tout le tube interne se trouvait entouré de vapeur surchauffée à la même température. Ce thermomètre devenait inutile avec la vapeur saturée, puisque *tt* indiquait la température maxima et que la pression ne pouvait varier de *aa* en *ff*. Je retournais dans ce cas l'appareil, afin que nulle trace d'eau ne pût couler du haut en bas; aucune condensation ne pouvait non plus se faire en *mmnn*, puisque ce tube était entouré de vapeur à la même pression.

3° Ainsi que je l'ai dit, le disque *yy* garantissait le thermomètre contre les chocs directs de la vapeur. Je me suis assuré

d'ailleurs que la température était toujours la même dans toutes les parties de la boîte.

4° L'usage des deux caisses concentriques suffisait parfaitement pour éviter la perte externe de chaleur, que la vapeur détendue eût inévitablement éprouvée autrement. A la fin d'expériences où la température en *ssss* s'était élevée, par exemple, jusqu'à 240 degrés, et lorsqu'il n'y avait plus de vapeur du tout dans les caisses, le thermomètre ne tombait que de 1 degré à peine par 5 minutes, et, au bout de vingt-quatre heures d'arrêt, il marquait quelquefois encore près de 60 degrés.

5° Le manomètre destiné à indiquer la pression à laquelle tombait la vapeur était à peu près superflu, en raison de la grandeur de deux orifices *vv* et *xx*, et la pression interne différait à peine de $0^m,005$ de celle qu'indiquait le baromètre. Je cite d'abord les résultats qu'a donnés la vapeur saturée.

Pression P_0.	Température t_0.	Surchauffe θ.
15^{atm}	$198°,8$	$157°,8$
14	195,52	156,7
13	192,08	155,58
12	188,41	153,4
11	184,5	152,5
10	180,31	151,8
9	175,77	149,57
8	170,81	147
7	165,34	144,1
6	159,22	141,7
5	152,22	137,72
4	144	133
3	133,91	128,4
2	120,6	115

Voici, d'un autre côté, les expériences concernant la vapeur surchauffée :

Pression P_0.	Température t.	Surchauffe θ.
13^{atm}	200°	166°
»	205	171,5
»	210	177
10	208	183
»	242	223
8	242	229
7	244	233
6	246	237
5	249	238,5

Nous verrons bientôt quelle est l'importance de semblables données dans la théorie des vapeurs surchauffées. J'ai le vif regret de n'avoir pu étendre mes observations à d'autres vapeurs que celle de l'eau. Pour opérer sur des vapeurs inflammables ou toxiques, comme celles de l'éther, du sulfure ou du chlorure de carbone, du chloroforme, etc., il eût fallu substituer à mes caisses en bois des enceintes à doubles ou triples parois en métal, *parfaitement hermétiques :* la construction devenait sinon impossible, du moins très-difficile, avec les ouvriers dont je disposais. Pour obtenir la température réelle, soit de la vapeur brusquement détendue, soit de la vapeur à P_0, surchauffée ou saturée, il faut opérer très-en grand, c'est-à-dire non-seulement avec des appareils de grandes dimensions, mais sur des masses considérables et rapidement renouvelées de vapeur. Cette condition *sine qua non* de réussite rend les expériences, autres que sur la vapeur d'eau, à la fois très-dispendieuses et dangereuses.

Je crois devoir répondre ici à quelques objections spé-

cieuses qui m'ont été faites quant à l'exactitude de la détermination des températures θ.

Plusieurs physiciens ont pensé que les indications du thermomètre $t''t''$ devaient être faussées, soit parce que la vapeur était raréfiée *derrière* le disque *yy* où était placé le réservoir thermométrique, soit parce que ce réservoir recevait des chocs latéraux de vapeur, soit enfin parce que la vapeur, partout encore à l'état de mouvement dans l'enceinte où elle se détendait, ne pouvait avoir nulle part la vraie température *statique* répondant à la chute $P_0 = 1^{atm}$. Ces critiques, prises dans le sens rigoureux, sont incontestablement justes, et toutes à la fois : il s'agit seulement de savoir quelle est l'étendue de l'erreur possible, quant à la valeur de θ relevée par le thermomètre. Je pense que cette erreur est limitée à $0°,5$ en plus ou en moins : c'est, en effet, la plus grande variation sur θ que j'observais, lorsque je promenais le réservoir thermométrique dans toutes les parties de la capacité *ssss*, même jusqu'à la large bouche d'écoulement en *ff*. Un examen attentif de l'appareil décrit précédemment me porte à admettre une autre cause d'erreur plus grave que celle qu'on m'avait signalée, du moins pour les expériences concernant la vapeur non surchauffée. La vapeur détendue à P_1 dans l'enceinte *ssss* se trouvait en contact, sur une étendue assez notable, avec le tube métallique amenant la vapeur comprimée; elle pouvait donc s'échauffer aux dépens de celle-ci. Il est évident qu'il ne serait résulté de là aucune faute, si cette vapeur ainsi légèrement refroidie (ou plutôt condensée) avait passé en entier dans l'enceinte *ssss*; mais elle n'y entrait qu'en partie : une autre partie, même considérable, était évacuée par un purgeur. Il se peut donc que, dans certains cas, le thermomètre $t't'$ ait accusé une température trop élevée.

§ III.

Proposition II. — *Lorsqu'une vapeur, saturée ou surchauffée, sans rendre de travail externe et sans recevoir ou perdre de chaleur, passe de son volume* V_0 *ou* W_0 *à un volume* $W > V_0 \equiv W_0$ *et tombe, par suite, de sa pression initiale* P_0 *à une pression plus faible* P, *il y a toujours égalité entre les produits des pressions par les volumes correspondants diminués d'un certain volume constant* ψ, *pourvu que cette vapeur obéisse dans toutes ses parties infinitésimales à une même loi d'expansion.*

En d'autres termes, et algébriquement, on a

$$P_0(V_0 - \Psi) = P(W - \Psi).$$

Le volume constant Ψ n'est autre chose que ce que j'ai appelé et ce que, pendant quelque temps encore, j'appellerai *provisoirement* le *volume atomique* du corps en vapeur. On reconnaîtra bientôt que ce terme doit passer du provisoire au définitif dans la science.

Je commencerai, *provisoirement* aussi, par poser $\psi = 0$, sauf à montrer ensuite ce qui résulte de cette fausse supposition. Je poserai, en un mot, d'abord

$$P_0 V_0 \quad \text{ou} \quad P_0 W_0 = PW.$$

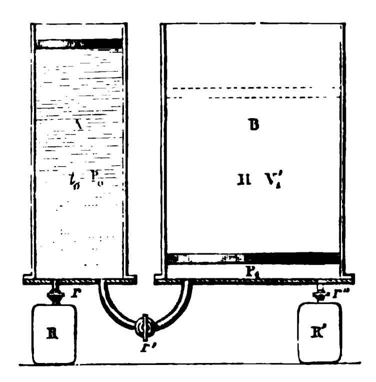
Le lecteur se rappellera que la majuscule V désigne le volume spécifique d'une vapeur saturée, tandis que W désigne celui de la même vapeur surchauffée, à un degré quelconque d'ailleurs.

A première vue, notre théorème n'a rien qui étonne, car il ne semble être qu'une des formes un peu modifiées de la loi de Mariotte. Pour en faire comprendre d'un coup toute

l'étrange singularité, il me suffira de rappeler qu'une vapeur qui passe d'un volume à un autre sans donner de *travail externe* change toujours de température par suite du *travail interne* qui s'y opère pendant l'expansion, et qu'ainsi le terme $P_0(V_0 - \Psi)$ répond toujours à une température très-différente de celle que prend le corps en passant de V_0 à $W > V_0$.

Le lecteur trouvera dans la démonstration que je vais donner quelques répétitions d'expériences schématiques et isolées que j'ai déjà employées dans le cours de cet Ouvrage. J'ai

Fig. 8 *ter*.



pensé qu'il valait mieux répéter que de renvoyer à des parties précédentes, la clarté étant ici la première condition à remplir.

Soit A (*fig.* 8 *ter*) un cylindre vertical où se meut, *sans frottement*, un piston d'une section $s = 1^{mq}$ et d'un poids P_0. Ce cylindre renferme 1 kilogramme d'une vapeur quelconque saturée ou non à t_0 et à P_0 : le piston fait donc exactement équilibre à cette tension. Soit R un réservoir vide tenu à zéro et ayant juste la valeur du kilogramme de liquide ramené à zéro qui a produit la vapeur à t_0 et à P_0. Ouvrons partiellement le robinet de communication r : la vapeur va se préci-

piter dans le réservoir vide et s'y condensera; le piston descendra lentement du haut en bas du cylindre.

La chaleur que nous sommes obligés de soustraire continuellement au réservoir R pour le tenir à zéro aura pour valeur totale

$$Q_0 = U_0 + AP_0V_0,$$

U_0 étant l'excès de l'énergie de la vapeur à t_0 sur celle du liquide à zéro, V_0 étant le volume spécifique de la vapeur et A l'équivalent calorifique du travail ou $\frac{1}{425}$.

Au lieu de condenser ainsi la vapeur en R, procédons de deux manières très-différentes.

Soit B un second cylindre vertical pouvant, par le tube à robinet r', être mis en communication avec A; dans ce cylindre se meut aussi *sans frottement* un piston de même poids P_0, mais d'une section connue S, plus grande que $s = 1^{mq}$. Il est évident que, quand nous ouvrirons le robinet r', notre vapeur à t_0 passera sous la pression constante P_0 du cylindre A dans le cylindre B, où elle tombera subitement à la pression $\frac{s}{S}P_0 = P_1$. Lorsque le piston de A sera au bas de sa course, le piston de B se sera élevé à une hauteur inconnue h_1, et aura engendré un volume inconnu W'_1, en rendant un travail $P_1W'_1$. Si maintenant nous ouvrons un peu le robinet r'', la vapeur se précipitera sous la charge constante P_1 dans le réservoir à zéro R', et comme, en résumé, nous n'avons recueilli aucun travail externe, la quantité de chaleur soustraite à R' sera la même que précédemment; on aura donc

$$Q_0 = U_1 + AP_1W'_1,$$

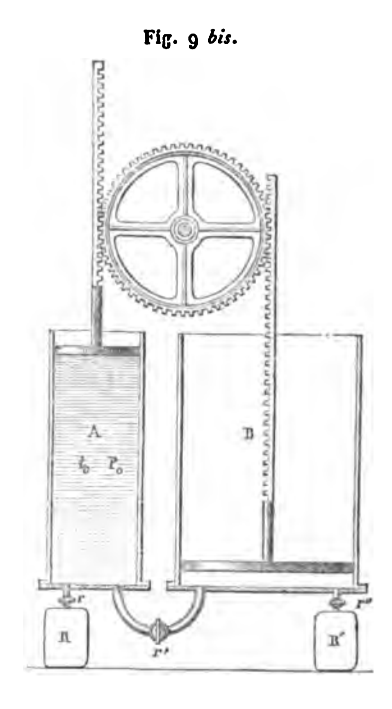
U_1 étant l'énergie constante de la vapeur en B. On a donc, comme on voit,

$$U_0 + AP_0V_0 = U_1 + AP_1W'_1.$$

La variation de l'énergie virtuelle ne peut, en effet, être due qu'à l'excès positif ou négatif du travail inconnu $P_1 W'_1$ sur le travail connu $P_0 V_0$.

Procédons tout autrement : au lieu de laisser les pistons de A et de B *libres*, relions leurs tiges (à crémaillère) par une roue d'engrenage sans frottement (*fig.* 9 *bis*). Dans ces nou-

Fig. 9 *bis*.



velles conditions, A étant rempli de 1 kilogramme de vapeur à t_0 et à P_0, la vapeur passera encore de A en B, lorsque nous ouvrirons le robinet de jonction r'; mais cette fois les volumes engendrés par les pistons sont connus et ont entre eux le rapport $\frac{S}{s}$; les pressions en A et en B, au contraire, nous sont inconnues, car nous ne pouvons *a priori* affirmer si elles *varient* ou *non* à chaque instant en A et en B; nous savons seulement

qu'elles se font sans cesse équilibre par la roue intermédiaire et qu'elles restent entre elles dans le rapport constant et inverse

$$\frac{P_a}{P_b} = \frac{S}{s}.$$

Dans cette expérience, il n'y a *aucun travail externe* rendu; l'énergie finale en B est donc nécessairement égale à l'énergie initiale en A; elle est U_0, de sorte que si nous désignons par P'_1 la pression finale inconnue en B, et si, après avoir rendu libre le piston de B, nous faisons passer graduellement sa vapeur dans le condenseur B' sous la charge constante P'_1, la chaleur que nous aurons à soustraire sera

$$Q'_1 = U_0 + AP'_1W'_1.$$

En apparence, les deux expériences que je viens de décrire sont radicalement distinctes. Dans la première, nous recueillons la même quantité totale de chaleur par la condensation, mais l'énergie U_1 et le travail $P_1W'_1$ sont inconnus. Dans la seconde, l'énergie finale U_0 est connue, mais nous ne connaissons ni la pression ni l'énergie en A et en B *pendant* la marche des pistons; nous ne connaissons plus la chaleur de condensation Q_1 sous la pression finale constante P'_1. Nous allons cependant reconnaître que ces deux expériences, si différentes en apparence, sont absolument identiques au fond, quant aux phénomènes thermiques et dynamiques.

Nous disons que le travail externe rendu par la marche de nos pistons est constamment nul : la somme totale d'énergie représentée par la vapeur qui se trouve en A et en B est donc constante, et l'on a

(A) $$U_a m + U_b(1 - m) = U_0,$$

m et $(1 - m)$ étant les poids de vapeur en A et en B, et U_a, U_b étant l'énergie, *supposée variable*, de l'unité de poids de vapeur. En différentiant cette équation, on a

$$(B) \qquad m\,dU_a + U_a\,dm - U_b\,dm + (1 - m)\,dU_b = 0.$$

Analysons ce qui se passe dans nos deux cylindres.

Les phénomènes du cylindre A sont des plus simples. Si P_a varie, c'est parce que la marche du piston est *trop lente* ou *trop rapide* par rapport à la marche de la vapeur à travers le robinet r, c'est parce que le volume à chaque instant engendré par le piston est plus petit ou plus grand que le volume écoulé, et que, par conséquent, le volume spécifique V_a, le volume de l'unité de poids de vapeur, grandit ou diminue à chaque instant. De cette expansion ou de cette compression de la vapeur il naît donc un travail dont l'expression élémentaire est $P_a\,dV_a$, et qui, à chaque instant, modifie proportionnellement l'énergie U_a; il en résulte, en un mot,

$$m\,dU_a = -\,m\,AP_a\,dV_a.$$

Les phénomènes du cylindre B sont plus compliqués. Au commencement de l'opération, et lorsque P_0 n'a encore varié que d'un infiniment petit, on a évidemment

$$P_b = P_1 = P_0\frac{s}{S}.$$

Si ensuite P_b varie, c'est aussi parce que le volume engendré à chaque instant par le piston de B est *plus grand* ou *plus petit* que le volume que prend la vapeur de A en tombant de P_a à P_b, et qu'ainsi le volume V_b de l'unité de poids de vapeur grandit ou diminue. Il résulte de là que les portions de vapeur successivement entrées en B éprouvent ensuite une expansion ou une compression dont l'expression élémentaire est

encore $P_b\, dV_b$, et qui modifie l'énergie $(1 - m)\, U_b$ d'une quantité $- AP_b\, dV_b$. Mais de plus :

1° Il pénètre de A en B, sous la pression $(P_a - P_b)$ et pendant que le piston de A engendre le volume sdh, un volume que je désigne par dv et dont l'introduction représente un travail $(P_a - P_b)\, dv$. Ce travail, qui physiquement est représenté par la vitesse de translation des molécules de vapeur passant par r', produit en B, et par la destruction de cette vitesse en chocs, etc., une quantité de chaleur qui a pour expression $A(P_a - P_b)\, dv$.

2° Mais au moment même où la vapeur a pénétré en B, son volume grandit et passe de dv à un volume que je désigne par $d\Upsilon$; en se dilatant ainsi brusquement, elle surmonte la pression P_b et exécute un travail $P_b(d\Upsilon - dv)$. Ce travail coûte donc une quantité de chaleur

$$dQ = AP_b(d\Upsilon - dv).$$

Il est clair maintenant que la variation $(1 - m)\, dU_b$ a précisément pour valeur la somme de ces trois variations que nous venons de déterminer, et que l'on a

$$(1 - m)\, dU_b = A[(P_a - P_b)\, dv - P_b(d\Upsilon - dv) - (1 - m)P_b\, dV_b].$$

Notre équation (B) devient, par la substitution de ces valeurs de $m\, dU_a$ et de $(1 - m)\, dU_b$,

$$\text{(D)} \begin{cases} (U_a - U_b)\, dm - A(P_a\, dV_a) + A(P_a - P_b)\, dv \\ \qquad - AP_b(d\Upsilon - dv) - A(1 - m)P_b\, dV_b = 0. \end{cases}$$

Mais dv n'est pas autre chose que la somme du volume sdh engendrée par le piston de A et de l'accroissement $m\, dV_a$ du volume spécifique de la vapeur en A. Et de même $d\Upsilon$ n'est autre chose que la différence de l'accroissement $\left(\frac{S}{s}\right) sdh = S\, dh$ du

volume engendré par le piston de B et de l'accroissement $(1 - m) dV_b$ du volume spécifique de la vapeur déjà en **B.** On a, en un mot,

$$dv = s\,dh + m\,dV_a,$$
$$d\Upsilon = S\,dh - (1 - m)\,dV_b,$$

En substituant ces valeurs dans l'équation (D) et en se rappelant que $P_b = \frac{s}{S} P_a$, on trouve, toutes réductions faites,

$$(U_a - U_b)\,dm = 0, \quad \text{(E)}$$

d'où

$$U_a = U_b. \quad \text{(F)}$$

En remplaçant U_b par U_a dans l'équation (A), il vient

$$mU_a + (1 - m)\,U_a = U_0,$$

d'où

$$U_a = U_0.$$

Il résulte de cette analyse que non-seulement l'énergie de la vapeur des deux cylindres est toujours égale, mais qu'en réalité elle est constante; on a, par conséquent,

$$m\mathrm{A}P_a\,dV_a = m\,dU_a = 0,$$

d'où

$$P_a = \text{const.} = P_0$$

et, par conséquent,

$$P_0V_0 = P_1V_1 \quad \text{ou} \quad PW = P_0V_0 = P_0W_0,$$

ce qui est l'expression algébrique du théorème qu'il fallait démontrer, sauf une correction que je vais bientôt faire ressortir.

Nous voyons d'après cela que les deux expériences que je

viens de décrire sont absolument identiques dans les résultats : que les pistons de A et de B soient solidaires comme dans la seconde, ou qu'ils soient libres et indépendants comme dans la première, la pression de la vapeur reste constante d'un bout à l'autre de l'opération et a pour valeur, dans le cylindre B, le produit de la pression en A par le rapport inverse des volumes.

Dans l'expérience à pistons indépendants, nous avons posé

$$Q_0 = U_0 + AP_0V_0,$$
$$Q_0 = U_1 + AP_1V_1,$$

pour les quantités de chaleur que rendait la vapeur si l'on condensait à zéro sous la pression constante P_0 ou P_1; mais, comme $U_1 = U_0$ et $V_1 = V_0 \frac{P_0}{P_1}$, nous avons

$$Q_0 = U_0 + AP_0V_0 = U_0 + AP_1V_1,$$

c'est-à-dire que la chaleur totale de condensation est la même pour les deux cylindres.

Il découle de tout ce qui précède deux principes de Physique extrêmement remarquables.

Quelles que soient les modifications de volume que subisse une vapeur ou un gaz : 1° le produit de la pression externe par le volume reste constant, pourvu qu'il n'y ait aucun travail externe de rendu ; 2° et la quantité de chaleur totale rendue par la condensation, sous la pression finale constante P_1, reste elle-même constante.

Une remarque qui aura aussi frappé le lecteur dès l'abord; c'est que, dans toute notre analyse de ces phénomènes de Thermodynamique, nous n'avons pas même eu à prononcer le mot de *température*, bien que le corps que nous avons soumis à diverses expériences change nécessairement de tempé-

rature pendant son passage d'un volume à un autre. Je reviendrai bientôt sur cette remarque capitale, qui nous ouvrira un horizon tout nouveau dans l'étude des forces moléculaires.

§ IV.

Détente brusque d'un mélange de vapeur avec un corps solide ou liquide.

Pour le moment, je m'arrête sur un autre point essentiel.

Une restriction indispensable s'impose d'elle-même, soit sous forme de correction, soit même sous forme d'exclusion, à notre théorème et à sa démonstration.

Pour bien me faire comprendre, je spécifie de suite par une application directe. Je suppose qu'au lieu d'une vapeur ou d'un gaz pur nous ayons dans le cylindre A, et avant l'ouverture du robinet r', un mélange d'une vapeur avec un *corps solide ou liquide* à l'état de *poussière infinitésimale*. Il se présentera ici deux cas différents qui doivent attirer notre attention :

1° Le corps mêlé pourra être celui même qui a engendré la vapeur à t_0 et à P_0 (camphre à l'état solide et à l'état de vapeur; eau à l'état liquide et à l'état de vapeur) : à chaque changement de pression, il se vaporisera alors en plus ou moins grande quantité, et, en réalité, le volume de ce corps sera une variable;

2° Le corps mêlé sera relativement non volatil, et alors il ne fera qu'*occuper* les cylindres avec la vapeur; il jouera le rôle de simple réservoir de chaleur et d'agent mécanique, et nous pouvons regarder son volume comme *invariable*.

Examinons d'abord ce dernier cas.

Soit $(m_0 + \mu_0) = M = 1^{kg}$ la somme des quantités rela-

tives m_0 et μ_0 de vapeur et de corps solide en poussière de notre mélange. Désignons par m_a, μ_a ce qui reste dans le cylindre A pendant la marche des pistons, par m_b, μ_b ce qui a passé en B; par U_a, U'_a, U_b, U'_b l'énergie *variable* de la vapeur et du solide en A et en B. Notre équation de condition (A) devient ainsi

$$(C) \qquad m_a U_a + \mu_a U'_a + m_b U_b + \mu_b U'_b = C.$$

Nous avons de plus l'équation accessoire

$$m_a + \mu_a + m_b + \mu_b = M = 1.$$

Comme m et μ restent toujours dans les mêmes proportions relatives dans le même cylindre, nous pouvons mettre cette équation sous la forme

$$m_a + \alpha m_a + m_b + \alpha m_b = 1,$$

d'où

$$m_b = \frac{1}{1+\alpha} - m_a.$$

En introduisant ces valeurs dans l'équation (C) et en différentiant, on obtient

$$(G) \begin{cases} [(U_a + \alpha U'_a) - (U_b + \alpha U'_b)]dm + m(dU_a + \alpha dU'_a) \\ \qquad\qquad + \left(\frac{1}{1+\alpha} - m\right)(dU_b + \alpha dU'_b) = 0. \end{cases}$$

Cherchons maintenant à déterminer les deux différentielles partielles $(dU_a + \alpha dU'_a)$ et $(dU_b + \alpha dU'_b)$.

Désignons toujours par P_a, P_b, V_a, V_b les pressions et les volumes spécifiques de la vapeur en A et en B; désignons de plus par w'_a et w'_b les volumes spécifiques de l'unité de poids

du solide ; il vient ainsi

$$m(dU_a + \alpha dU'_a) = -mAP_a(dV_a + \alpha dw'_a),$$

$$\left(\frac{1}{1+\alpha} - m\right)(dU_b + \alpha dU'_b) = A\left[P_a\left(1 - \frac{s}{S}\right)dv\right]$$

$$- P_a\frac{s}{S}(d\Upsilon - dv) - \left(\frac{1}{1+\alpha} - m\right)P_a\frac{s}{S}(dV_b + \alpha dw'_b),$$

dv étant le volume de mélange à P_a qui passe en B pendant que le piston de A avance de dV, et $d\Upsilon$ désignant l'accroissement que prend le mélange en passant de P_a à P_b.

Comme il s'agit ici d'un solide dont la variation de volume est excessivement petite par rapport à celle de la variation P_a et P_b, nous avons

$$dw'_a = dw'_b = 0$$

et, par suite,

$$m(dU_a + \alpha dU'_a) = -mAP_a dV_a,$$

$$\left(\frac{1}{1+\alpha} - m_a\right)(dU_b + \alpha dU'_b)$$

$$= -A\left[P_a\frac{s}{S}\left(d\Upsilon - \frac{S}{s}dv\right) + \left(\frac{1}{1+\alpha} - m\right)P_a\frac{s}{S}dV_b\right].$$

Nous avons, comme ci-dessus,

$$dv = dV + m dV_a;$$

mais la valeur de $d\Upsilon$ est très-différente de celle que nous avons trouvée d'abord, ou $\frac{S}{s}dV - (1 - m)dV_b$.

Remarquons, en effet, que $d\Upsilon$ n'est pas autre chose que l'espace élémentaire ***réellement offert*** à la vapeur de A par suite de la marche du piston de B : c'est le volume réellement engendré par ce piston, diminué de l'accroissement de volume de la masse totale de vapeur arrivée en B. Or l'espace

laissé libre en B, l'espace réellement engendré par le mouvement du piston et qui a pour valeur $\frac{S}{s}\,dV$ ou $\frac{V_1}{V_0}\,dV$, lorsqu'il s'agit d'un corps dont toutes les *parties infinitésimales* suivent la même loi d'expansion, cet espace, dis-je, est tout autre si avec le corps qui se détend s'en trouve mêlé un autre dont le volume est invariable.

Si nous désignons par ψ_a et par ψ_b les volumes de solide en A et en B, quand les volumes totaux engendrés dans ces cylindres sont devenus $(V_0 - V_a)$, V_b, nous avons visiblement

$$\frac{V_1 - \frac{V_1}{V_b}\psi_b}{V_0 - \frac{V_0}{V_0 - V_a}\psi_a} = \frac{V_1}{V_0}\left(\frac{1 - \frac{\psi_b}{V_b}}{1 - \frac{\psi_a}{V_0 - V_a}}\right) = \frac{S}{s}\left(\frac{1 - \frac{s\psi_b}{SV_a}}{1 - \frac{\psi_a}{V_0 - V_a}}\right),$$

pour le rapport actuel des volumes libres des deux cylindres, et c'est par ce rapport que nous devons multiplier dV pour avoir le volume réellement rendu libre en B par le mouvement du piston. Il résulte de là

$$d\Upsilon = \frac{S}{s}\,dV\left(\frac{1 - \frac{s\psi_b}{SV_a}}{1 - \frac{\psi_a}{V_0 - V_a}}\right) - \left(\frac{1}{1+\alpha} - m\right)dV_b$$

et, par conséquent,

$$\left(\frac{1}{1+\alpha} - m\right)(dU_b + \alpha\,dU'_b)$$

$$= -AP_a\frac{s}{S}\left[\frac{S}{s}\,dV\left(\frac{1 - \frac{s\psi_b}{SV_a}}{1 - \frac{\psi_a}{V_0 - V_a}}\right) - \left(\frac{1}{1+\alpha} - m\right)dV_b\right]$$

$$- \frac{S}{s}\left[(dV + m\,dV_a) - \left(\frac{1}{1+\alpha} - m\right)dV_b\right].$$

En introduisant cette valeur et celle de $(dU_a + \alpha dU'_a)$ dans notre équation différentielle complète (G), elle devient, toutes réductions faites,

$$(U_a + U'_a\alpha - U_b - U'_b\alpha)dm - AP_a dV\left(\frac{1-\frac{s\psi_b}{SV}}{1-\frac{\psi_a}{V_0 - V}}\right) = 0.$$

On voit, d'après cette analyse, que nous ne pouvons plus avoir comme ci-dessus

$$(U_a + \alpha U'_a - U_b - \alpha U'_b)dm = 0,$$

d'où

$$U_a + \alpha U'_a = U_b + \alpha U'_b.$$

Il en résulte que P *varie* sans cesse dans les deux cylindres, et que la pression finale ne peut plus avoir pour valeur

$$P_1 = \frac{P_0 V_0}{V_1}.$$

Occupons-nous de la correction que j'ai annoncée plus haut pour la loi

$$PW = P_0 V_0.$$

Nous verrons que dans l'état actuel de la Science nous devons nécessairement considérer un corps quelconque comme formé par une partie *immuable* en volume et par une autre à laquelle seule se rapportent les changements qu'affecte pour nous le volume apparent. Il s'ensuit que la loi ci-dessus ne peut être absolument rigoureuse pour aucune vapeur ou pour aucun gaz; mais nous verrons aussi que, pour les pressions et les volumes spécifiques des vapeurs les plus denses sur lesquelles nous opérons, la constante Ψ (ou *volume atomique*) est toujours très-petite par rapport au volume apparent. Dans ce cas donc notre loi garde tout au moins un caractère d'ap-

proximation très-grande, et si, au lieu de prendre le volume apparent total, nous nous servons de la différence $V - \Psi$, nous pourrons la considérer comme *suffisamment* juste relativement à nos moyens d'observation. Elle devient ainsi

$$P(W - \Psi) = P_0(V_0 - \Psi).$$

Comme nous verrons qu'à notre zéro le volume apparent des solides et des liquides les plus dilatables ne diffère que peu de Ψ, nous pouvons, à ce volume inconnu Ψ, substituer le volume connu w du corps pris à zéro; il vient ainsi

$$P(W - w) = P_0(V_0 - w) \quad \text{ou} \quad Pu = P_0 u_0.$$

Notre théorème cesse complétement d'être correct si au corps solide ou liquide, invariable en volume, que nous avons mêlé à la vapeur, nous substituons un liquide volatil, celui même, par exemple, qui produit notre vapeur. Dans ce cas, les deux termes $\alpha dw'_a$ et $\alpha dw'_b$, que nous avons égalés à zéro, reprennent une valeur toujours sensible par rapport à dV_a et dV_b, et l'équation différentielle (B) elle-même se trouve modifiée profondément. Les équations de la théorie thermodynamique nous permettent aujourd'hui de trouver facilement ce qui se passe pour un mélange de cette nature. Il est ici à la fois utile et intéressant de spécifier par un exemple bien clair et de montrer quelle différence radicale il existe entre les résultats donnés par une vapeur pure et par un mélange d'un liquide et de sa vapeur, et aussi quelle différence radicale existe entre les résultats donnés par un semblable mélange, selon qu'il peut ou non se produire un travail externe.

L'énergie virtuelle, dans une vapeur saturée, n'est pas autre chose que la quantité totale de chaleur qu'il a fallu pour éva-

porer l'unité de poids d'un liquide pris à zéro, sous une pression constante P_0, diminuée de la chaleur qu'a coûté le travail externe rendu pendant cette évaporation. Désignant par Q_0 la chaleur totale d'évaporation, par V_0 le volume de la vapeur à t_0 et à P_0, par w le volume du liquide à zéro, on a, en un mot,

$$U_0 = Q_0 - AP_0(V_0 - w).$$

L'énergie d'un liquide n'est pas autre chose aussi que la quantité de chaleur qu'il faut pour porter, sous la pression P, l'unité de poids de liquide de zéro à t_0, moins la chaleur qu'a coûté le travail externe produit par la dilatation du liquide. Comme ce dernier est toujours très-petit, nous pouvons négliger $AP_0(w_1 - w)$, et il vient, en désignant par c, ce qu'on a jusqu'ici faussement appelé la *capacité calorifique* d'un liquide,

$$U'_b = \int_0^{t_0} c\,dt.$$

L'énergie de l'unité de poids d'un mélange de vapeur à P_0 et de son liquide est donc

$$m_0[Q_0 - AP_0(V_0 - w)] + (1 - m_0)\int_0^{t_0} c\,dt = U_0,$$

m_0 étant le poids de la vapeur dans le mélange.

En partant de là, voyons ce que nous donne ce mélange, s'il passe du cylindre A dans le cylindre B, c'est-à-dire du volume $V_0 = [m_0 u_0 + (1 - m_0)w]$ au volume

$$V_1 = [m_1 u_1 + (1 - m_1)w],$$

lorsque (*fig.* 9 *ter*) les pistons sont rendus solidaires l'un de l'autre par la roue intermédiaire, et qu'il ne peut se produire de travail externe.

Notre équation de condition devient ainsi

$$m_0[Q_0 - AP_0(V_0 - w)] + (1 - m_0)\int_0^{t_0} c\,dt$$
$$= m_1[Q_1 - AP_1(V_1 - w) + (1 - m_1)]\int_{t_1}^{t_0} c\,dt,$$

ce qui nous apprend que la quantité de liquide en vapeur sera toujours autre en B à la fin de l'équation qu'en A au commencement. Posons-nous donc pour nouvelles conditions que *tout* le liquide passe *à l'état de vapeur*, et de plus donnons-nous P_1 à l'avance. Il vient ainsi

$$m_1 = 1, \quad (1 - m_1) = 0$$

et, par conséquent,

$$m_0[Q_0 - AP_0(V_0 - w) + (1 - m_0)]\int_0^{t^0} c\,dt = Q_1 - AP_1(V_1 - w).$$

Faisons une application numérique sur la vapeur d'eau. Supposons qu'en A nous ayons d'abord un mélange de m_0 kilogrammes de vapeur saturée à 200 degrés, soit à $P_0 = 158923^{kg}$ (par mètre carré). Nous voulons que le volume de B (ou V_1) soit tel, qu'à la fin de l'opération tout le liquide y soit réduit en vapeur à 100 degrés, soit à $p_1 = 10333^{kg}$. L'équation bien connue de M. Clausius, ou

$$AP(W - w) = \frac{rP}{T\frac{dP}{dt}},$$

nous donne

$$AP_0(V_0 - w) = 47^{cal},133,$$
$$AP_1(V_1 - w) = 40,205.$$

De plus on a, d'après M. Regnault,

$$Q_0 = \overset{\text{cal}}{667,5}, \qquad \int_0^{200} c\,dt = \overset{\text{cal}}{203,2},$$

$$Q_1 = 637, \qquad \int_0^{100} c\,dt = 100,5.$$

Il vient donc

$$m_0(667,5 - 47,133) + (1 - m_0)203,2 = (637 - 40,205).$$

On trouve ainsi

$$m_0 = 0,9435,$$

c'est-à-dire qu'il faudra que notre kilogramme de mélange à 200 degrés renferme $0^{kg},9435$ de vapeur et $0^{kg},0565$ d'eau. Le volume spécifique de la vapeur d'eau à 200 degrés est $0^{mc},1267$; celui de la vapeur à 100 degrés est $1^{mc},6506$. Il vient donc

$$V_0 = 0,9435(0,1267 - 0,001) + 0,0565 . 0,001 = 0,11954,$$
$$V_1 = (1,6506 - 0,001) = 1,6495.$$

Notre théorème nous donnerait

$$V = 0,11954 \,\frac{158923}{10334} = 1,8385,$$

c'est-à-dire une valeur notablement plus élevée que ne l'est celle du volume que prend réellement la vapeur dans notre appareil.

Rendons maintenant libres les pistons de notre appareil (*fig.* 8 *ter*).

Mettons en A notre mélange de $0^{kg},9435$ de vapeur et de

$0^{kg},0565$ d'eau à 200 degrés, et donnons-nous

$$\frac{S}{s} = \frac{158925}{10334} = 15,38.$$

Dans ces conditions, la vapeur passera de A en B sous la pression constante 158923 kilogrammes pour tomber à la pression, constante aussi, 10334 kilogrammes, soit de $15^{atm},38$ à 1 atmosphère. Ici nous ne savons nullement quel sera le volume final en B ni, par conséquent, quel sera le travail exécuté par le piston de ce cylindre; mais nous savons qu'en faisant passer la vapeur dans un condenseur vide de $0^{mc},001$ de capacité sous la pression constante $15^{atm},38$ ou sous la pression constante 1 atmosphère, nous aurons à soustraire la même quantité de chaleur Q_0 pour tout condenser à zéro.

La chaleur que nous rendrait ainsi la vapeur de A est

$$U_0 + AP_0V_0 = m_0[Q_0 - AP_0(V_0 - w) + AP_0V_0] + (1-m)\left(\int_0^{200} c\,dt + AP_0 w\right),$$

soit

$$m_0 Q_0 + (1 - m_0)\int_0^{200} c\,dt + AP_0 w,$$

ce qui nous donne en nombres

$$0,9435.667,5 + 0,0565.203^{o},2 + \frac{158923.0,001}{425} = 641^{cal},64.$$

Nous disons que la vapeur, en passant en B, est tombée à 1 atmosphère. La vapeur saturée à cette température nous rendrait, par la condensation à pression constante,

$$637 + \frac{10333.0,001}{425} = 637^{cal},24.$$

Pour que la vapeur de B puisse nous donner $641^{cal},64$ en la faisant passer en R′ sous la pression 1 atmosphère, il faut donc qu'elle représente

$$641,64 - 637,24 = 4^{cal},4$$

de plus que le même poids de vapeur saturée à 1 atmosphère. Nous voyons donc que, malgré les $0^{kg},0565$ d'eau que renferme le kilogramme de mélange en A, la vapeur se *surchauffe* par son passage en B, au lieu de rester saturée, comme dans l'expérience sur les pistons rendus solidaires.

L'ensemble de cette analyse nous apprend :

1° Que la loi

$$PW = P_0 V_0$$

serait rigoureuse pour une vapeur dont toutes les subdivisions infinitésimales suivraient une même loi d'expansion, quelconque d'ailleurs;

2° Que la loi ne peut plus, en thèse générale, être que très-approximative dans la réalité des choses, puisque tout corps gazeux est formé d'un volume Ψ invariable et d'un volume $(V - \Psi)$, qui seul peut varier suivant une même loi d'expansion;

3° Que la loi cesse complétement d'être correcte si la vapeur est mêlée avec un autre corps (avec son propre liquide, par exemple) qui suit une loi d'expansion différente (1).

De ces trois faits découle cette conséquence des plus importantes : si, dans l'examen d'une vapeur pure, nous trouvons

(1) Bien que, dans l'exemple que j'ai choisi, le liquide ne soit pas par lui-même expansible, il n'en constitue pas moins dans notre expérience un *corps très-dilatable*, parce qu'en passant de P_0 à P_1 il *s'évapore* partiellement ou totalement.

notre théorème

$$PW = P_0 V_0$$

en défaut, malgré la correction nécessaire et générale

$$P(W - \Psi) = P_0 (V_0 - \Psi),$$

nous en concluons forcément :

Que cette vapeur n'obéit pas dans toutes ses subdivisions à une même loi d'expansion.

L'importance de cette loi, en apparence des plus bizarres, ne peut échapper à personne. Elle nous apprend que non-seulement, selon l'un des principes fondamentaux de la Thermodynamique, la somme des chaleurs réelle et potentielle d'un corps reste inaltérée tant que ce corps ne donne lieu à aucun travail externe, mais que la chaleur potentielle représentée par le travail externe reste elle-même inaltérée dans ces conditions, quelles que soient les modifications qu'éprouve le volume du corps. Cette loi, combinée avec une autre très-simple aussi, nous conduira, dans la seconde branche de la Thermodynamique, à une expression universelle se rapportant à tous les corps, solides, liquides ou gazeux. Les restrictions qui, en dernier lieu, se sont imposées d'avance à l'exactitude générale et absolue de cette loi sont elles-mêmes de la plus haute importance, puisqu'elles nous donnent un moyen direct de constater l'existence de l'*atome invariable en volume* et de constater si les parties constituantes d'un corps sont soumises ou non à des forces partout identiques à elles-mêmes.

Je vais procéder à l'égard de notre théorème comme je l'ai fait à l'égard de toutes les autres propositions de la Thermodynamique ; je vais le soumettre au contrôle de l'expérience dans toute l'étendue du possible. Je suivrai dans cette confrontation une marche précisément opposée à celle qu'on

attendrait peut-être. Au lieu de faire d'abord ressortir les cas où le théorème se vérifie plus ou moins approximativement, je vais, au contraire, signaler ceux où il paraît soit complétement en défaut, soit en opposition avec certaines données expérimentales admises jusqu'ici comme incontestables. Ce n'est qu'ensuite que je montrerai jusqu'où va l'accord entre les résultats de l'analyse et ceux de l'expérience directe. Dans son bel Ouvrage ([1]), mon ami M. Zeuner a déjà soumis ce théorème à un examen remarquable sous tous les rapports, et aussi complet qu'il était possible alors; je me permets de lui en témoigner ma reconnaissance, en ajoutant qu'il l'a fait sous la forme la plus bienveillante et la plus flatteuse pour moi. Je vais mettre plus que lui encore en relief le côté en apparence attaquable du théorème, sauf à montrer ensuite qu'il ne s'agit, en effet, que d'une apparence. Je dois seulement faire remarquer que la relation

$$(\omega) \qquad P(W - \Psi) = P_0(V_0 - \Psi)$$

n'est en aucune façon une hypothèse ni ne repose sur des hypothèses, mais qu'elle constitue bien, au contraire, une proposition démontrée comme n'importe laquelle de la Théorie mécanique de la chaleur. A ce titre, nous ne serions plus tenus de la rejeter, par cette seule raison qu'elle semblerait en contradiction avec tel ou tel fait donné, et nous pourrions, au contraire, nous borner à chercher d'où dérive la contradiction. La démonstration que j'ai donnée peut être plus ou moins claire, plus ou moins correcte même, cela va sans dire : c'est elle seule qui peut être l'objet d'une critique attentive.

([1]) *Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie*, page 435. Traduction française de MM. Cazin et Arnthal, page 429.

J'aurai soin d'y revenir toutes les fois que les contradictions dont je parle prendront un caractère trop frappant. Ce sera le cas dès le paragraphe suivant.

§ V.

Premier examen critique de la loi $P(V - \Psi) = \text{const.}$

Lorsque, à l'aide de l'équation fondamentale

$$APu = \frac{rP}{T\frac{dP}{dT}}$$

et en écrivant à la place de r les valeurs numériques tirées des formules généralement admises, on calcule, pour diverses espèces de vapeur, la valeur de APu, en procédant selon une échelle de température ascendante, un fait singulier saute aux yeux. Pour la vapeur de l'eau et de l'alcool, APu suit une marche très-décidément ascendante dans toute l'étendue de l'échelle thermométrique où les valeurs de r, P, $\frac{dP}{dT}$ dérivées de l'expérience directe méritent confiance. En ce qui concerne la vapeur d'eau entre autres, M. Zeuner avait, dans la première édition de son Ouvrage, montré que l'expression

$$APu = B \log\left(\frac{T}{100}\right)$$

donne pour APu des valeurs tellement approchées de celle qu'on tire de $\frac{rP}{T\frac{dP}{dT}}$, qu'on serait presque tenté de prendre cette expression pour une loi naturelle : selon cette loi, APu croît indéfiniment avec T.

Il n'en est plus ainsi pour d'autres vapeurs : sulfure et chlorure de carbone, éther, acétone, etc. Ici APu commence à croître jusqu'à une certaine limite, variable d'une vapeur à une autre, puis se met à décroître à mesure que la température continue à s'élever.

Dans une autre partie de cet Ouvrage, nous aurons à revenir au long sur l'examen du produit Pu ou du travail externe que produit l'unité de poids d'un liquide qui s'évapore à partir du point de saturation sous la pression constante P. Nous verrons qu'il est impossible que ce produit croisse indéfiniment avec la température; nous verrons que, pour n'importe quel corps, APu commence par grandir avec la température; mais de plus en plus lentement, jusqu'à une valeur maxima, à partir de laquelle il diminue graduellement jusqu'à devenir nul, par suite d'une élévation suffisante de température. Ici toutefois, au contraire, nous allons reconnaître que cette marche, d'abord ascendante et puis descendante, de APu ne peut pas encore se manifester dans les limites de température où ont été faites les expériences de M. Regnault sur les divers liquides et leurs vapeurs, et que les valeurs des Tables des divers Ouvrages de Thermodynamique sont en contradiction avec le théorème

$$(\omega) \qquad P(W - \Psi) = P_0(V_0 - \Psi).$$

Supposons, en effet, qu'on ait

$$AP_0 u_0 < AP_1 u_1 \quad \text{pour} \quad t_0 > t_1.$$

Nous verrons que, pour la plupart des vapeurs et dans les températures de zéro à 160 degrés, u, tout comme $V = u + w$, tout comme $V - \Psi$, est toujours très-grand par rapport à w et surtout par rapport à $w - \Psi$. En d'autres termes, dans

ces températures, u diffère très-peu de $(V - \Psi)$, et nous pouvons, par suite, prendre Pu pour $P(V - \Psi)$. Il vient alors nécessairement, dans la supposition ci-dessus,

$$\frac{E(AP_0u_0)}{P_1} = \frac{P_0u_0}{P_1} = W < u_1,$$

c'est-à-dire que le volume d'une vapeur surchauffée et à la pression P_1 serait plus petit que celui de cette même vapeur saturée à P_1, ce qui est absurde.

Prenons un exemple pour spécifier. L'équation

$$APu = \frac{rP}{T\frac{dP}{dt}}$$

donne, pour la vapeur de sulfure de carbone,

A 60 degrés.... $APu = 8{,}26651$,
A 120 degrés.... $APu = 8{,}81246$,
A 160 degrés.... $APu = 8{,}66867$.

En multipliant ces valeurs par $E = 425^{kgm}$, on a celles de Pu ou du travail externe exécuté pendant l'évaporation de 1 kilogramme du liquide. En divisant par les pressions correspondantes, on a les valeurs de u ou $V_0 - w$. On trouve ainsi

A 60 degrés.... $u = 0{,}2249663$, $P = 15832^{kg}{,}7$,
A 120 degrés.... $u = 0{,}0534951\,1$, $P = 70002{,}95$,
A 160 degrés.... $u = 0{,}0248803$; $P = 146719{,}7$.

Supposons que de la vapeur saturée de sulfure de carbone tombe de

$$P_a = 146719^{kg}{,}7 \quad \text{à} \quad P_s = 70002^{kg}{,}95,$$

sans donner de travail externe. Le volume W que prend la

vapeur *désormais surchauffée* sera, d'après notre théorème,

$$W = \frac{P_a(V_a - \Psi)}{P_s}$$

ou approximativement

$$W = \frac{P_a u_a}{P_s}.$$

Le rapport de $146719^{kg},7$ à $70002^{kg},95$ est 2,0959; en le multipliant par le volume $0^{mc},0248803$, on a

$$W = 0^{mc},0521465,$$

volume inférieur à $0^{mc},0534951$, qui est celui de la vapeur saturée à 70002,95 et 120 degrés. Notre théorème semble donc échouer complétement quant à la vapeur du sulfure de carbone.

Mais voyons s'il est réellement possible qu'on ait

A 120 degrés.... $APu = 8,8124618$,
A 160 degrés.... $APu = 8,6686645$.

Reprenons (*fig.* 9 *ter*) notre appareil à pistons dépendants, sans frottements et à parois imperméables au calorique. Supposons qu'en A il se trouve 1 kilogramme de vapeur de sulfure saturée à 160 degrés et à $146719^{kg},7$, et que la section de A soit à celle de B dans le rapport 2,0959 de nos pressions $146719^{kg},7$ et $70002^{kg},95$. Supposons que le volume de la vapeur saturée à 120 degrés soit effectivement $0^{mc},0534951$, comme l'indiquerait la valeur

$$APu = 8,8124618.$$

Entr'ouvrons un tant soit peu le robinet r' du tube de jonction entre A et B. Que va-t-il se passer?

Le piston de B est poussé de haut en bas par suite de la pression que la vapeur exercera de bas en haut sur celui de A. Cette pression en A est au début P_a par unité de surface : la poussée de haut en bas du piston de B sera donc, par unité de surface,

$$P_s = \frac{P_a}{2,0959}.$$

Il suit de là que la vapeur de A se précipitera en B, en prenant, *au premier moment* de l'ouverture de r', la pression $70002^{kg},95$. Je dis *au premier moment*. Notre vapeur se surchauffe par suite de sa détente brusque de P_a à P_s; son volume à 120 et à $P_s = 70002,95$ est 0,04349511 par hypothèse; par suite de la surchauffe, il sera donc nécessairement plus grand encore, et l'on aura, en le désignant par W',

$$W' > 0,05349511.$$

Mais le volume engendré par la marche de B et offert à la vapeur n'est que 2,0959 fois celui qui à chaque instant est chassé de A par la marche du piston; ce volume est donc *trop petit*. Il suit de là que la pression de la vapeur qui afflue en B ira continuellement en croissant à partir de $70002^{kg},95$; mais, par la construction de l'appareil, cette pression se transmet sans cesse intégralement en A. Il suit de là que, dans le cylindre A, le piston refoulera la vapeur avec un effort croissant, et la pression de cette vapeur s'élèvera continuellement à partir de $146719^{kg},7$.

Quelles seront, au point de vue thermique, les conséquences de ces accroissements de pression en A et en B?

De la construction même de notre appareil il résulte aussi que non-seulement la somme finale de chaleur réelle et potentielle en B sera la même que la somme initiale en A, mais

que pendant tout le cours de l'opération la somme totale de ces chaleurs en A et en B restera invariable.

Désignons par U_a cette somme rapportée à l'unité de masse en A, et par U_b cette même somme pour la vapeur en B. Désignons de plus par m le poids de vapeur qui, à un moment quelconque, a afflué en B; la masse qui reste en A sera $(1^{kg} - m)$. On aura donc

$$(1 - m)U_a + mU_b = U_i,$$

U_i étant la somme initiale en A.

D'après une équation tout à fait élémentaire, il est évident que, si U_a et U_b varient pendant la marche des pistons, il faudra nécessairement que l'une de ces sommes aille en diminuant si l'autre va en augmentant. Supposons, par exemple, qu'il ait passé en B le quart de la vapeur totale; soit $m = 0^{kg},25$. On aura en ce moment

$$0,75\,U_a + 0,25\,U_b = U_i,$$

et, si U_a est assujetti à grandir, il faudra nécessairement qu'on ait $U_b < U_a$. Nous venons de dire que, dans l'hypothèse $AP_a u_a < AP_t u_t$, ou en supposant justes les valeurs de u_a et u_t tirées de 8,668664 et 8,81246, la pression de la vapeur s'élève continuellement. Il s'ensuit directement que cette vapeur, d'abord saturée, croît continuellement aussi en température et que la valeur de U_a rapportée à l'unité de masse va elle-même en croissant. Voyons si la valeur de U_b peut aller en diminuant en B.

Nous disons que les premières parties de vapeur qui passent de A en B tombent réellement de 146719 à 70002 kilogrammes de pression, mais que l'espace sans cesse offert est trop petit et que par suite la pression va en augmentant.

Les premières parties de vapeur entrant en B se trouvent donc de plus en plus *comprimées* d'un bout à l'autre de l'expérience, et il en est absolument de même, à un degré autre il est vrai, de toutes les parties de vapeur qui pénètrent en B; elles passent toutes en B, même à une pression de plus en plus élevée. Il est donc évident que U_b, bien loin de diminuer en B, comme le veut notre équation

$$(1 - m)U_a + mU_b = U_i,$$

ira, au contraire, aussi en croissant.

Il est facile de reconnaître d'après cela qu'il n'y a qu'une seule condition physique qui satisfasse à notre équation : c'est $U_a = U_i = \text{const.}$; mais U ne peut rester invariable en A qu'à la condition que P_a y reste constant, et, si P_a est constant en A, P_b l'est aussi en B; dès lors on a

$$P_a u_a = P_s W.$$

Je viens de répéter par une moitié et sous une forme beaucoup plus simple, plus accessible à chacun, la démonstration de notre théorème

$$P_0(V_0 - \Psi) = P_1(W - \Psi).$$

Il découle directement de cette nouvelle démonstration un fait de Physique mathématique de la plus haute importance, à savoir :

Que dans les limites de température ordinaires, où V (*volume spécifique de la vapeur*) *est assez grand par rapport à* w (*volume spécifique du liquide*) *pour qu'on puisse prendre* $(V - w) = u$ *pour* $(V - \Psi)$, *il est impossible que le produit* Pu *ou* APu *décroisse avec la température.*

Cet énoncé, je ne saurais trop le faire remarquer, n'est

juste que dans les conditions restrictives indiquées. Comme w augmente, quoique très-lentement, à mesure que u diminue, il arrive nécessairement un point où il n'est plus possible de confondre $(V - \Psi)$ avec $(V - w') = u$, et notre théorème, correct sous la forme

$$(\omega) \qquad P(V - \Psi) = P_0(V_0 - \Psi),$$

n'est plus même alors approximatif sous la forme

$$Pu = P_0 u_0.$$

J'aurai à faire ressortir sous la forme la plus précise la différence fondamentale qui existe, non-seulement comme valeur numérique, mais au point de vue de la nature des choses, entre les deux produits $P(V - \Psi)$ et Pu. Mais restons ici dans le sujet spécial de ce paragraphe.

Si l'on tient compte, comme il convient, de la restriction précédente, la contradiction qui existe entre notre théorème et les valeurs données dans les Tables pour APu perd déjà beaucoup de sa valeur apparente. Pour l'éther, par exemple, on a, d'après les Tables de M. Zeuner,

A 90 degrés .. $APu = 8{,}937$ (cal); $u = 0{,}0715$; $P = 53001$ (kg);
A 120 degrés.. $APu = 8{,}655$; $u = 0{,}035$; $P = 104950$;

mais, d'après mes expériences, on a

A 90 degrés...... $w = 0{,}0016$.
A 120 degrés..... $w = 0{,}00172$.

Il résulte de là :

A 90 degrés........ $V = 0{,}0731$, d'où $APV = 9{,}116$.
A 120 degrés....... $V = 0{,}03672$, d'où $APV = 9{,}068$.

On voit que, comme de raison, les valeurs de APV diffèrent bien moins entre elles que celles de APu.

Lorsqu'on y regarde de près, on reconnaît d'ailleurs de plus que les valeurs qu'il faut donner au produit APu pour réaliser le théorème (ω), dans les limites des températures des Tables, diffèrent, en résumé, peu de celles des valeurs fautives admises. L'origine des fautes s'aperçoit aisément aussi : elle dérive d'une part de ce que les lois qu'on a admises pour exprimer P en fonction de t ne sont que des approximations, et que, par suite, les valeurs du facteur $\frac{dP}{Pdt}$, qui entre dans l'équation

$$APu = \frac{r}{T\frac{dP}{Pdt}},$$

ne sont elles-mêmes qu'approximatives; elle dérive, d'autre part, surtout de l'immense et double difficulté qu'il y a de fixer expérimentalement les vraies valeurs de r. Je dis double difficulté : les valeurs de r, en effet, n'ont pas été jusqu'ici établies directement. On les obtient à l'aide de l'équation

$$r = \lambda - q,$$

c'est-à-dire en retranchant de la quantité de chaleur λ qu'il faut pour évaporer 1 kilogramme de liquide à partir de zéro, sous P = const., celle qu'il faut pour porter ce même liquide de zéro à la température d'ébullition t.

Ainsi que je l'ai déjà dit ailleurs, les valeurs de λ et de q ont été déterminées par M. Regnault avec un soin sans égal, en ce qui concerne la vapeur d'eau. Par une circonstance heureuse pour la Physique expérimentale et analytique, les valeurs de $dq : dt$ ne croissent pour ce liquide que très-lentement avec la température et celles de q sont, par suite, *presque*

proportionnelles à t. Il résulte de là que les lois théoriques qu'on établit quant à l'eau et sa vapeur trouvent dans l'expérience un contrôle immédiat dont l'exactitude ne peut être mise en doute.

Pour un grand nombre de liquides et sur une grande étendue de l'échelle thermométrique, les valeurs de λ ont été déterminées aussi par M. Regnault avec une approximation suffisante. Ici toutefois, déjà, on ne saurait prétendre à une exactitude absolue. Un grand nombre de raisons, signalées en partie par M. Regnault lui-même, s'y opposent. Il se peut fort bien d'ailleurs que les lois empiriques de la forme

$$\lambda = a + bt + ct^2,$$

employées pour exprimer les résultats expérimentaux, ne répondent pas suffisamment à la réalité.

Mais ce que je dis de l'approximation généralement suffisante de la somme si complexe λ ne peut plus se dire de la détermination des valeurs de q ou de celles des quantités de chaleur qu'il faut pour porter 1 kilogramme de tel ou tel liquide de zéro à t. Pour la plupart des corps essayés, M. Regnault n'a pu établir ces valeurs qu'à de basses températures, et entre des limites peu écartées. Ses expériences ont montré que, contrairement à ce qui a lieu pour l'eau, les valeurs de $dq : dt$ varient rapidement avec les températures, même dans les limites rapprochées où se sont faites les expériences.

Lors donc qu'en ce qui concerne la plupart de ces liquides on se sert des équations de la forme

$$q = at + bt^2 + ct^3,$$

établies par M. Regnault à de basses températures, pour déterminer q à des températures très-élevées, on est certain de

commettre des erreurs notables sur q et, par contre-coup, sur $r = \lambda - q$. Ces erreurs, je le montrerai bientôt, sont plus que suffisantes pour expliquer la marche fautive du produit APu, obtenu ensuite à l'aide de l'équation fondamentale

$$APu = \frac{(\lambda - q)P}{T\frac{dP}{dt}} = \frac{rP}{T\frac{dP}{dt}}.$$

J'ai cherché, du mieux qu'il m'a été possible, à combler la lacune dont je parle, en ce qui concerne l'éther, l'alcool, l'essence de térébenthine, le sulfure et le bichlorure de carbone. Sur ces cinq liquides, il n'y a toutefois que les deux derniers qui, en raison de leur stabilité chimique et de la facilité qu'offre leur préparation à l'état de pureté, puissent donner des résultats toujours identiques. Je pense que, quant à ces deux liquides et dans des limites de température qui ne dépassent pas beaucoup 100 degrés, les résultats de mes expériences méritent confiance. Je n'en dirai pas autant en ce qui concerne la détermination des valeurs de q à des températures notablement plus élevées. Vers 140 degrés, le chlorure et le sulfure de carbone commencent à attaquer le cuivre et le bronze et, par conséquent, subissent alors une décomposition. Le fait a été remarqué et signalé par M. Regnault, quant au chlorure. Je m'en suis aperçu trop tard, et j'ai failli l'apprendre à mes dépens, quant au sulfure de carbone. Comme le réservoir dont je me suis servi pour étudier les divers liquides était en cuivre, il s'est trouvé corrodé fortement par le chlorure et le sulfure, dans les températures élevées; il se peut donc bien que les résultats que j'ai obtenus dans ces températures soient, par cette raison, frappés d'erreurs d'une certaine importance.

Pour terminer cette discussion critique, dont chacun re-

connaîtra la justesse, il n'est pas inutile de montrer que les corrections à faire subir à r, pour faire accorder les valeurs de APu avec le théorème démontré

$$W = \frac{P_n u_a}{P_s},$$

sont, en somme, fort peu importantes et ne dépassent nullement les limites qu'on est en droit d'attribuer aux erreurs expérimentales.

Restons-en toujours à l'exemple du sulfure de carbone.

M. Zeuner a montré (page 286, traduction française) que la relation qui existe entre les pressions et les volumes de la vapeur d'eau saturée peut être rendue par une équation de la forme

$$P = P_0 \left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma,$$

dans laquelle on pose $\gamma = 1{,}0646$, $V_0 = 1^{mc}{,}65$, $P_0 = 1$, si l'on exprime P en atmosphères ($0^m{,}76$ de mercure ou 10333 kilogrammes). Les nombres donnés pour P ou pour V par cette formule empirique s'approchent tellement de ceux qu'on tire de

$$u + w = \frac{Er}{T\frac{dP}{dt}} + w,$$

qu'on est presque tenté de croire que cette formule répond à une loi naturelle. Si nous approprions cette équation à la vapeur du sulfure de carbone, en prenant pour déterminer γ les deux paires des valeurs

$$V_0 = 1{,}7585, \quad P = 0^m{,}12791,$$
$$V_1 = 0{,}0826, \quad P = 1{,}164,$$

que donnent les Tables de M. Zeuner pour la vapeur à zéro

et à 60 degrés, nous trouvons

$$\gamma = 1{,}073,$$

d'où il résulte

$$V = 1{,}7585 \left(\frac{0{,}12791}{P}\right)^{\frac{1}{1{,}073}},$$

la pression étant ici exprimée en colonne de mercure.

Dans les limites de température entre lesquelles M. Regnault a établi les valeurs de q et dans lesquelles r, par suite, peut être considéré comme correct, cette formule s'accorde aussi bien qu'il est possible de le désirer avec les valeurs de V ou de u portées par la Table de M. Zeuner; à 100 degrés même, l'accord est encore remarquable. On trouve, en effet,

$$V = 1{,}7585 \left(\frac{0{,}12791}{3{,}32515}\right)^{\frac{1}{1{,}073}} = 0{,}0844,$$

au lieu de 0,0826 que donnent les Tables. Nous pouvons donc considérer, pour les températures supérieures à 100 degrés, les résultats de cette équation comme plus dignes de confiance que ceux qu'on tire de

$$u = \frac{425(\lambda - q)}{T\frac{dP}{dt}},$$

en posant pour q les valeurs douteuses (vers 140 degrés) qu'ont données mes expériences.

A 140 degrés, nous avons

$$P = 7^{m},60396.$$

Il en résulte

$$u = 1{,}7585 \left(\frac{0{,}12791}{7{,}60396}\right)^{\frac{1}{1{,}073}} = 0^{mc},03906.$$

La Table de M. Zeuner donne $u = 0{,}0366$. Celle qu'avec mes nombres expérimentaux j'ai calculée dans le temps et donnée aux *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XI, porte $u = 0{,}0379$, valeur encore très-rapprochée de 0,03906.

En partant de ce dernier nombre pour déterminer APu, on a

$$APu = \frac{0{,}03906 \,.\, 13596^{kg} \,.\, 7{,}60396}{425} = 9{,}5015.$$

La valeur qu'indiquent mes Tables des *Annales de Chimie et de Physique* est 9,18365. A 140 degrés, on a très-sensiblement

$$\frac{dP}{P\,dt} = 0{,}018419.$$

La valeur de T est $(272{,}85 + 140) = 412^{\circ}{,}85$. Il résulte de là

$$9{,}5015 = r : 412{,}85 \,.\, 0{,}018419,$$

d'où

$$r = 72^{cal}{,}27211.$$

Ma Table des *Annales* porte $69^{cal}{,}861$. A 140 degrés, la formule de M. Regnault, supposée tout à fait juste, donne

$$\lambda = 102^{cal}{,}36.$$

Il résulterait de là

$$q = 102{,}36 - 72{,}27211 = 30^{cal}{,}09,$$

au lieu de $32^{cal}{,}5$ que donnent mes équations à quatre termes

$$q = at + bt^2 + ct^3 + dt^4.$$

Une différence aussi petite, *relativement aux difficultés* sans nombre que présente la détermination de q et aux erreurs qui peuvent résulter de la décomposition du liquide, une telle erreur, dis-je, est fort admissible.

Nous arrivons à plus forte raison aux mêmes conclusions, si nous passons aux liquides de composition complexe et altérable, tels que l'éther, le chloroforme, l'acétone, etc. Pour ce dernier corps, par exemple, M. Regnault n'a déterminé la valeur de q qu'entre $-21°,71$ et $+53°,81$. On peut donc être assuré d'arriver à des fautes très-graves, pour les valeurs de $r = \lambda - q$, en se servant de l'équation

$$q = at + bt^2$$

pour calculer la valeur de q à des températures de 140 degrés ou plus.

Pour tous ces liquides, la marche rétrograde de APu *ne peut être que fautive*, et ne saurait à aucun titre être opposée à l'exactitude du théorème

$$\frac{P_a u_a}{P_t} = W.$$

Fort loin de là, nous serons désormais pleinement en droit de recourir à ce théorème pour déterminer la vraie loi qui, pour les vapeurs surchauffées comme pour les vapeurs saturées, relie entre elles les trois variables t, P et V ou u [1].

---

[1] Pendant le cours de l'impression de ce volume, j'ai exécuté avec tous les soins possibles une série d'expériences sur les densités des vapeurs saturées du sulfure et du bichlorure de carbone, afin de reconnaître si APu peut déjà affecter une marche rétrograde dans les limites de température où ont été calculées nos Tables. J'ai eu la satisfaction de voir mes prévisions complétement réalisées et de constater que, quant aux deux vapeurs indiquées, APu marche en croissant de zéro jusqu'à 160 degrés, température à laquelle j'ai dû m'arrêter.

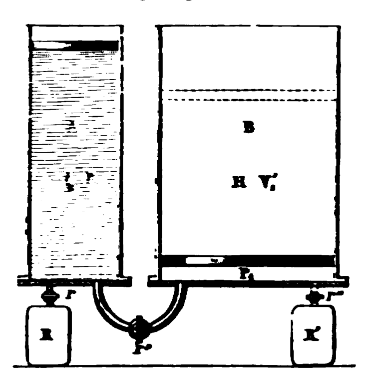
Je discuterai cette belle question en temps et lieu, dans la seconde Branche de la Thermodynamique.

§ VI.

Discussion des divergences qui existent entre certaines données expérimentales dont la concordance théorique est indépendante de toute hypothèse.

Plaçons-nous tout à fait en dehors de notre théorème pour comparer deux genres de données expérimentales qui doivent, ou du moins qui devraient concorder en toute hypothèse.

Fig. 8 *quater.*



Supposons (*fig.* 8 *quater*) que notre cylindre A, *imperméable au calorique*, soit rempli d'un poids M d'une vapeur saturée, mais sèche, à une pression P_0 et à la température relative t_0 ; supposons de plus que le réservoir R, *à parois perméables* à la chaleur et tenues à zéro, ait juste le volume de la masse M de vapeur *liquéfiée* et à zéro. Si nous ouvrons partiellement le robinet *r*, la vapeur se précipitera en R et se condensera à zéro ; le piston descendra peu à peu jusqu'au bas de sa course. Pour condenser ainsi notre vapeur en liquide à zéro, il est visible qu'il aura fallu soustraire par les parois de R la quantité de chaleur Mλ, plus celle qui se serait développée si le liquide

à zéro avait été condensé déjà dans le cylindre même et avait été poussé dans le réservoir R sous la pression P_0 ; il faudra soustraire, en un mot, la quantité

$$Q_0 = M\lambda_0 + AM\omega P_0.$$

Nous n'avons point à nous occuper ici de la chaleur AP_0V_0 donnée par le travail P_0V_0 qu'exécute le piston en descendant. Par suite de la méthode suivie par M. Regnault pour la détermination de λ, cette chaleur est implicitement comprise dans cette somme λ.

Au lieu de condenser la vapeur en R, entr'ouvrons le robinet r' de manière à lui permettre de passer dans le cylindre B, dont le piston est tout au bas de sa course. Le poids des deux pistons étant le même et leurs surfaces étant dans le rapport $\frac{S}{s}$, la pression de la vapeur pénétrant en B tombera de P_0 à $P_s = P_0\left(\frac{s}{S}\right)$. Cette vapeur, comme nous savons, se surchauffera et prendra un volume que nous avons démontré être

$$W = \frac{P_0V_0}{P_s},$$

mais que, pour le moment, je supposerai tout à fait quelconque, quoique nécessairement plus grand que le volume V_1 qu'aurait notre vapeur détendue à P_1 si elle était saturée, au lieu d'être surchauffée.

Désignons par θ la température réelle de notre vapeur, par t_1 celle qui répond au point de saturation à P_1 et par c_p la capacité calorifique dite *à pression constante*, capacité que provisoirement je supposerai constante elle-même.

Pour ramener notre vapeur à l'état liquide et à zéro, il est clair qu'il faudra commencer par lui soustraire une quantité de chaleur qui, d'après nos conventions et nos définitions,

aura pour valeur

$$Mc_p(\vartheta - t_s).$$

Une fois ramenée au point de saturation, il faudra, pour la condenser dans le cylindre R, lui soustraire encore une somme $M\lambda_s$; puis enfin, pour la faire passer en R′ (supposé parfaitement vide et égal à R), il faudra soustraire la quantité $AM\omega P_s$. La somme totale à soustraire, pour que le piston de B revienne à sa position inférieure initiale, est donc

$$Q_1 = M\lambda_s + AP_s\omega M + c_p(\vartheta - t_s)M;$$

et, comme nous ne recueillons aucun travail externe, il faut que nous ayons

$$Q_1 = Q_0$$

ou

$$M\lambda_0 + AMP_0\omega = M\lambda_s + AP_sM\omega + c_p(\vartheta - t_s)M.$$

Nous n'avons pas plus ici à nous occuper du travail P_sV_s du piston que nous ne l'avons fait pour P_0V_0. Ce travail, d'après la manière d'opérer de M. Regnault, existe implicitement, sous forme de chaleur, dans la somme λ_1 et dans le produit $c_p(\vartheta - t_s)M$.

Il vient, en résolvant par rapport à ϑ ou à c_p,

$$c_p = \frac{\lambda_0 - \lambda_s + A\omega(P_0 - P_s)}{\vartheta - t_s},$$

$$\vartheta = \frac{\lambda_0 - \lambda_s + A\omega(P_0 - P_s)}{c_p} + t_s.$$

Connaissant expérimentalement c_p ou ϑ ou tous les deux, nous pouvons donc déterminer ϑ ou c_p, ou vérifier soit la constance et l'exactitude de la valeur de c_p, soit seulement l'exactitude des valeurs expérimentales de ϑ.

D'après mes expériences sur la vapeur d'eau, on a

$$\vartheta = 115^{\circ} \quad \text{pour} \quad P_s = 21068^{kg}.$$

et

$$P_s = 10333, \quad \text{d'où} \quad t_s = 100^\circ.$$

Posant $w = 0^m,001$, il vient

$$Aw(P_0 - P_s) = 0^{cal},0243.$$

On a aussi, d'après l'équation de M. Regnault,

$$\lambda_0 - \lambda_s = 0,305(120,6 - 100) \quad \text{ou} \quad 6^{cal},283$$

Il vient aussi

$$c_p = \frac{6,283 + 0,0243}{115 - 100} = 0,427.$$

Pour la vapeur à 200 degrés et, par suite, à 158924 kilogrammes de pression, qui se détend aussi brusquement à 10333 ou 1 atmosphère, j'ai eu très-sensiblement

$$\theta = 159^\circ.$$

Il vient ainsi

$$c_p = \frac{0,305(200 - 100) + \frac{0,001}{425}(158924 - 10333)}{159 - 100} = 0,523.$$

Si nous renversons la question et si nous supposons

$$c_p = \text{const.} = 0,4805,$$

nous trouvons, pour la vapeur qui tombe de 5 à 1 atmosphère,

$$\theta = 133^\circ,4$$

et, pour celle qui tombe de 158924 à 10333 kilogrammes,

$$\theta = 164^\circ,2;$$

c'est-à-dire, dans le premier cas, 4 degrés de moins et dans le second cas 5 degrés de plus que je n'ai trouvé directement.

Dans l'ordre de faits que nous examinons, notre théorème n'intervient en aucune façon. Il résulte donc directement de ces faits : ou que c_p n'est pas une constante, ou que les nombres que j'ai relevés pour θ sont notablement inexacts. J'admets très-volontiers cette dernière conséquence, mais dans une certaine mesure seulement. Il se peut que le thermomètre $t't'$ (*fig.* 10, p. 388) ait indiqué constamment un peu trop ou un peu trop peu ; mais il m'est impossible d'apercevoir pourquoi, dans des expériences qui duraient parfois deux, trois heures de suite, il aurait marqué beaucoup trop peu à une certaine chute de pression $P_0 \equiv P_1$, beaucoup trop à une autre chute $P'_0 \equiv P'_1$ et, par suite, parfaitement juste à une certaine chute intermédiaire $P''_0 \equiv P''_1$.

D'un autre côté, la première conclusion, la variabilité de c_p, paraît, du moins en ce qui concerne la vapeur d'eau, se trouver en contradiction avec les expériences de M. Regnault. D'après mon opinion, librement et sincèrement exprimée ici, comme observateur moi-même, les résultats numériques obtenus par M. Regnault représentent en général le plus haut degré d'approximation possible dans l'état actuel de la science expérimentale, et les erreurs ou les incertitudes qu'ils renferment peuvent à juste titre être considérés comme *inévitables*. Si la contradiction dont je parle était réelle, je n'hésiterais pas à condamner toutes les valeurs que j'ai relevées pour θ ; mais il va m'être facile de montrer qu'il ne s'agit que d'une apparence, et que la plupart des physiciens ou des analystes, qui, d'après les magnifiques travaux de M. Regnault, ont conclu à la constance de c_p (pour les vapeurs), ont été, en ce sens, beaucoup plus loin que ne pouvait aller et que n'a été, en effet, notre grand observateur, toujours si réservé et

si prudent quand il s'agit de généraliser les résultats de telle ou telle expérience particulière.

En tout premier lieu, à ma connaissance du moins, les expériences de M. Regnault, en ce qui concerne la capacité calorifique des vapeurs, n'ont été faites qu'à la pression de l'atmosphère. Il est donc impossible d'en conclure que c_p ne varie pas avec les pressions.

Voyons, en second lieu, ce qu'il est des relations de c_p et de θ à 1 atmosphère. M. Regnault a fait quatre séries d'expériences sur la vapeur d'eau. La température a été portée

1re série.....	de	127°,7	à	231°,11
2e série.....	de	137,73	à	225,86
3e série.....	de	124,31	à	210,44
4e série.....	de	122,75	à	216,03

La température la plus élevée a été, comme on voit, 231,11; la moins élevée, 210°,44. Ce n'est donc qu'entre ces deux limites 231,11 et 210,44, *fort peu écartées*, qu'on peut conclure à la constance de c_p. Les limites extrêmes inférieures 122°,75 et 137°,73, à partir desquelles on a compté la surchauffe, sont elles-mêmes peu écartées. Comme c'est sur la différence des deux quantités totales de chaleur

$$Q_0 = \lambda_0 + c_p(\vartheta_0 - t_0),$$
$$Q_1 = \lambda_1 + c_p(\vartheta_1 - t_0),$$

trouvées au calorimètre, qu'a été calculé c_p, en d'autres termes, comme on a posé

$$c_p = \frac{Q_1 - Q_0}{\theta_1 - \theta_0},$$

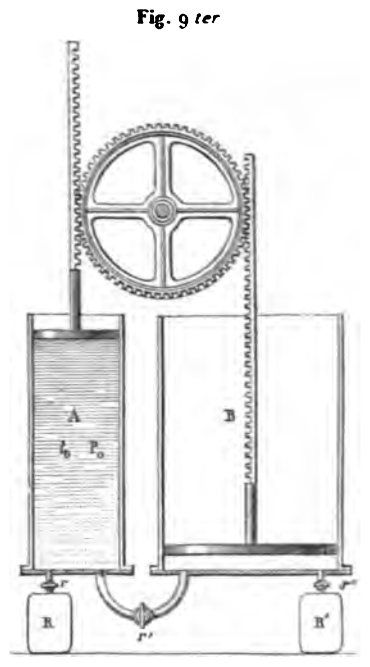
et que ni θ_1 ni ϑ_0 n'ont éprouvé respectivement des variations notables, il est encore ici absolument impossible de conclure

que c_p n'est pas réellement une variable, fonction de θ. Nous conclurons de plein droit de ce qui précède que, si nous sommes conduits à considérer c_p comme variable non-seulement avec les pressions, mais même avec la température, il n'en résultera aucun désaccord avec les expériences, inattaquables comme exactitude, de M. Regnault. Le désaccord n'existera que quant aux conséquences qu'on avait tirées de ces recherches; et de la variabilité de c_p à laquelle pourra nous conduire ce théorème

$$PW = P_0 V_0,$$

nous ne serons nullement en droit de conclure que ce théorème est inexact.

Fig. 9 *ter*



Passons à un autre ordre de considérations, dans lequel

notre théorème intervient déjà, au moins partiellement. De notre appareil à pistons indépendants (*fig.* 8 *quater*) retournons à l'appareil à pistons solidaires (*fig.* 9 *ter*). Avec le premier, nous connaissions directement P_1, mais non W; avec le second, au contraire, nous connaissons W, mais non P_1, *si l'on fait abstraction* du théorème

$$P_1 W = P_0 V_0.$$

Quels que soient θ et P_1, la vapeur passe d'un volume connu V_0 à un autre volume connu aussi $W = V_0 \frac{S}{s}$, qui n'est autre lui-même que le volume spécifique V_r d'une vapeur saturée à une pression P_r et à une température t_r; de sorte, en d'autres termes, que, si l'on refroidit notre vapeur de sa surchauffe θ à la température t_r, elle atteint effectivement son point de saturation à la pression P_r. Au point de vue des volumes et des pressions, notre problème se résout donc aisément au moyen des Tables. Supposons, par exemple, qu'il se trouve en A 1 kilogramme de vapeur d'eau saturée à 200 degrés et, par suite, à 158924 kilogrammes. A cette température, on a

$$V_0 = 0^{mc},1268$$

pour le volume spécifique de la vapeur. Supposons de plus que l'on ait

$$\frac{S}{s} = \frac{158924}{10333} = 15,38,$$

c'est-à-dire que le volume engendré par le piston de B soit 15,38 fois celui qu'engendre le piston de A.

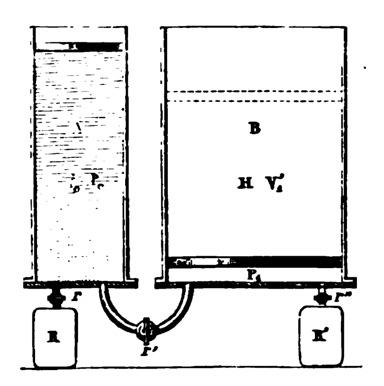
Si le théorème (ω) est mis de côté, il est clair que nous ne connaîtrons plus P_1; mais il est certain que le volume de la

vapeur surchauffée en B sera

$$15,38 . 0,1268 = 1^{mc},9502.$$

Or $1^{mc},9502$ est à fort peu près le volume qu'occupe 1 kilogramme de vapeur d'eau saturée à 95 degrés et à 8616 kilogrammes de pression. Si donc nous refroidissons notre vapeur de la température inconnue θ jusqu'à 95 degrés, elle tombera effectivement à cette pression 8616 kilogrammes. Examinons maintenant les phénomènes au point de vue thermique.

Fig. 8 *quater*.



Avec l'appareil (*fig.* 8 *quater*), les conditions forcées de l'expérience étaient

$$\lambda_0 + AP_0 w = \lambda_1 + AP_1 w + c_p(\theta - t_1).$$

Avec l'appareil (*fig.* 9 *bis*), nous n'avons aucun travail externe produit pendant le passage de la vapeur de A en B. La condition *forcée* de l'expérience est donc

$$U = \text{const.};$$

en d'autres termes, la somme C + AH de chaleurs réelle et

virtuelle reste invariable. Pour la vapeur saturée à 200 degrés, on a

$$U_0 = \int_0^{200} c\,dt + \rho_0 = \lambda_0 - AP_0 u_0$$

$$= 606,5 + 0,305.200 - 47,133 = 620^{cal},37.$$

Pour la vapeur saturée à 95 degrés, on a

$$U_2 = 606,5 + 0,305.95 - 39,76 = 595^{cal},72.$$

Comme il faut que U_0 reste invariable, on a donc nécessairement

$$620,37 = 595,72 + c_v(\mathfrak{t} - 95^\circ),$$

c_v étant la capacité calorifique à *volume constant*. Ainsi que je l'ai déjà dit, la capacité absolue de l'eau (solide, liquide ou gazeuse) est $0,4 = K$. Nous aurons à examiner plus tard si pour les vapeurs on a nécessairement $K = c_v$. Admettons-le pour le moment. Il en résulte

$$\mathfrak{t} = \frac{620,37 - 595,72}{0,4} + 95 = 156^\circ,63,$$

pour la surchauffe de la vapeur en B.

Supposons qu'en A nous ayons 1 kilogramme de vapeur à $120^\circ,6$ et, par suite, à 20666 kilogrammes. Supposons aussi qu'on ait

$$\frac{S}{s} = 2.$$

Le volume spécifique V_0 est ici $0^{mc},8598$. Lorsque la vapeur aura passé en B, nous aurons

$$W = 2.0^{mc},8598 = 1^{mc},7196,$$

ce qui est le volume de la vapeur saturée à $P_r = 9892^{kg}$, et $t_r = 98^\circ,8$.

Pour la vapeur à 120°,6, on a

$$U_0 = 606{,}5 + 0{,}305 . 120{,}6 - 41^{cal},861 = 601^{cal},422.$$

Pour la vapeur saturée à 98°,8, on a

$$U_r = 606{,}5 \div 0{,}305 . 98{,}8 - 40{,}057 = 596^{cal},577.$$

Il résulte de là, en procédant comme ci-dessus,

$$\theta = \frac{601{,}422 - 596{,}577}{0{,}4} + 98^{\circ},8 = 110^{\circ},9.$$

Si nous supposons que le théorème (ω) ou

$$PW = P_0 V_0$$

ne soit point exact, ou si, d'un autre côté, on ne peut poser $K = c_v$, nous ne pourrons point comparer les températures obtenues par la méthode de calcul précédente avec celles que j'ai obtenues pour θ avec mon appareil, car la pression dans le cylindre B ne serait alors point 1 atmosphère comme dans mes expériences. Si, au contraire, on suppose le théorème correct, et si l'on admet $K = c_v$, la discussion précédente conduit aux mêmes résultats généraux que le Paragraphe II, à savoir qu'il faut conclure que le thermomètre tt' marquait un peu trop dans les basses températures et trop peu dans les températures élevées. Nous avions, en effet,

$\theta = 115^{\circ}$ au lieu de $110^{\circ},9$

et

$\theta = 159^{\circ}$ au lieu de $156^{\circ},3$.

Les différences toutefois sont ici fort petites.

§ VII.

Discussion concernant la capacité calorifique des vapeurs à pression constante.

Bien qu'au point de vue expérimental nous n'ayons aucune donnée qui nous indique *directement* la valeur de c_p à d'autres pressions que 1 atmosphère, les expériences de M. Regnault, combinées avec les miennes *supposées tout à fait exactes,* conduisent cependant à des résultats aussi certains en ce sens que le seraient des essais directs. Ici encore nous n'avons à faire intervenir ni notre loi (ω), ni aucune considération théorique nouvelle.

Dans l'une de mes expériences sur la détente brusque de la vapeur d'eau, on voit que de la vapeur à 7 atmosphères ou 72331 kilogrammes, surchauffée à 244 degrés, passe à 233 degrés quand elle se détend subitement à 1 atmosphère ou 10333 kilogrammes. Dans l'une des expériences de M. Regnault, 1 kilogramme de vapeur d'eau à $231°,11$ et à 1 atmosphère a rendu en se condensant $696^{cal},41$. Comme cette vapeur *non surchauffée* eût rendu, dans les mêmes conditions, 637 calories, il s'ensuit que la surchauffe de 100 degrés à $231°,11$, soit de $131°,11$, y a ajouté $696^{cal},41 - 637 = 59^{cal},41$. Que c_p soit constant ou non, nous pouvons ici, sans crainte d'aucune erreur, poser

$$131,11 : (233 - 100) :: 59,41 : x,$$

d'où

$$x = 60^{cal},26.$$

En d'autres termes, nous pouvons admettre que de la vapeur à 1 atmosphère et à 233 eût rendu

$$637 + 60,26 = 697,26.$$

Pour évaporer 1 kilogramme d'eau à 7 atmosphères, de zéro à $165^{\circ},34$, il eût fallu

$$606,5 + 0,305.165^{cal},34 = 656^{cal},93,$$

et, pour surchauffer ensuite cette vapeur de 165,34 à 244, il eût fallu

$$c_p(244 - 165,34) = 78,66 c_p,$$

c_p étant supposé fonction de la pression seule. Il eût, en un mot, fallu un total de

$$656,93 + 78,66 c_p.$$

Mais, d'après la démonstration élémentaire donnée plus haut, on a

$$\lambda_0 + A\varpi P_0 + c_p(\theta - t_0) = \lambda_1 + A\varpi P_1 + c_p(\theta_1 - t_1).$$

Il vient donc, au cas particulier,

$$697^{cal},26 + \frac{0,001.10333}{425} = 656^{cal},93 + 78,66 c_p + \frac{0,001.72331}{425},$$

d'où l'on tire

$$c_p = 0,511.$$

Je ferai remarquer que le mode de calcul précédent, quoique indirect, repose pourtant en entier sur des chiffres expérimentaux, et que la méthode en elle-même, toujours au point de vue de l'observation, présente tout autant de garanties d'exactitude qu'une détermination directe de c_p.

Nous conclurons donc encore de ce qui précède que, si notre théorème nous conduit à reconnaître que c_p est une fonction des pressions, il ne découlera de là aucun motif pour suspecter l'exactitude de la relation $P_0 V_0 = PW$.

Cherchons une première fois à utiliser notre théorème

pour déterminer les capacités calorifiques, à pression constante et à volume constant des vapeurs saturées ou surchauffées.

Si nous désignons par q la quantité de chaleur qu'il faut pour porter du point de saturation t_s à θ 1 kilogramme de vapeur soumise à la pression constante P_s relative à t_s, on a

$$q = K(\theta - t_s) + AP_s(W - V_s) + AH,$$

K étant la capacité calorifique absolue, W le volume de la vapeur à θ, V_s son volume spécifique et enfin H le travail interne qui s'exécute de V_s à W. Et, si nous désignons comme de coutume par c_p la capacité à pression constante, on a aussi

$$q = \int_{t_s}^{\theta} c_p d\theta,$$

d'où

$$\int_{t_s}^{\theta} c_p d\theta = K(\theta - t_s) + AP_s(W - V_s) + AH.$$

Entre ces diverses variables, il va nous être possible d'établir, à l'aide de notre théorème, un rapport rigoureux et rationnel, autrement impossible.

Nous avons tout d'abord, en vertu de ce théorème,

$$W = \frac{P_a}{P_s}(V_a - \Psi),$$

P_a et V_a étant la pression et le volume d'une vapeur saturée, *capable*, en tombant de P_a à P_s sans rendre de travail externe, *de donner la surchauffe* θ. Zeuner, dans l'examen remarquable qu'il a fait de la relation (ω), a appelé P_a pression auxiliaire (*Hülfsdruck*). Je conserverai cette dénomination

très-bien choisie. A la place de $(V_a - \Psi)$ et $(V_s - \Psi)$, nous pouvons écrire sans erreur sensible

$$V_a - \Psi = u_a \quad \text{et} \quad V_s - \Psi = u_s.$$

Il vient ainsi, en remplaçant W par sa valeur précédente,

$$\int_{t_s}^{\theta} c_p d\theta = K(\theta - t_s) + AP_a u_a - AP_s u_s + AH.$$

A la vérité, étant donné θ, nous ne pouvons, *pour le moment*, déterminer la pression auxiliaire P_a; mais l'inverse est, comme je viens de le montrer, facile. Je dis *pour le moment ;* nous y arriverons au contraire plus tard très-directement en combinant la loi

$$P_a u_a = P_s u_s$$

avec une autre dont je donnerai l'énoncé.

Le travail interne H n'est pas autre chose que celui qui s'exécute de plus pour un corps de l'état liquide à zéro au volume W en vapeur, que pour le porter de zéro aussi au volume en vapeur V_s; mais notre volume W de vapeur à θ et à P_s peut être considéré comme le volume spécifique V_r d'une vapeur à la pression et à la température inconnues P_r et t_r. En d'autres termes, si l'on refroidissait la vapeur de θ à t_r sans lui permettre de changer de volume, elle tomberait à la pression P_r répondant au point de saturation. Or le travail interne exécuté de zéro à t_r est visiblement

$$H_r = [\lambda_r - (APu)_r - Kt_r]E.$$

Celui qui s'exécute de zéro à t_s est de même

$$H_s = [\lambda_s - (APu)_s - Kt_s]E;$$

d'où il résulte

$$H = H_r - H_s = [\lambda_r - \lambda_s - (APu)_r + (APu)_s - K(t_r - t_s)]E$$

et, par suite,

$$AH = \lambda_r - \lambda_s - (APu)_r + (APu)_s - K(t_r - t_s).$$

Si l'on introduit cette valeur dans l'équation $\int_{t_s}^{\theta} c_p\, d\theta$, elle devient

$$\int c_p\, d\theta = K(\theta - t_r) + (APu)_a - (APu)_r + \lambda_r - \lambda_s;$$

mais nous avions déjà trouvé (page 432), pour c_p supposé constant, l'expression très-simple

$$c_p(\theta - t_s) = \lambda_a - \lambda_s + Aw(P_a - P_s);$$

on a donc, pour c_p supposé variable,

$$\int c_p\, d\theta = \lambda_a - \lambda_s + Aw(P_a - P_s).$$

En remplaçant par cette nouvelle valeur celle que nous venons de trouver ci-dessus, il vient

$$K\theta = Kt_r + (\lambda_a - \lambda_r) + AP_r u_r - AP_a u_a - Aw(P_a - P_s).$$

En négligeant le terme toujours très-petit $Aw(P_a - P_s)$, on a simplement

$$K\theta = Kt_r + (\lambda_a - \lambda_r) - (AP_a u_a - AP_r u_r).$$

Proposons-nous de déterminer à l'aide de ces équations : 1° la quantité q de chaleur qu'il faut pour porter une vapeur du point de saturation t_s à la température θ sous la pression constante P_s ; 2° la capacité élémentaire c_p à une température

quelconque pour une même pression; 3° enfin la capacité élémentaire c_p au point de saturation. Je prendrai naturellement comme exemple la vapeur d'eau, parce que c'est la seule pour laquelle nos divers éléments constitutifs des équations soient établis avec l'exactitude nécessaire.

1° Prenons pour pression auxiliaire celle qui répond à 230 degrés : c'est la température la plus élevée à laquelle M. Regnault ait porté l'eau dans ses recherches. On a, à cette température,

$$P_a = 13596.20^{m},915 = 284360^{kg},34,$$
$$r_a = 606,5 - 0,695.230 - 0,00002.230^2 - 0,0000003.230^3$$
$$= 441^{cal},9419,$$
$$\frac{dP}{Pdt} = 0,018199594.$$

Il en résulte

$$AP_a u_a = \frac{441,9419}{502°,85.0,018199594} = 48^{cal},290869.$$

Supposons que cette vapeur à 230 degrés tombe, sans donner de travail externe, à 1 atmosphère ou à 10333 kilogrammes. Nous avons, d'après notre théorème (approximativement),

$$W - \Psi = (W - w) = u_r = \frac{425.48,290869}{10333} = 1^{mc},98622.$$

Cherchons quelles sont la pression et la température de la vapeur d'eau saturée dont le volume est

$$u_r = 1,98622.$$

Le volume de la vapeur saturée à 100 degrés et 1 atmosphère ou 10333 est très-sensiblement $1^{mc},653646$. A l'aide

de l'équation de M. Zeuner, dont j'ai parlé déjà (page 327), on trouve

$$P_r = 10333 \left(\frac{1,653646}{1,98622}\right)^{\frac{1}{1,0646}} = 8501^{kg},58,$$

pression qui, en colonne de mercure, équivaut à $0^m,6253$, hauteur pour laquelle la Table de M. Regnault donne $94°,636$.

Avec ces données, on trouve d'abord

$$AP_r u_r = \frac{8501,58.1,98622}{425} = 39^{cal},7318$$

et puis

$$\lambda_a - \lambda_r = 0,305(230 - 94,636) = 41^{cal},28602.$$

Il vient donc

$$\begin{aligned} K\theta &= K\ 94°,636 + 41,28602 - 48,290869 + 39,7318 \\ &= K.94,636 + 32^{cal},72695. \end{aligned}$$

Ainsi que je l'ai dit et comme nous le verrons dans la dernière partie de cet Ouvrage, on a pour l'eau (solide, liquide ou vapeur)

$$K = 0,4.$$

On obtient, à l'aide de cette valeur,

$$\theta = 176°,45,$$

pour la surchauffe de la vapeur à 1 atmosphère produite par la détente sans travail externe de la vapeur, à la pression auxiliaire répondant à 230 degrés.

Il résulte de là

$$\int_{100}^{176,45} c_p d\vartheta = 0,305(230 - 100) = 39^{cal},65;$$

c'est-à-dire que, pour porter 1 kilogramme de vapeur d'eau à 1 atmosphère de 100 à 176°,45, il faut $39^{cal},65$. On a, par suite, pour la capacité moyenne entre 100 et 176,45,

$$\frac{39,65}{176,65 - 100} = 0,519.$$

2° Pour déterminer rigoureusement la valeur élémentaire de c_p, il faudrait différentier nos équations (θ) et $(\int c_p d\theta)$; nous arrivons toutefois à une approximation plus que suffisante en procédant sur des différences finies assez petites.

Nous venons de trouver que de la vapeur saturée à 230 donne 76°,45 de surchauffe au-dessus de 100 lorsqu'elle tombe à 1 atmosphère. Cherchons la surchauffe que nous donnerait de la vapeur à 231 degrés. A cette température (ou $T = 503°,85$), on a

$$r = 441^{cal},18986,$$
$$dP : PdT = 0,018119682;$$

avec ces valeurs, on trouve

$$(APu)_a = 48^{cal},325204,$$

d'où

$$W - w = u_r = 1^{mc},9876322$$

pour le volume de la vapeur tombée à 1 atmosphère et surchauffée à θ, ou pour le volume différentiel u_r d'une vapeur saturée à P_r et à t_r. Pour déterminer P_r, nous avons

$$P_r = 10333\left(\frac{1,653648}{1,9876322}\right)^{\frac{1}{1,0646}} = 8495^{kg},17,$$

pression qui répond à $t_r = 94°,615$. On trouve, pour $AP_r u_r$,

$$(APu)_r = \frac{8495,17 \cdot 1,9876322}{425} = 39^{cal},730055.$$

Nous avons ici

$$\lambda_a - \lambda_r = 0{,}305(231 - 94{,}615) = 41^{\text{cal}}{,}597425$$

et, par suite,

$$0{,}4\theta = 0{,}4.94{,}615 + 41{,}597425 - 48{,}325204 + 39{,}730055,$$

d'où

$$\theta = 177^{\circ}{,}1207.$$

La valeur de $\int c_p d\theta$ est

$$q' = 0{,}305(231 - 100) = 39^{\text{cal}}{,}955.$$

Il vient donc

$$q' - q = \delta q = 39{,}955 - 39{,}65 = 0{,}305$$

et

$$\delta\theta = \theta' - \theta = 177^{\circ}{,}1207 - 176{,}45 = 0{,}6707;$$

d'où enfin

$$\frac{\delta q}{\delta \theta} = 0{,}4547.$$

3° Avant de discuter ces divers nombres, cherchons encore la valeur élémentaire de c_p à $176^{\circ}{,}5$, à 230 et à 100 pour la vapeur d'eau saturée à ces températures.

Supposons que la vapeur saturée à 177 degrés tombe, sans rendre de travail externe, à la pression qui répond à la vapeur saturée à 176 degrés.

A 177 degrés, nous avons

$$r = 481^{\text{cal}}{,}19485,$$
$$\frac{dP}{P\,dt} = 0{,}023328189,$$

d'où

$$AP_a u_a = 45{,}853471.$$

A 176 degrés, la pression de la vapeur est

$$P_s = 93502^{kg},683.$$

Le volume W — w de la vapeur tombée de P_a à P_s est donc

$$u_r = \frac{45,853471.425}{93502,683} = 0^{mc},20841889.$$

A 176 degrés, la valeur de $AP_s u_s$ est

$$45^{cal},796091.$$

Le volume u_s est, par suite,

$$\frac{45,796191.425}{93502,683} = 0,2081581,$$

et la pression relative P_r est

$$P_r = 93502,683\left(\frac{0,2081581}{0,20841889}\right)^{\frac{1}{1,0646}} = 93378^{kg},12.$$

Le point de saturation à cette pression est très-sensiblement

$$t_r = 175^{\circ},9431.$$

D'un autre côté, nous avons

$$AP_r u_r = \frac{93378,12.0,20841889}{425} = 45^{cal},792.$$

Il vient ainsi, pour la valeur de θ,

$$0,4\theta = 0,4.175,9431 + 0,305(177 - 175,9431)$$
$$- 45,853471 + 45,792386,$$

d'où

$$\theta = 176^{\circ},5963$$

pour la température à laquelle passe la vapeur en tombant de

la pression qui répond à 177 degrés à celle qui répond à 176 degrés.

La surchauffe est donc

$$176,5963 - 176 = 0^{\circ},5963.$$

La quantité de chaleur qu'il faut pour surchauffer ainsi la vapeur sous la pression constante répondant à 176 degrés est

$$\int c_p d\theta = 0,305(179 - 176) = 0^{\text{cal}},305.$$

Il en résulte, pour la valeur de c_p entre 176 et 177 degrés,

$$c_p = \frac{0,305}{0,5963} = 0,5115.$$

Si nous opérons de la même manière pour la vapeur à 100 degrés et pour celle à 230 degrés, nous trouvons que, du point de saturation à 1 degré au-dessus, la valeur de c_p est

$$100 \equiv 101, \quad c_p = 0,5987,$$
$$230 \equiv 231, \quad c_p = 0,4734.$$

Les résultats auxquels nous venons d'arriver mettent en relief un ensemble de faits remarquables :

1° Nous voyons que la capacité à pression constante (de la vapeur d'eau) diminue rapidement à partir du point de saturation à mesure que la température s'élève ;

2° Que, contrairement à ce qu'on aurait pu attendre, elle croît à mesure que le point de saturation s'abaisse sur l'échelle de température.

Quant aux valeurs numériques en elles-mêmes qui précèdent, il ne faut évidemment les considérer que comme des approximations (fort grossières peut-être). Trop d'éléments divers et incertains comme nombres entrent dans les calculs

pour qu'il en puisse être autrement. Une incertitude de $\frac{1}{500}$, par exemple, sur la valeur de APu en amène une presque *décuple* sur la valeur déduite par c_p. Or des erreurs de ce genre sont non-seulement possibles, mais elles existent certainement, même quand il s'agit de la vapeur d'eau. Je crois cependant devoir, quant à l'étude des erreurs probables de nos valeurs de c_p, présenter une remarque qui montrera que cette étendue est bien moindre qu'il ne pourrait sembler à première vue.

Nous avons trouvé ci-dessus

$$c_p = 0{,}51$$

pour la valeur moyenne de c_p entre 100 et 176 degrés à 1 atmosphère de pression. Ce nombre est déjà passablement rapproché de celui de M. Regnault. Essayons, en nous donnant une pression auxiliaire de beaucoup supérieure à celle qui répond à 230 degrés, d'obtenir une surchauffe θ, qui soit plus rapprochée aussi des températures auxquelles M. Regnault a porté la vapeur d'eau à 1 atmosphère.

Posons $t_a = 300°$. La formule de M. Roche [1] et sa différentielle nous donnent ici

$$P_a = 857770^{\text{kg}},$$
$$\frac{dP_a}{P_a dt_a} = 0{,}013661888.$$

Pour cette température, on trouve, d'un autre côté, à l'aide de l'équation $r = 606{,}5 + 0{,}695\,t - 0{,}00002\,t^2 - 0{,}0000003\,t^3$,

$$r = 388^{\text{cal}},1.$$

---

(1) J'ai déterminé les constructions de la formule en partant des pressions répondant à 100, 165 et 230 degrés sur les tableaux donnés par les courbes de M. Regnault et non sur les tableaux définitifs calculés à l'aide de la formule de Biot.

Ces nombres ne doivent certainement pas être regardés comme rigoureux; cependant ils ne peuvent pas non plus s'écarter considérablement de la vérité. Ils nous donnent pour $AP_a u_a$

$$AP_a u_a = \frac{388,1}{572,85.0,0136\,61888} = 49,58976.$$

Il résulte de là

$$u_a = \frac{425.49,58976}{10333} = 2^{mc},0396446$$

pour le volume que prend la vapeur en tombant de 857770 à 10333 kilogrammes, sans donner de travail externe. La pression de la vapeur saturée occupant ce volume serait

$$P_r = 10333\left(\frac{1,653646}{2,0396446}\right)^{\frac{1}{1,0646}} = 8264^{kg},75.$$

Cette pression, d'après la Table de M. Regnault, répond à $93°,873$. D'un autre côté, on a

$$AP_r u_r = \frac{8264,75.2,0396446}{425} = 39,66389.$$

Il vient donc

$$0,4\theta = 0,4.93,873 + 0,305(300 - 93,873)$$
$$- 49,58976 + 39,66389,$$

d'où

$$\theta = 226°,23.$$

La valeur de q ou de $\int c_p d\theta$ est, comme nous avons vu,

$$q = 0,305(t_a - t_s) + Aw(P_a - P_s),$$

d'où

$$q = 200.0,305 + \frac{0,001}{425}(857770 - 10333) = 61^{cal} + 1^{cal},994$$
$$= 62^{cal},994.$$

On voit qu'ici le produit $A\varpi(P_a - P_s)$, que nous avions pu négliger ailleurs, prend une valeur assez notable. Il vient donc enfin

$$c_p = \frac{62,994}{126,23} = 0,499$$

pour la valeur moyenne de c_p entre 100 et 226°,23. Le nombre s'approche plus qu'il n'était permis de s'y attendre de celui de M. Regnault (0,4807).

Si, par la méthode précédente, nous déterminons la valeur de c_p entre 100 et 137°,73, nous trouvons

$$c_p = 0,57414.$$

Parmi la série d'expériences qui ont conduit M. Regnault à la détermination de c_p, il y en a une (1) où la température de la vapeur à 1 atmosphère a été portée précisément à 137°,73. Cette vapeur a rendu, par la condensation, une quantité totale de chaleur de 658cal,03 (à compter de zéro). On a ainsi

$$658,03 = \lambda + 0,57414(137,73 - 100),$$

d'où l'on tire

$$\lambda = 637.$$

C'est précisément la valeur moyenne (à fort peu près) qu'a trouvée M. Regnault pour la quantité de chaleur totale d'évaporation de l'eau prise à zéro sous la pression de 1 atmosphère. Cette valeur de c_p s'accorde donc, en réalité, parfaitement avec l'une au moins des expériences de M. Regnault ; et nous voyons qu'en général, ainsi que je l'ai dit, le désaccord des valeurs diverses que nous avons obtenues pour c_p avec ces

---

(1) *Relation des expériences*, etc., t. II, p. 175.

expériences ne repose absolument que sur une apparence et sur de fausses interprétations.

Si l'on a égard à l'étrange diversité des éléments qui nous ont servi à la détermination de c_p, on aura lieu d'être étonné de la grande approximation des résultats, et l'on y reconnaîtra une vérification indirecte, mais très-décisive de l'exactitude de la loi (ω) ou $P(W - w) = P_0(V_0 - w)$.

§ VIII.

Détermination expérimentale du volume spécifique de quelques vapeurs.

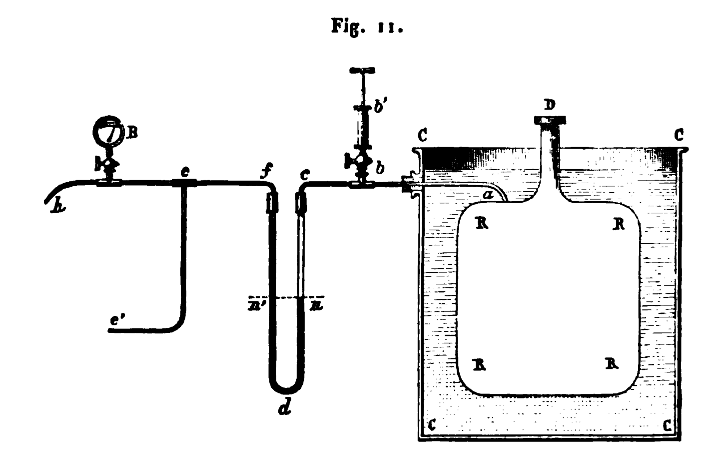
Je rentre de nouveau tout à fait sur le domaine de l'expérience pour examiner les relations qui existent entre la pression, la température et le volume ou la densité des vapeurs surchauffées.

J'ai fait, pendant l'hiver de 1867-1868, une longue suite d'expériences sur ce sujet important. Si je n'ai pas publié ce travail, c'est parce que, malgré les peines et les soins qu'il m'a coûtés, les résultats ne me paraissaient pas revêtir le caractère d'exactitude qu'on est en droit d'exiger aujourd'hui. Je savais d'ailleurs que M. Regnault avait depuis longtemps exécuté un travail du même genre, qui très-probablement rendrait le mien inutile, du moins en bien des points. Comme, à ma connaissance, le grand physicien n'a encore publié que des résumés très-concis de ses recherches, je me hasarde à faire paraître mes recherches, en en présentant les résultats comme de simples approximations. Tels qu'ils sont, j'espère que mes lecteurs cependant ne les trouveront pas trop sujets à la critique.

Je commence par décrire sommairement l'appareil qui a servi à mes expériences.

RRRR (*fig.* 11) réservoir cylindrique en cuivre, très-résistant, de 21^{lit},495 de capacité (à zéro), portant une tubulure D qu'on peut fermer à l'aide d'un bouchon à vis. Le réservoir est plongé complétement dans une chaudière CCCC pleine d'huile, dans le bas de laquelle tourne vivement un agitateur et dont la température, à l'aide d'un réchaud de becs à gaz,

Fig. 11.



peut être tenue des heures entières au même degré. C'est ce réservoir qui sert à jauger et à doser la vapeur à une pression et à une température connues.

abc tube en cuivre d'un faible diamètre interne (0^{m},002 au plus) portant en *b* un robinet auquel est vissée une petite pompe foulante *bb'*.

cdf siphon en cristal rempli de mercure en *ndn'*.

feh tuyau de cuivre mis en rapport avec une pompe foulante par le tube *ee'*.

L'extrémité *h* de ce tube est en rapport : 1° avec un manomètre métallique B (système Bourdon); 2° avec un manomètre

à mercure à air libre, à très-large cuvette, formé de tubes en cristal réunis par des manchons. Le tube vertical avait près de 14 mètres de hauteur. La hauteur du mercure dans ce tube était mesurée sur un ruban d'acier parallèle, divisé en millimètres. Le tube *nfeh* allant de *h* à la cuvette et la partie de celle-ci laissée libre par le mercure étaient pleins d'eau.

Le lecteur va saisir aisément le mode de fonctionnement de cet appareil.

Supposons qu'il s'agisse de chercher les densités de la vapeur d'eau, par exemple, à une même température, mais à des pressions variables, toutes supérieures à 1 atmosphère. On porte d'abord le bain d'huile CCCC à une température notablement *supérieure* à 100 degrés; la tubulure D étant ouverte et la partie *abcn* ayant été préalablement remplie d'eau, on introduit une centaine de grammes d'eau en RRRR par l'ouverture D. Cette eau entre en ébullition et chasse tout l'air du réservoir; on attend alors attentivement le moment où la vapeur cesse de s'échapper par D, et l'on ferme rapidement la vis : on note la température du bain et la hauteur du baromètre. Le réservoir contient ainsi un poids inconnu de vapeur à B et à θ' : je dirai plus loin comment je l'ai déterminé une fois pour toutes.

On porte alors le bain d'huile à la température constante θ à laquelle on veut étudier les densités répondant aux diverses pressions. A l'aide de la pompe *bb'*, on introduit dans le réservoir un premier poids additionnel et parfaitement pesé d'eau que j'appellerai π_0. Au moment où cette eau arrive en RRRR par le tube *ba*, elle se réduit en vapeur; la pression s'accroît, et l'eau, repoussée par la vapeur dans le tube *abcn*, tend à faire baisser le mercure en *n*, à le faire remonter en *n'* : on fait fonctionner la pompe à eau adaptée au tube *ee'*, et l'on refoule ainsi le liquide dans la cuvette du manomètre à air

libre, dont la colonne de mercure s'élève dans le tube de cristal et fait équilibre à la pression de la vapeur du réservoir. Il est très-facile de la sorte de maintenir de niveau les deux colonnes de mercure *dn* et *dn'*; dès lors il est clair que les deux manomètres indiquent exactement la nouvelle pression de la vapeur en R.

Le manomètre à cadran B placé tout près de la petite pompe foulante du tube *ee'* ne sert que d'indicateur et de guide à l'opérateur. Lorsque le mercure ne s'élève plus dans le tube manométrique, on note la hauteur, la température de l'huile et le poids π_0; puis on introduit une nouvelle quantité connue d'eau π_1 (aussi égale que possible à π_0), à l'aide de la pompe *bb'*, et ainsi de suite. On obtient de la sorte une série de pressions croissantes $(B + h_0)$, $(B + h_1)$, $(B + h_2)$,... répondant à une série de poids $(x + \pi_0)$, $(x + \pi_0 + \pi_1)$ et à une température à fort peu près constante θ_0.

Supposons qu'il s'agisse au contraire de connaître la variation des pressions en fonction de la température, pour une même densité : on introduit en RRRR, dès l'abord, un poids connu d'eau π (après avoir chassé l'air comme je l'ai dit), et l'on chauffe de plus en plus le bain d'huile, en ayant soin de maintenir le niveau du mercure invariable en *ndn'* au moyen de la pompe de refoulement du tube *ee'*. A chacune des températures pour lesquelles on veut avoir la pression correspondante, on a soin de maintenir assez longtemps stable cette température pour que la colonne de mercure ne s'élève plus dans le manomètre.

Je passe aux corrections, assez peu importantes d'ailleurs, et aux calculs nécessaires pour obtenir à chaque fois la densité de la vapeur qui répond à une pression donnée :

1° Nous avons vu qu'avant l'introduction en RRRR des portions successives de liquide pesées, le réservoir contenait

toujours un poids de vapeur x à la pression atmosphérique B à une température θ'. J'ai adopté pour θ une température toujours identique (150 degrés pour l'eau); x ne variait donc plus qu'avec B, et, pour ces trois petites variations, on pouvait admettre

$$x_1 = x_0 \left(\frac{B_1}{B_0}\right).$$

J'ai déterminé x_0 en mettant, par un tube très-mince, la tubulure D en rapport avec un flacon à deux tubulures contenant de l'acide sulfurique concentré pesé à l'avance et tenu dans la glace. Le tube amenant la vapeur (d'eau) plongeait un peu dans l'acide. L'autre tubulure du flacon était en rapport avec une machine pneumatique. Dès les premiers coups de piston, la vapeur (à B et à θ_0) de RRRR arrivait rapidement dans l'acide, s'y condensait, et l'eau y était retenue par l'acide. Le degré de raréfaction finale de la vapeur en R était connu par la hauteur du manomètre de la machine pneumatique à laquelle on ajoutait la hauteur (réduite en mercure) de la colonne d'acide sulfurique que soulevait de fait la vapeur en plongeant au-dessous du niveau dans le flacon tubulé. J'ai trouvé ainsi qu'à 150 degrés et à $0^{m},748$ le poids de vapeur d'eau renfermée en R était très-sensiblement $12^{gr},65$.

2° J'ai admis comme coefficient de dilatation cubique du cuivre 0,00005012 et, par suite,

$$V = 21,495(1 + 0,00005012\theta)$$

pour le volume du réservoir à θ; mais quelque épaisses que fussent les parois de ce réservoir, le volume variait nécessairement avec les pressions internes. J'ai constaté directement que cet accroissement était de $0^{mc},000054$ ou 54 centimètres

cubes pour un excès de pression de 15 atmosphères, soit de $11^m,4$ en mercure. On avait donc

$$a = \frac{0,000054\,H}{11,4} = 0,00000473\,7\,H$$

pour l'accroissement a dû à une hauteur manométrique H. J'ai donc posé, comme valeur très-approximative de V,

$$V = 0^{mc},021495(1 + 0,0000501\,2\,\theta) + 0,00000474\,H;$$

plus rigoureusement, il eût fallu écrire probablement

$$V = (0,021495 + 0,00000474\,H)(1 + 0,0000501\,2\,\theta).$$

En désignant par π_0, π_1, π_2 les poids successifs de vapeur introduits en RRRR, à la pression $(B + H_0)$, $(B + H_1)$ et à la température θ_0, on a donc, pour les poids du mètre cube,

$$\delta = \frac{x_1 + \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \ldots}{0,021495(1 + 0,0000501\,2\,\theta) + 0,00000474\,H}.$$

3° La température θ était prise : 1° à l'aide d'un thermomètre à air formé d'un réservoir cylindrique en cristal très-fort, de près de 1 litre de capacité, terminé par un tube en cristal sortant du bain d'huile et mis par un tube capillaire de cuivre en rapport avec la petite branche d'un baromètre à siphon dont la grande branche était bien purgée d'air : la hauteur du mercure pouvait varier de plus de 1 mètre dans ce baromètre; 2° à l'aide d'un thermomètre à mercure dont les degrés étaient lus avec une lunette. La température donnée par le thermomètre à air n'était notée qu'une fois à chaque expérience, et ce sont les variations (très-petites) du thermomètre à mercure qui étaient notées après chaque injection du liquide.

J'ai dit qu'en dépit de toutes les précautions que j'ai prises je n'avais pas été aussi satisfait que je l'aurais désiré de l'ensemble des résultats que j'ai obtenus avec l'appareil que je viens de décrire. L'une des causes d'erreur, la plus importante peut-être, s'aperçoit aisément. Le tube d'injection *ba* plongeait naturellement en partie dans le bain d'huile; à partir de la surface de ce bain, la température du tube (et du liquide qui le remplissait) allait en diminuant pour devenir égale (à peu près) à celle du milieu ambiant. Il pouvait donc à chaque injection se former de *a* en *b* une partie plus ou moins grande pleine de vapeur, et, quelque faible que fût le diamètre de ce tube, il y avait incertitude sur la quantité de liquide qui s'était réellement réduite en vapeur. Lorsque les pressions devenaient très-fortes, de très-petites quantités de liquide aussi s'échappaient à travers le cuir du piston de *bb'*; bien que je les aie toujours recueillies de mon mieux et pesées, il en pouvait résulter des fautes légères. Les erreurs en un mot, dans ces expériences, n'ont pu porter que sur l'évaluation du poids de liquide introduit et du poids réel de vapeur présente en R au moment où l'on notait la température et la pression; celles qui concernent les pressions ne peuvent être que d'un ordre secondaire, et il en est de même des températures.

Le tableau suivant I résume mes expériences sur la vapeur d'eau, exécutées d'après la première méthode. J'ai cherché à le réduire autant que possible et à donner aux colonnes qui le composent la forme la plus saisissable, sans pour cela nuire à l'exactitude.

La colonne des densités δ n'est autre chose que le rapport de la somme des poids d'eau $x + \pi_0$, π_1, π_2 successivement introduits en R et du volume $V = V_0(1 + \alpha\vartheta) + 0{,}00000474H$ du réservoir.

Bien que j'aie cherché à introduire toujours les mêmes poids, une égalité rigoureuse était impossible; et de même, bien que pour chaque série j'aie cherché à maintenir la température au même degré, une constance parfaite était impossible aussi. Toutefois ni les variations des poids d'eau successifs, ni celles de la température ne s'élevaient à des valeurs notables. Le poids d'eau introduit à chaque fois variait entre $4^{gr},5$ et 5 grammes; mais, par suite de la précaution que j'ai prise de *compenser* les différences, d'ajouter à un coup de piston ce qui avait manqué au précédent, les sommes (π_0, $+\pi_1$, $+\pi_2$, $+\ldots$) ne variaient aussi entre elles que de $0^{gr},5$. Au lieu donc de porter dans la colonne δ *toutes* les densités relevées, ce qui eût donné plus de cinq cents chiffres, j'ai adopté comme type de comparaison générale les valeurs obtenues pour une seule série d'observations; et de même en ce qui concerne les températures, au lieu d'indiquer toutes celles qui répondaient réellement aux observations, j'ai pour chaque série adopté, pour température unique, la moyenne de toutes celles qui avaient été relevées. Une citation numérique va me faire comprendre de suite.

C'est la série des pressions à 248 degrés qui a été prise comme type. A l'une des observations, la température était $247°,8$, la pression $(B + P)$ en mercure était $4^m,8291$, soit $13,596 . 14,8291 = 65^m,656$ en colonne d'eau. Au lieu de porter ces valeurs sur le tableau, j'ai ramené à 248 degrés, en posant

$$P = 65,656\left(\frac{T_0}{T_1}\right) = 65,656\,\frac{272,85 + 248}{272,85 + 247,8} = 65^m,681.$$

Quelle que soit, en effet, la loi de dilatation rigoureuse, la faute commise ici ne peut être que tout à fait secondaire par rapport aux fautes d'observation possibles.

Dans la série d'observations à 223 degrés, l'une des valeurs relevées pour δ était $2^{kg},875$; la température correspondante était $222^\circ,95$, la pression était $4^m,667$ (en mercure), soit $63^m,453$ en eau. La densité la plus rapprochée dans la série type était $2^{kg},8327$. Au lieu d'écrire $222^\circ,95$ et $2^{kg},875$, j'ai posé

$$P = 63,453\left(\frac{272,85 + 223}{272,85 + 222,95}\right)\left(\frac{2,875}{2,833}\right) = 64^m,4.$$

Dans ce produit, le facteur $\left(\frac{T_0}{T_1}\right)$ peut être regardé comme tout à fait correct, et le facteur $\frac{\delta_0}{\delta_1}$, *qui implique la loi de Mariotte*, est tout au moins très-approximativement correct.

Dans les colonnes des pressions expérimentales, j'ai porté les nombres donnés par deux expériences différentes exécutées dans les mêmes conditions, afin qu'on puisse juger des écarts. A l'aide de ces nombres, M. Hallauer a eu l'obligeance de tracer des *polygones* qu'il a ensuite, par *un tracé de sentiment*, convertis en une courbe moyenne sur laquelle on a relevé les valeurs de P portées dans la colonne calculée. Enfin les nombres de la colonne, d'après la courbe, ont été *calculés* à l'aide d'une équation *complétement théorique* dont, dans la seconde Partie de cet Ouvrage, je démontrerai le caractère rationnel et dont voici la forme en valeur numérique, quant à la vapeur d'eau

$$P = 50,820153T\delta - 2142\delta^{1,2982},$$

δ étant le poids du mètre cube de vapeur, T la température absolue et P la pression en kilogrammes par mètre carré, ou, en divisant par 1000, la hauteur métrique en eau à 4 degrés. Je me borne ici à dire que les deux facteurs numériques qui multiplient δ et T, tout comme l'exposant 1,2982, ne renfer-

ment pas un seul coefficient *empirique* tiré de mes nombres tabulaires. L'accord, en général satisfaisant, qui existe entre les nombres expérimentaux et les nombres calculés à l'aide de l'équation théorique, fait ressortir à la fois le caractère au moins approximatif de mes expériences et, par anticipation. la validité de l'équation.

Les titres mêmes des Tableaux II et III indiquent clairement le sens des nombres qui y sont portés. Je n'ai pas à m'y arrêter.

Les nombres du Tableau IV ont été obtenus par la seconde méthode d'expérimentation. Le réservoir RRRR étant plein de vapeur à 150 degrés et à la pression ambiante, je fermai la tubulure, et, à l'aide d'une pompe à mercure qu'il est inutile de décrire ici, je poussais dans le réservoir un poids connu de liquide (d'eau au cas particulier), puis le bain d'huile du réservoir était porté à des températures de plus en plus élevées, qu'on maintenait à chaque fois assez longtemps constantes pour que la colonne manométrique devînt immobile.

Il n'est pas inutile d'indiquer de quelle façon ont été établies les diverses valeurs du Tableau IV. Je cite, pour cela, en entier, une expérience prise au hasard.

La quantité *totale* d'eau introduite dans le réservoir est 51gr,1. On porte successivement aux températures θ, et la colonne de mercure ramenée en eau à 4 degrés donne la pression P_e.

θ.	P_e.
159°,73	45,226
169,64	46,530
179,78	47,791
199,43	50,305
219,16	52,91
239,35	54,892
258,65	57,121

Le volume du réservoir répondant à θ et à P est

θ.	V_{θ}.
159°,73	21,679
169,65	21,690
179,78	21,701
199,43	21,723
219,16	21,746
239,35	21,768
258,65	21,789

Les densités, ou $\frac{0^{kg},0523}{V}$, sont, par suite,

2^{kg},4139
2,4126
2,4114
2,4090
2,4064
2,4038
2,4017

Pour ramener ces valeurs, très-peu différentes entre elles, à une densité unique et à des nombres *ronds* de température, j'ai pris pour point de départ $\delta_0 = 2^{kg},4017$, et j'ai posé

$$P = P_0 \frac{T}{T_0} \frac{\delta_0}{\delta},$$

P_0, T_0, δ étant la pression, la température et la densité expérimentale et P étant la pression qui répond à T.

Pour 170 degrés, par exemple, on a d'après cela

$$T_0 = 272,85 + 169^{\circ},65, \quad T = 272,85 + 170^{\circ},$$
$$P_0 = 46^{m},53, \quad \delta = 2,4126;$$

et il vient, pour la valeur de P portée au tableau IV,

$$P = 46,53 \frac{442,85}{442,50} \frac{2,4017}{2,4126} = 46^{m},356.$$

Les densités dites *calculées* ont été tirées par tâtonnements de l'équation théorique indiquée plus haut en y écrivant

$$T = 272,85 + 260 = 532^{\circ},85,$$

et en y mettant pour P les pressions expérimentales de la colonne 260 degrés. On voit que ces densités diffèrent en général très-peu de celles qui avaient été obtenues directement. Les pressions dites calculées ont été établies ensuite avec la même équation en y écrivant pour δ les densités calculées et pour T les valeurs successives $272,85 + 160, + 170, + 180, \ldots$

On voit que les valeurs *calculées* ainsi pour P diffèrent encore moins des pressions expérimentales que celles du tableau I. Les expériences sont en effet plus faciles à conduire exactement avec la deuxième méthode qu'avec la première. Ainsi que je l'ai dit déjà, les erreurs dans les deux méthodes ne peuvent dériver que des fautes commises sur la pesée de l'eau *introduite* en RRRR et sur l'estimation de la vapeur à 150 degrés et à B qui se trouvait initialement dans le réservoir. Cette dernière source d'erreurs est la même dans les deux méthodes; la première cause d'erreurs possibles est au contraire très-considérable dans la première méthode et presque nulle dans la deuxième.

Les différences entre les pressions calculées et les pressions expérimentales deviennent très-grandes lorsque la surchauffe ne s'élève plus que d'un petit nombre de degrés au-dessus du point de saturation; mais il n'y a aucune conclusion à tirer de ces différences. Il y a un fait qui m'a frappé en effet dès le début de mes expériences : lorsque la vapeur du réservoir n'était qu'à 8, 10 ou même 15 degrés de son point de saturation, il fallait un temps très-long à l'eau injectée en RRRR pour s'évaporer; la pression mettait parfois plus d'une demi-

heure à devenir stable, et il ne me paraît pas douteux que les pressions que j'ai notées dans ces cas étaient inexactes ([1]).

Je dois ici suspendre provisoirement l'étude des autres propriétés des vapeurs surchauffées. Les relations des pressions, des températures, des densités, les lois de détente, etc., ne peuvent être établies que quand on tient compte dans les équations de la valeur des forces internes. Cet examen trouvera sa place naturelle dans la deuxième branche de la Thermodynamique.

Je vais passer tout d'abord à l'étude si importante des moteurs thermiques. A leur grand étonnement, mes lecteurs vont voir qu'on peut déterminer à fond les fonctions d'une machine qui marche avec vapeur surchauffée sans avoir en aucune façon à s'occuper au préalable des propriétés de cette espèce de vapeur.

([1]) Dans les expériences dont je parle en note (p. 429), je suis parvenu à éluder complétement cette source d'erreur, et à déterminer la densité d'une vapeur aussi près que possible du point de saturation.

PREMIÈRE MÉTHODE. (Tableau I.)

DENSITÉS.	VOLUMES.	POINT de saturation.	PRESSIONS de saturation.	PRESSIONS À 150°. Expérimentales. novembre 1867.	janvier 1868.	D'après la courbe.	Calculées.	PRESSIONS À 173°. Expérimentales. nov. 1867.	janvier 1868.	D'après la courbe.	Calculées
kg		o	m	m	m	m		m	m	m	
0,563	1,776	97,9	9,585	9,985	10,211	10,05		10,712	11,359	10,70	
0,791	1,2642	108,2	13,769	14,275	13,677	14,35		15,232	15,519	15,50	
1,026	0,9746	116,5	18,162	18,743	18,354	18,55	19,859	19,840	20,400	20,30	21,0[illegible]
1,251	0,799	123,2	22,431	22,790	22,237	22,50		24,354	25,075	24,75	
1,476	0,6775	128,9	26,751	26,680	26,230	26,50		28,890	29,540	29,25	
1,725	0,5797	134,5	31,581	31,247	30,600	30,85	32,721	33,993	33,404	34,15	34,7[illegible]
1,947	0,5136	139,0	35,926	35,284	34,540	34,65		38,054	38,867	38,35	
2,168	0,4612	143,5	40,283	38,833	38,367	38,45		42,434	43,182	42,65	
2,425	0,4124	147,4	45,386	42,874	42,530	42,75	45,346	47,399	47,895	47,55	48,1[illegible]
2,650	0,3773	150,9	49,884			46,45		51,388	52,064	51,75	
2,879	0,3473	154,1	54,406					55,576	56,514	55,50	
3,100	0,3226	157,3	58,95c					59,533	60,733	60,15	60,[illegible]
3,296	0,3034	159,8	62,927					62,886	63,974	63,75	
3,564	0,2805	163,1	68,389					67,598	68,758	68,60	
3,795	0,2636	165,5	73,077					72,051	72,768	72,65	73,[illegible]
4,016	0,2490	168,2	77,661					75,944	76,647	76,65	
4,236	0,2361	170,6	82,198					78,768	80,022	70,60	
4,489	0,2227	173,3	87,839								
4,718	0,2119	175,4	92,193								
4,936	0,2026	177,4	96,736								
5,168	0,1935	179,6	101,587								
5,392	0,1854	181,5	106,278								
5,618	0,1777	183,6	111,238								
5,859	0,1706	185,4	116,106								
6,084	0,1646	187,3	120,86								
6,311	0,1584	189,0	125,667								
6,538	0,1529	190,74	130,485								
6,767	0,1477	192,43	135,357								
6,991	0,1430	194,0	140,133								
7,225	0,1384	195,68	145,13[illegible]								

— *Vapeur d'eau; densités.*

Pressions à 198°.				Pressions à 223°.				Pressions à 248°.			
Expérimentales.		D'après la courbe.	Calculées.	Expérimentales.		D'après la courbe.	Calculées.	Expérimentales.		D'après la courbe.	Calculées.
novembre 1867.	janvier 1868.			novembre 1867.	janvier 1868.			novembre 1867.	janvier 1868.		
m 11,891	m 11,510	m 11,50		m 12,293	m 12,442	m 12,10		m 12,586	m 12,032	m 12,20	
16,693	16,081	16,50		17,421	17,508	17,30		17,827	17,283	17,80	
21,287	21,159	21,55	22,365	22,870	22,594	22,55	23,639	23,500	23,059	23,40	24,975
26,260	25,838	26,40		27,979	27,505	27,65		28,915	58,616	28,80	30,230
31,873	30,592	31,15		33,033	32,595	32,70		34,177	33,891	34,20	
36,600	35,806	36,40	36,929	38,655	38,115	38,35	39,125			40,15	41,312
40,951	40,499	41,00		43,434	43,152	43,20		45,301	45,088	45,30	46,429
45,629	45,123	45,60		48,116	48,036	48,10		50,475	49,986	50,50	
51,167	50,424	50,90	51,261	53,857	53,628	54,85	54,342	56,597	56,089	56,50	57,423
55,941	55,184	55,40		59,107	58,653	58,65		61,632	61,649	61,60	62,526
60,237	59,640	60,15		63,683	63,453	63,65		67,519	66,646	66,90	
64,953	64,299	64,60	64,872	68,752	68,381	68,45	68,811	72,168	71,464	71,50	72,749
68,647	68,305	68,60				72,75		76,459	76,114	76,45	77,133
		73,90		78,932	78,163	78,50		83,085	81,975	82,50	
78,683	78,251	78,40	78,707	82,739	82,936	83,35	83,487	88,088	87,294	87,60	88,350
83,136	82,692	82,75		88,349	87,898	88,10		93,018	92,746	92,60	93,238
87,434	87,147	87,15		92,082	92,602	92,95		98,217	97,309	97,65	
92,237	91,876	91,85	92,366	98,343	97,646	98,05	98,069	103,922	102,965	103,10	103,772
96,616	96,551	96,25		103,261	102,595	102,85		109,064	107,799	108,15	108,830
100,483	100,505	100,45		108,026	107,313	107,45		113,917	112,674	113,10	
104,815	104,935	104,80	105,593	112,246	111,731	112,20	112,159	118,981	117,746	117,95	118,725
108,955	108,979	109,05		116,991	116,382	116,85		123,201	122,717	122,95	123,632
113,354		113,35		121,827	121,004	121,55		128,294	127,762	127,95	
117,631	118,343	117,65	118,931	126,594	125,515	126,25	126,376	132,734	132,573	132,95	133,819
121,360	121,223	121,70		131,285	130,316	130,65		137,680	137,378	137,65	138,709
124,810	125,906	125,90		135,509	134,829	135,20		142,828	142,323	142,65	
128,855	129,885	130,00	131,926	139,832	139,386	139,65	140,232	147,599	147,105	147,40	148,539
					143,847	144,10		152,539	152,335	152,25	153,477
					148,418	148,55					
					152,905	153,10	154,158				

PREMIÈRE MÉTHODE. (Tableau III.) —

Pressions croissant de mètre

PRESSIONS.	DENSITÉS.										PRESSIONS.		
	248°.	Δ	223°.	Δ	198°.	Δ	173°.	Δ	150°.	Δ		248°.	Δ
m	kg		kg		kg		kg		kg		m	kg	
10	0,470	41	0,474	43	0,495	45	0,525	48	0,556	54	58....	2,494	43
1......	0,511	41	0,517	44	0,540	46	0,573	49	0,610	55	9....	2,537	43
2......	0,552	41	0,561	44	0,586	46	0,622	49	0,665	55	60....	2,580	43
3......	0,593	41	0,605	44	0,632	46	0,671	49	0,720	55	1....	2,623	43
4......	0,634	41	0,649	44	0,678	46	0,720	50	0,775	55	2....	2,666	43
5......	0,675	41	0,693	44	0,724	46	0,770	49	0,830	56	3....	2,709	44
6......	0,716	41	0,737	44	0,770	46	0,819	49	0,885	54	4....	2,753	43
7......	0,757	41	0,781	44	0,816	46	0,868	50	0,941	55	5....	2,796	44
8.... .	0,798	42	0,825	44	0,862	47	0,918	49	0,996	55	6....	2,840	43
9......	0,840	41	0,869	44	0,909	46	0,967	50	1,051	56	7....	2,883	44
20......	0,881	42	0,913	45	0,955	46	1,017	49	1,107	56	8....	2,927	43
1......	0,923	41	0,958	44	1,001	47	1,066	50	1,163	56	9....	2,970	44
2......	0,964	42	1,002	44	1,048	46	1,116	50	1,219	57	70....	3,014	43
3......	1,006	42	1,046	45	1,094	47	1,166	50	1,276	56	1....	3,057	44
4......	1,048	42	1,091	44	1,141	46	1,216	50	1,332	57	2....	3,101	43
5......	1,090	42	1,135	45	1,187	47	1,266	51	1,389	57	3....	3,144	44
6... ..	1,132	42	1,180	44	1,234	46	1,317	50	1,446	57	4....	3,188	44
7......	1,174	42	1,224	45	1,280	47	1,367	51	1,503	58	5....	3,232	44
8......	1,216	42	1,269	44	1,327	47	1,418	50	1,561	57	6....	3,276	44
9......	1,258	42	1,313	45	1,374	46	1,468	51	1,618	57	7....	3,320	44
30......	1,300	42	1,358	44	1,420	47	1,519	51	1,675	58	8....	3,364	44
1......	1,342	42	1,402	45	1,467	47	1,570	50	1,733	58	9....	3,408	44
2......	1,384	42	1,447	44	1,514	47	1,620	51	1,791	59	80....	3,452	44
3......	1,426	42	1,491	45	1,561	47	1,671	51	1,850	58	1....	3,496	44
4......	1,468	42	1,536	45	1,608	47	1,722	51	1,908	58	2....	3,540	45
5......	1,510	42	1,581	44	1,655	48	1,773	51	1,966	59	3....	3,585	44
6......	1,552	42	1,625	45	1,703	47	1,824	52	2,025	59	4....	3,629	45
7......	1,594	42	1,670	45	1,750	47	1,876	51	2,084	59	5....	3,674	44
8......	1,636	43	1,715	45	1,797	48	1,927	52	2,143	59	6....	3,718	45
9......	1,679	42	1,760	45	1,845	47	1,979	51	2,202	60	7....	3,763	44
40......	1,721	43	1,805	45	1,892	48	2,030	52	2,262	59	8....	3,807	45
1	1,764	42	1,850	45	1,940	47	2,082	52	2,321	60	9....	3,852	44
2......	1,806	43	1,895	45	1,987	48	2,134	52	2,381	59	90....	3,896	45
3......	1,849	43	1,940	45	2,035	48	2,186	53	2,440	60	1....	3,941	44
4......	1,892	43	1,985	45	2,083	48	2,239	52	2,500	59	2....	3,985	45
5......	1,935	43	2,030	45	2,131	48	2,291	53	2,559	60	3....	4,030	45
6......	1,978	43	2,075	46	2,179	49	2,344	53	2,619	60	4....	4,075	45
7......	2,021	43	2,121	45	2,228	48	2,397	53	2,679		5....	4,120	45
8......	2,064	43	2,166	45	2,276	49	2,450	54			6....	4,165	45
9......	2,107	43	2,211	45	2,325	48	2,504	53			7....	4,210	45
50......	2,150	43	2,256	46	2,373	49	2,557	54			8....	4,255	45
1......	2,193	43	2,302	45	2,422	49	2,611	53			9....	4,300	45
2......	2,236	43	2,347	45	2,471	49	2,664	54			100....	4,345	45
3......	2,279	43	2,392	46	2,520	49	2,718	54			1....	4,390	46
4......	2,322	43	2,438	45	2,569	50	2,772	53			2....	4,436	45
5......	2,365	43	2,483	46	2,619	49	2,825	54			3....	4,481	46
6......	2,408	43	2,529	45	2,668	50	2,879	54			4....	4,527	45
7......	2,451	43	2,574	46	2,718	49	2,933	54			5....	4,572	46

Vapeur d'eau; densités (d'après courbes).

100 en 100 grammes.

DENSITÉS.	PRESSIONS.							
	248°.	Δ	223°.	Δ	198°.	Δ	173°.	Δ
kg	m		m		m		m	
3,900....	90,11	2,25	85,47	2,13	80,47	1,95	74,34	1,78
4,000....	92,36	2,24	87,60	2,13	82,42	1,94	76,12	1,79
100....	94,60	2,23	89,73	2,12	84,36	1,93	77,91	1,78
200....	96,83	2,22	91,85	2,12	86,29	1,92	79,69	1,77
300....	99,05	2,22	93,97	2,11	88,21	1,93	81,46	1,76
400....	101,27	2,21	96,08	2,11	90,14	1,92	83,22	1,76
500....	103,48	2,21	98,19	2,10	92,06	1,91	84,98	
600....	105,69	2,20	100,29	2,10	93,97	1,90		
700....	107,89	2,19	102,39	2,09	95,87	1,90		
800....	110,08	2,18	104,48	2,09	97,77	1,89		
900....	112,26	2,17	106,57	2,08	99,66	1,88		
5,000....	114,43	2,16	108,65	2,08	101,54	1,87		
100....	116,59	2,16	110,73	2,07	103,41	1,86		
200....	118,75	2,15	112,80	2,07	105,27	1,85		
300....	120,90	2,16	114,87	2,06	107,12	1,86		
400....	123,06	2,15	116,93	2,05	108,98	1,85		
500....	125,21	2,14	118,98	2,05	110,83	1,84		
600....	127,39	2,13	121,03	2,04	112,67	1,83		
700....	129,52	2,12	123,07	2,03	114,50	1,84		
800....	131,64	2,13	125,10	2,02	116,34	1,83		
900....	133,77	2,12	127,12	2,01	118,17	1,84		
6,000....	135,89	2,11	129,11	2,00	120,01	1,83		
100....	138,00	2,12	131,11	1,99	121,84	1,82		
200....	140,12	2,11	133,10	1,98	123,66	1,83		
300....	142,23	2,10	135,08	1,97	125,49	1,82		
400....	144,33	2,11	137,05	1,96	127,31	1,81		
500....	146,44	2,10	139,01	1,95	129,12	1,80		
600....	148,54	2,10	140,96	1,94	130,92	1,81		
700....	150,64	2,09	142,90	1,93	132,73	1,80		
800....	152,73		144,83	1,92	134,53	1,79		
900....			146,75	1,91	136,32	1,80		
7,000....			148,66	1,90	138,12	1,79		
100....			150,56	1,89	139,91	1,80		
200....			152,45		141,71			

PREMIÈRE MÉTHODE. (Tableau III.) —

Pressions croissant de mètre

PRESSIONS.	DENSITÉS. 248°.	Δ	223°.	Δ	198°.	Δ	173°.	Δ	150°.	Δ	PRESSIONS.	248°.	Δ
m	kg		kg		kg		kg		kg		m	kg	
10.....	0,470	41	0,474	43	0,495	45	0,525	48	0,556	54	58....	2,494	[illegible]
1......	0,511	41	0,517	44	0,540	46	0,573	49	0,610	55	9....	2,537	[illegible]
2......	0,552	41	0,561	44	0,586	46	0,622	49	0,665	55	60....	2,580	[illegible]
3......	0,593	41	0,605	44	0,632	46	0,671	49	0,720	55	1....	2,623	[illegible]
4......	0,634	41	0,649	44	0,678	46	0,720	50	0,775	55	2....	2,666	[illegible]
5......	0,675	41	0,693	44	0,724	46	0,770	49	0,830	56	3....	2,709	[illegible]
6......	0,716	41	0,737	44	0,770	46	0,819	49	0,885	54	4....	2,753	[illegible]
7......	0,757	41	0,781	44	0,816	46	0,868	50	0,941	55	5....	2,796	[illegible]
8......	0,798	42	0,825	44	0,862	47	0,918	49	0,996	55	6....	2,840	[illegible]
9......	0,840	41	0,869	44	0,909	46	0,967	50	1,051	56	7....	2,883	[illegible]
20......	0,881	42	0,913	45	0,955	46	1,017	49	1,107	56	8....	2,927	[illegible]
1......	0,923	41	0,958	44	1,001	47	1,066	50	1,163	56	9....	2,970	[illegible]
2......	0,964	42	1,002	44	1,048	46	1,116	50	1,219	57	70....	3,014	[illegible]
3......	1,006	42	1,046	45	1,094	47	1,166	50	1,276	56	1....	3,057	[illegible]
4......	1,048	42	1,091	44	1,141	46	1,216	50	1,332	57	2....	3,101	[illegible]
5......	1,090	42	1,135	45	1,187	47	1,266	51	1,389	57	3....	3,141	[illegible]
6......	1,132	42	1,180	44	1,234	46	1,317	50	1,446	57	4....	3,188	[illegible]
7......	1,174	42	1,224	45	1,280	47	1,367	51	1,503	58	5....	3,232	[illegible]
8......	1,216	42	1,269	44	1,327	47	1,418	50	1,561	57	6....	3,276	[illegible]
9......	1,258	42	1,313	45	1,374	46	1,468	51	1,618	57	7....	3,320	[illegible]
30......	1,300	42	1,358	44	1,420	47	1,519	51	1,675	58	8....	3,364	[illegible]
1......	1,342	42	1,402	45	1,467	47	1,570	50	1,733	58	9....	3,408	[illegible]
2......	1,384	42	1,447	44	1,514	47	1,620	51	1,791	59	80....	3,452	[illegible]
3......	1,426	42	1,491	45	1,561	47	1,671	51	1,850	58	1....	3,496	[illegible]
4......	1,468	42	1,536	45	1,608	47	1,722	51	1,908	58	2....	3,540	[illegible]
5......	1,510	42	1,581	44	1,655	48	1,773	51	1,966	59	3....	3,585	[illegible]
6......	1,552	42	1,625	45	1,703	47	1,824	52	2,025	59	4....	3,629	[illegible]
7......	1,594	42	1,670	45	1,750	47	1,876	51	2,084	59	5....	3,674	[illegible]
8......	1,636	43	1,715	45	1,797	48	1,927	52	2,143	59	6....	3,718	[illegible]
9......	1,679	42	1,760	45	1,845	47	1,979	51	2,202	60	7....	3,763	[illegible]
40......	1,721	43	1,805	45	1,892	48	2,030	52	2,262	59	8....	3,807	[illegible]
1	1,764	42	1,850	45	1,940	47	2,082	52	2,321	60	9....	3,852	[illegible]
2......	1,806	43	1,895	45	1,987	48	2,134	52	2,381	59	90....	3,896	[illegible]
3......	1,849	43	1,940	45	2,035	48	2,186	53	2,440	60	1....	3,941	[illegible]
4......	1,892	43	1,985	45	2,083	48	2,239	52	2,500	59	2....	3,985	[illegible]
5......	1,935	43	2,030	45	2,131	48	2,291	53	2,559	60	3....	4,030	[illegible]
6......	1,978	43	2,075	46	2,179	49	2,344	53	2,619	60	4....	4,075	[illegible]
7......	2,021	43	2,121	45	2,228	48	2,397	53	2,679		5....	4,120	[illegible]
8......	2,064	43	2,166	45	2,276	49	2,450	54			6....	4,165	[illegible]
9......	2,107	43	2,211	45	2,325	48	2,504	53			7....	4,210	[illegible]
50......	2,150	43	2,256	46	2,373	49	2,557	54			8....	4,255	[illegible]
1......	2,193	43	2,302	45	2,422	49	2,611	53			9....	4,300	[illegible]
2......	2,236	43	2,347	45	2,471	49	2,664	54			100....	4,345	[illegible]
3......	2,279	43	2,392	46	2,520	49	2,718	54			1....	4,390	[illegible]
4......	2,322	43	2,438	45	2,569	50	2,772	53			2....	4,436	[illegible]
5......	2,365	43	2,483	46	2,619	49	2,825	54			3....	4,481	[illegible]
6......	2,408	43	2,529	45	2,668	50	2,879	54			4....	4,527	[illegible]
7......	2,451	43	2,574	46	2,718	49	2,933	54			5....	4,572	[illegible]

Vapeur d'eau, densités (d'après courbes).

en mètre (hauteur en eau).

DENSITÉS. 223°.	Δ	193°.	Δ	173°.	Δ	PRESSIONS.	DENSITÉS. 248°.	Δ	223°.
kg		kg		kg		m	kg		kg
2,620	45	2,767	50	2,987	54	106.......	4,618	45	4,866
2,665	46	2,817	50	3,041	55	7.......	4,663	46	4,914
2,711	46	2,867	49	3,096	54	8.......	4,709	45	4,963
2,757	45	2,916	50	3,150	55	9.......	4,754	46	5,012
2,802	46	2,966	50	3,205	54	110.......	4,800	45	5,060
2,848	46	3,016	50	3,259	55	1.......	4,845	46	5,109
2,894	46	3,066	50	3,314	55	2.......	4,891	46	5,158
2,940	46	3,116	51	3,369	55	3.......	4,937	46	5,207
2,986	46	3,167	50	3,424	55	4.......	4,983	46	5,256
3,032	46	3,217	50	3,479	56	5.......	5,029	46	5,305
3,078	46	3,267	50	3,535	55	6.......	5,075	46	5,354
3,124	47	3,317	50	3,590	55	7.......	5,121	46	5,403
3,171	46	3,367	51	3,645	56	8.......	5,167	47	5,453
3,217	46	3,418	50	3,701	55	9.......	5,214	46	5,502
3,263	47	3,468	51	3,756	56	120.......	5,260	46	5,551
3,310	46	3,519	50	3,812	55	1.......	5,306	47	5,601
3,356	47	3,569	51	3,867	56	2.......	5,353	46	5,650
3,403	46	3,620	51	3,923	56	3.......	5,399	47	5,700
3,449	47	3,671	50	3,979	56	4.......	5,446	46	5,749
3,496	46	3,721	51	4,035	56	5.......	5,492	47	5,799
3,542	47	3,772	51	4,091	56	6.......	5,539	46	5,849
3,589	46	3,823	51	4,147	57	7.......	5,585	47	5,898
3,635	47	3,874	51	4,204	56	8.......	5,632	46	5,948
3,682	47	3,925	51	4,260	56	9.......	5,678	47	5,998
3,729	46	3,976	51	4,316	57	130.......	5,725	46	6,048
3,775	47	4,027	52	4,373	56	1.......	5,771	47	6,098
3,822	47	4,079	51	4,429	57	2.......	5,818	47	6,149
3,869	47	4,130	51	4,486		3.......	5,865	47	6,299
3,916	47	4,181	52			4.......	5,912	47	6,249
3,963	47	4,233	51			5.......	5,959	47	6,300
4,010	47	4,284	52			6.......	6,006	47	6,350
4,057	47	4,336	51			7.......	6,053	47	6,401
4,104	48	4,387	52			8.......	6,100	47	6,451
4,152	47	4,439	52			9.......	6,147	47	6,502
4,199	47	4,491	51			140.......	6,194	47	6,553
4,246	48	4,542	52			1.......	6,241	47	6,603
4,294	47	4,594	52			2.......	6,288	47	6,654
4,341	48	4,646	52			3.......	6,335	47	6,705
4,389	47	4,698	52			4.......	6,382	47	6,756
4,436	48	4,750	52			5.......	6,429	48	6,808
4,484	47	4,802	53			6.......	6,477	47	6,859
4,531	48	4,855	52			7.......	6,524	47	6,910
4,579	48	4,907	53			8.......	6,571	48	6,962
4,627	47	4,960	52			9.......	6,619	47	7,013
4,674	48	5,012	53			150.......	6,666	48	7,065
4,722	48	5,065	53			1.......	6,714	47	7,117
4,770	48	5,118	53			2.......	6,761	48	7,169
4,818	48	5,171	53			3.......	6,809		7,221

DENSITÉS. Expérimentales.	Calculées.
2,4017	2,356
3,0050	3,000
3,6130	3,630
4,2010	4,223
4,8540	4,894
5,4120	5,412
6,0320	6,090
6,6290	6,707

ERRATA.

	au lieu de :	lisez :
Page 91, ligne 31,	résultats finals,	résultats finaux.
163, » 13,	coûté,	coûtées.
217, » 9,	poids à des volumes...,	poids de l'unité de volume à une pression et à une température données.
220, » 3,	premières opérations,	paires d'opérations.
249, » 28,	Thermodynamique ; en,	Thermodynamique, en...
279, » 20,	amené,	amenés.
280, » 2,	amené,	amenés.
288, » 4,	auxquels arrive ordinairement l'unité, la plus,	auxquels on arrive ordinairement, l'unité la plus...
439, » 6,	U_2,	U_r.

aris. — Imprimerie de Gauthier-Villars, successeur de Mallet-Bachelier, quai des Augustins, 55.

